



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



Otimização de Pilares Esbeltos de Concreto Armado Submetidos à Flexão Oblíqua Considerando as Não Linearidades Física e Geométrica

Susana de Lima Pires¹, Maria Cecilia Amorim Teixeira da Silva²

¹Universidade Estadual de Campinas /Departamento de Estruturas/ sulipi@terra.com.br

²Universidade Estadual de Campinas /Departamento de Estruturas/ cecilia@fec.unicamp.br

Resumo

Apresentamos neste trabalho a sistematização do dimensionamento otimizado de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua considerando, de maneira rigorosa, as não linearidades física e geométrica. A otimização é obtida por meio de um processo iterativo, no qual são calculadas todas as possíveis seções de concreto armado que compõem o espaço de busca. A meta é encontrar as melhores dimensões da seção (base e altura), quantidade e distribuição de armadura, de maneira que o custo do pilar, sujeito a determinadas restrições de resistência, de estabilidade, de exequibilidade e normativas, seja minimizado. O Método dos Elementos Finitos é utilizado no cálculo dos deslocamentos, e as não linearidades física e geométrica são introduzidas por meio do Método de Newton–Raphson Modificado com Rigidez Constante. Um programa computacional foi desenvolvido a partir do procedimento numérico proposto. A partir deste programa foi possível estabelecer relações entre a esbeltez, o custo e a taxa de armadura do pilar otimizado. A análise se aplica a pilares de seção transversal retangular, constante e com distribuição simétrica de armadura.

Palavras-chave

Pilares; Flexão Oblíqua; Concreto Armado; Não Linearidade Física; Não Linearidade Geométrica; Otimização.

Introdução

No dimensionamento de pilares esbeltos devem ser considerados os efeitos de segunda ordem, que são os esforços adicionais causados pelo aumento dos deslocamentos do eixo do pilar. Esses deslocamentos aumentam até que o pilar encontre uma posição deformada que o equilibre. Mas como achar a área de aço (dimensionamento) de um pilar que não se conhece os esforços? E como encontrar os esforços de segunda ordem de um pilar que não se conhece a área de aço? Então, para resolver esse problema, desenvolvemos inicialmente um procedimento numérico para dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão normal composta (Pires e Silva, 2009) no qual, com a imposição da distribuição da armadura, se faz uma busca da menor área de aço possível que equilibre o pilar.

Um avanço natural para esse procedimento seria desenvolvê-lo para dimensionar pilares esbeltos submetidos à flexão oblíqua. Mas, não haveria novidade neste assunto visto que, inúmeros pesquisadores têm estudado o comportamento não linear de pilares esbeltos de concreto armado, e também as seções de concreto armado submetidas à flexão normal composta e à flexão oblíqua (Kim e Lee, 2000; Kwak e Kim, 2004, 2006.a, 2006.b; Majewski et al. 2008; Kwak e Kwak, 2010; Bonet et al., 2004.a, 2004.b, 2006, 2011; Palhares et al., 2009). Surgiu, então a ideia de otimizar o dimensionamento de pilares



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



esbeltos, ou seja, ter a área de concreto, área de aço e a distribuição de armadura como variáveis e estabelecer um procedimento que as otimize, de maneira que o pilar seja equilibrado da forma mais econômica possível, tirando, das mãos do projetista, a responsabilidade de imposição de algumas dessas variáveis. Além disso, na busca pela melhor solução, os pilares devem ser avaliados levando-se em consideração restrições que se referem à verificação da ruína do pilar, à satisfação das medidas normativas em relação ao espaçamento e às quantidades de armadura.

Apresentamos neste trabalho a sistematização do dimensionamento ótimo de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua. Foi implementado um programa de otimização onde, para um dado pilar, são calculadas todas as possíveis combinações de variáveis. Cada combinação de variáveis representa uma seção. Para cada seção são verificadas suas restrições quanto à resistência, à estabilidade, à exequibilidade e ao cumprimento às medidas normativas. Entre todas as seções é escolhida a que apresenta o menor custo e cumpre todas as restrições impostas.

Modelos Reológicos dos Materiais

Visto que o concreto armado é um material heterogêneo e não linear e que as estruturas se apresentam cada vez mais esbeltas, de um modo geral as normas de projeto exigem que a segurança de pilares esbeltos de concreto armado seja comprovada por meio de um procedimento que leve em conta de maneira rigorosa, além da não linearidade geométrica, também a não linearidade física.

Para o concreto em compressão, é adotado o modelo reológico proposto pela norma brasileira NBR 6118/2007 (ABNT, 2007). As relações tensão-deformação são estabelecidas pelas Eq. (1) a (3):

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \text{ se } \varepsilon_c < 0,2\% \quad (1)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \text{ se } 0,2\% < \varepsilon_c < 0,35\% \quad (2)$$

$$\sigma_c = 0 \text{ se } \varepsilon_c > 0,35\% \quad (3)$$

onde σ_c é a tensão à compressão no concreto; ε_c é a deformação específica no concreto; f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

O modelo reológico adotado para o aço, proposto pela norma brasileira NBR 6118/2007 (ABNT, 2007), pode ser aplicado para tração e compressão e as relações entre tensão e deformação são estabelecidas pelas Eq. (4) e (5):

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ se } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (4)$$

$$\sigma_s = f_{yd} \text{ se } \varepsilon_y \geq \varepsilon_s \quad (5)$$

onde σ_s é a tensão no aço; E_s é o módulo de elasticidade do aço; ε_s é a deformação específica do aço; f_{yd} é a resistência de cálculo do aço; ε_y é a deformação específica do aço no início do patamar de escoamento.



Considerações sobre a estabilidade dos pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua

O estudo do comportamento de pilares de concreto armado mostra que, em pilares curtos, a seção é dimensionada no limite da capacidade resistente da seção transversal. Para pilares esbeltos, pode ocorrer a ruína por instabilidade antes de se esgotar a capacidade resistente da seção. Dessa forma, o dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado requer o estudo da estabilidade do elemento e isso incorre em uma análise mais rigorosa no qual os efeitos de segunda ordem devem ser considerados, a fim de garantir sua segurança.

Em uma barra, que sob a ação de um carregamento (F_d) e uma excentricidade (e_1), produza flexão oblíqua em sua seção transversal (Figura 1a), o eixo da barra sofre deformações. No caso de barras esbeltas, os deslocamentos transversais criam as excentricidades e_2 de segunda ordem, as quais não podem ser ignoradas no estudo do equilíbrio da peça. A Figura 1b mostra os esforços solicitantes e as excentricidades em uma seção transversal de concreto armado submetida à flexão oblíqua considerando os efeitos de segunda ordem, onde:

$$N_d = F_d; M_{d1} = F_d \cdot e_1; M_{d2} = F_d \cdot e_2; M_d = M_{d1} + M_{d2} \quad (6)$$

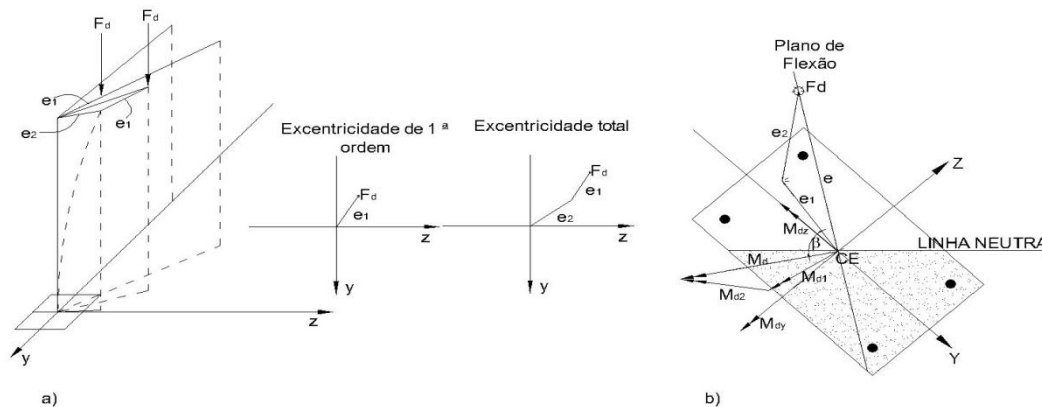


Figura 1- Seção transversal de concreto armado submetida a flexão oblíqua
a) Excentricidade do carregamento; b) Esforços solicitantes e excentricidades

Quando os esforços solicitantes N_d e M_d (componentes M_{dz} e M_{dy}), considerados como valores últimos para o dimensionamento, passam a ser tratados como esforços resistentes produzem deformações e tensões correspondentes ao estado limite último da seção transversal. As equações que estabelecem as relações entre os esforços resistentes e as tensões no concreto e no aço são fornecidas pelas equações (7) a (9):

$$N_R = \int_{Ac} \sigma_{cd} dA + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} \quad (7)$$

$$M_{RZ} = \int_{Ac} \sigma_{cd} \cdot z \cdot dA + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} \cdot z_{si} \cdot A_{si} \quad (8)$$

$$M_{RY} = \int_{Ac} \sigma_{cd} \cdot y \cdot dA + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} \cdot y_{si} \cdot A_{si} \quad (9)$$



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



Para a resolução das equações (7) a (9), é necessário conhecer as deformações da seção transversal a partir da sua configuração deformada, ou seja, partindo-se dos deslocamentos do eixo do pilar, determinam-se as curvaturas, as deformações e as tensões em cada seção transversal.

Hipóteses de Cálculo e Estados Limites Últimos

As hipóteses admitidas neste trabalho, são as seguintes: (a) manutenção das seções planas após a deformação do elemento; (b) a deformação em uma fibra genérica da seção é diretamente proporcional à sua distância até a linha neutra; (c) há aderência perfeita entre as barras da armadura e o concreto que as envolve; (d) a resistência à tração do concreto é totalmente desprezada; (e) emprega-se o diagrama parábola-retângulo para representar a relação tensão/deformação do concreto; (f) emprega-se o diagrama elasto-plástico perfeito para representar a relação tensão/deformação do aço; (g) a seção transversal de concreto é considerada não fissurada para o cálculo da matriz de rigidez; (h) para o encurtamento de ruptura do concreto nas seções não inteiramente comprimidas, considera-se o valor convencional de 0,35%. Nas seções inteiramente comprimidas, admite-se que o encurtamento da borda mais comprimida, na ocasião da ruptura, varie de 0,35% a 0,2%, mantendo-se inalterada e igual a 0,2% a deformação a 3/7 da altura total da seção, a partir da borda mais comprimida; (i) o alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de 1%.

Outra hipótese adotada é a dos pequenos deslocamentos. Sendo assim, a curvatura média (χ) das seções do pilar pode ser obtida por: $\chi = d^2W(x)/dx^2$, onde x é medido ao longo do eixo indeformado e o esforço normal se mantém praticamente constante independentemente das deformações do pilar.

A segurança dos pilares de concreto armado é verificada em relação aos seguintes estados limites últimos: (a) estado limite último da perda do equilíbrio da estrutura (b) estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura considerando os efeitos de segunda ordem.

Cálculo dos Deslocamentos

Para definir os deslocamentos, é adotado um sistema local de coordenadas para a barra. A Figura 2 mostra uma barra nas posições indeformada e deformada. Os esforços ocorrem nos planos $x-z$ e $x-y$. A barra está submetida à flexão oblíqua. O eixo da barra sofre um deslocamento $u_o(x)$ na direção x . No plano $x-z$, a barra sofre um deslocamento $w(x)$ e a seção transversal sofre uma rotação $\theta_z(x)$. No plano $x-y$, a barra sofre um deslocamento $v(x)$ e a seção transversal sofre uma rotação $\theta_y(x)$. Os deslocamentos transversais $w(x)$ e $v(x)$ são positivos na direção do eixo local e as rotações por flexão $\theta_z(x)$ e $\theta_y(x)$ são positivas no sentido horário.

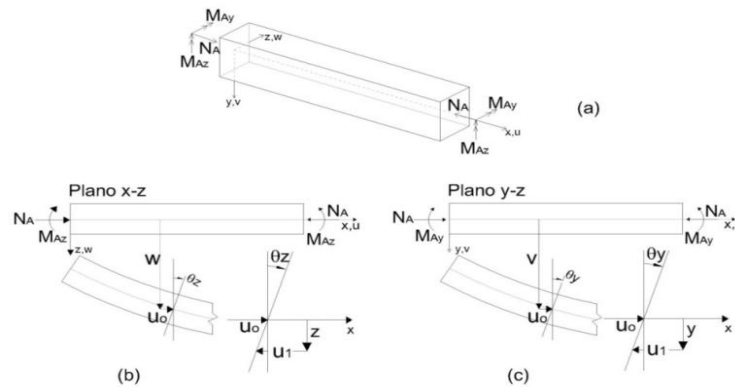


Figura 2 - Deslocamentos e esforços: a) esforços na barra indeformada; b) deslocamentos e esforços da barra no plano x-z; c) deslocamentos e esforços da barra no plano y-z.

Dessa forma, o deslocamento $u(x,y,z)$ em uma fibra genérica da seção é dado por (Chen e Atsuda, 2008): $u(x,y,z)=u_0(x)-y.(dv/dx)-z.(dw/dx)$. A expressão para a deformação longitudinal é $\epsilon_x=\epsilon_0-y.\chi_y-z.\chi_z$, onde $\epsilon_0=du_0/dx+1/2[(dv/dx)^2+(dw/dx)^2]$ é a deformação axial; $\chi_y=dv^2/d^2x$ é a curvatura do plano x-y e $\chi_z=dw^2/d^2x$ é a curvatura do plano x-z. Na expressão da deformação longitudinal (ϵ_x), a relação não linear se faz através da deformação axial (ϵ_0).

No caso de pilares esbeltos, para a determinação precisa dos deslocamentos, as não linearidades física e geométrica precisam ser consideradas. O procedimento numérico desenvolvido para o cálculo dos deslocamentos é baseado no Método dos Elementos Finitos empregando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais. O eixo do pilar é discretizado em pequenos elementos de comprimento L que são interligados por seus nós. Cada nó possui deslocamento axial, um deslocamento transversal na direção z , um deslocamento transversal na direção y , uma rotação no plano x-z e uma rotação no plano x-y. Os deslocamentos do eixo do elemento são dados por:

$$u_o = \phi_1 U_1 + \phi_4 U_6 \quad (10)$$

$$w = \phi_2 U_2 + \phi_3 U_3 + \phi_5 U_7 + \phi_6 U_8 \quad (11)$$

$$v = \phi_2 U_4 + \phi_3 U_5 + \phi_5 U_9 + \phi_6 U_{10} \quad (12)$$

onde $\phi_1 = 1 - (x/L)$; $\phi_2 = 2(x/L)^3 - 3(x/L)^2 + 1$; $\phi_3 = L((x/L)^3 - 2(x/L)^2 + (x/L))$; $\phi_4 = (x/L)$; $\phi_5 = -2(x/L)^3 + 3(x/L)^2$ e $\phi_6 = L((x/L)^3 - (x/L)^2)$ são as funções de interpolação.

As equações que determinam as ações nodais não lineares de cada elemento são dadas pelas Equações (13) a (22):

$$F_{1n} = \int_0^L N_d \phi_1' dx \quad (13)$$

$$F_{2n} = \int_0^L -M_{zd} \phi_2'' dx + \int_0^L N_d (\phi_2' U_2 + \phi_3' U_3 + \phi_5' U_7 + \phi_6' U_8) \phi_2' dx \quad (14)$$

$$F_{3n} = \int_0^L -M_{zd} \phi_3'' dx + \int_0^L N_d (\phi_2' U_2 + \phi_3' U_3 + \phi_5' U_7 + \phi_6' U_8) \phi_3' dx \quad (15)$$



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

Realização:



COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

$$F_{4n} = \int_0^1 -M_{yd} \phi_2'' dx + \int_0^1 N_d (\phi_2' U_4 + \phi_3' U_5 + \phi_5' U_9 + \phi_6' U_{10}) \phi_2' dx \quad (16)$$

$$F_{5n} = \int_0^1 -M_{yd} \phi_3'' dx + \int_0^1 N_d (\phi_2' U_4 + \phi_3' U_5 + \phi_5' U_9 + \phi_6' U_{10}) \phi_3' dx \quad (17)$$

$$F_{6n} = \int_0^1 N_d \phi_4' dx \quad (18)$$

$$F_{7n} = \int_0^1 -M_{zd} \phi_5'' dx + \int_0^1 N_d (\phi_2' U_2 + \phi_3' U_3 + \phi_5' U_7 + \phi_6' U_8) \phi_5' dx \quad (19)$$

$$F_{8n} = \int_0^1 -M_{zd} \phi_6'' dx + \int_0^1 N_d (\phi_2' U_2 + \phi_3' U_3 + \phi_5' U_7 + \phi_6' U_8) \phi_6' dx \quad (20)$$

$$F_{9n} = \int_0^1 -M_{yd} \phi_5'' dx + \int_0^1 N_d (\phi_2' U_4 + \phi_3' U_5 + \phi_5' U_9 + \phi_6' U_{10}) \phi_5' dx \quad (21)$$

$$F_{10n} = \int_0^1 -M_{yd} \phi_6'' dx + \int_0^1 N_d (\phi_2' U_4 + \phi_3' U_5 + \phi_5' U_9 + \phi_6' U_{10}) \phi_6' dx \quad (22)$$

Para a resolução dessas equações é utilizada a técnica de integração numérica denominada Quadratura de Gauss-Legendre. Com os deslocamentos nodais e as funções de interpolação conhecidas, através das dez equações de equilíbrio, chega-se ao sistema de equações:

$\underline{F}_n^{(e)} = \underline{K}(e) \cdot \underline{U}^{(e)}$, onde $\underline{F}_n^{(e)}$ é o vetor de ações nodais; $\underline{U}^{(e)}$ é o vetor com os deslocamentos nodais e $\underline{K}(e)$ é a matriz de rigidez do elemento.

A inclusão da não linearidade geométrica é feita através do último termo das Eq.(14) à (17) e das Eq. (19) à (22). A não linearidade física é considerada no cálculo do esforço normal N_d , dado pela Eq.(7) e dos momentos fletores M_{yd} e M_{zd} obtidos pelas Eq. (8) e (9), respectivamente. O processo iterativo escolhido utiliza o Método de Newton-Raphson Modificado com Rigidez Constante para a determinação de raízes de funções não lineares.

Procedimento para o dimensionamento otimizado do pilar

As variáveis do problema são (Figura 3a): base (b); altura (h); diâmetro das barras das camadas 1 e 3 (dicam13); diâmetro das barras das camadas 2 e 4 (dicam24); número de barras das camadas 1 e 3 (ncam13) e número de barras das camadas 2 e 4 (ncam24). Para a representação da base (b) e da altura (h) da seção são impostos valores mínimos e máximos para essas variáveis. O menor valor da base e da altura é 20 cm, e o maior valor de 95 cm. São adotados 15 valores dentro deste intervalo, incrementados de 5 cm em 5 cm. O diâmetro das barras das camadas 01 e 03 é uma variável que pode assumir um dos valores de bitola comercial (de 10 mm a 40 mm). O diâmetro das barras das camadas 02 e 04 é uma variável que pode assumir um dos seguintes valores de bitola comercial, em mm: 0, 10, 12.5, 16, 20, 25, 32, 40. Para o número de barras das camadas 01 e 03 pode-se ter valores de 2 a 9 e para número de barras das camadas 02 e 04, valores de 0 a 7.

A otimização de seções transversais de pilares esbeltos de concreto armado, neste trabalho, é feita da seguinte maneira: para um dado pilar, são calculadas todas as possíveis combinações de variáveis, ou seja, todos os 1.048.576 tipos de seções (indivíduos) que compõem o espaço de busca são percorridos (Figura 3b). Cada indivíduo é verificado com relação às restrições de resistência, estabilidade e normativas. Entre todos os indivíduos é escolhido o que apresenta o



menor custo e cumpre todas as restrições impostas. O algoritmo de otimização desenvolvido é chamado de Busca Total.

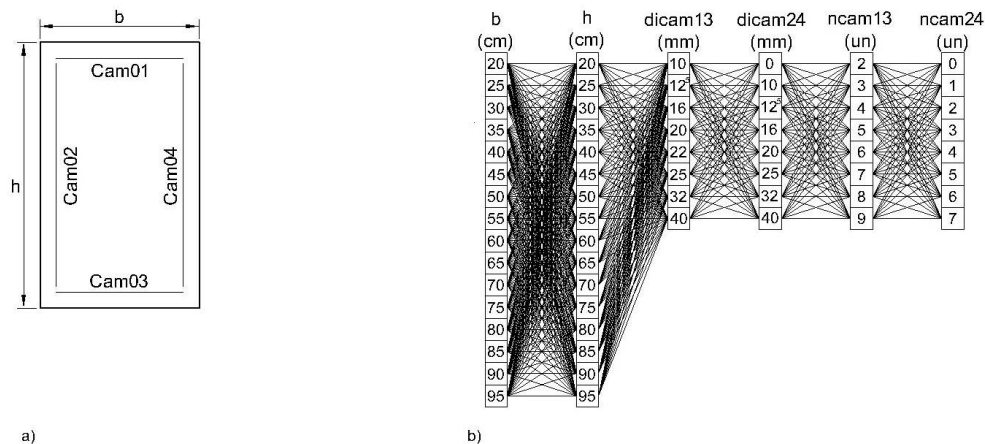


Figura 3 - a) Representação das variáveis; b) Combinações de variáveis, onde: b=base; h=altura; dicam 13 = diâmetro das barras nas camadas 1 e 3; dicam 24= diâmetro das barras nas camadas 2 e 4; ncam 13 = número de barras nas camadas 1 e 3; ncam 24= número de barras nas camadas 2 e 4.

A verificação das restrições do pilar com relação à sua resistência, à sua estabilidade e ao cumprimento das medidas normativas é uma análise necessária na otimização. Assim, foi desenvolvido, para esse fim, um algoritmo denominado Processamento do Pilar.

Os algoritmos mencionados foram transformados em programas computacionais, tendo recebido seus respectivos nomes.

Para validar o programa Processamento do Pilar, foram utilizados os dados dos trabalhos experimentais desenvolvidos por Kim e Yang (1995) e por Claeson e Gylltoft (1998).

Ainda uma análise da influência do índice de esbeltez no dimensionamento ótimo de pilares esbeltos de concreto armado utilizando o programa Busca Total foi realizada.

Resultados e Conclusões

Nos dois estudos comparativos realizados para validar o programa Processamento do Pilar as seguintes variáveis foram consideradas: c é o cobrimento do pilar; L é o comprimento do pilar; f_c é a resistência à compressão do concreto; f_y é a tensão de escoamento do aço; $P_{u,a}$ é a carga última calculada pelo programa Processamento do Pilar; $P_{u,t}$ é a carga última do experimento; Δ é a variação dos valores da carga última calculada com relação à carga última experimental, $\Delta = (P_{u,a} / P_{u,t})$.

Em 1995, Kim e Yang realizaram uma série de testes em pilares de concreto armado para verificar os efeitos da resistência do concreto, da esbeltez e da taxa de armadura na carga última e na relação força axial x momento fletor. As características dos pilares experimentados e as cargas últimas medidas no experimento foram comparadas com aquelas obtidas através do programa Processamento do Pilar e são mostradas na Tabela 1. Os valores 10, 60 e 100 que precedem o nome do pilar indicam o valor do índice de esbeltez e o coeficiente ρ é a taxa de armadura.



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

Realização:



COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Tabela 1 - Comparação das cargas últimas do programa PROCESSAMENTO DO PILAR com os resultados dos testes realizados por Kim e Yang (1995)

Pilar	B (cm)	H (cm)	ρ	L (cm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	$P_{u,t}$ (KN)	$P_{u,a}$ (KN)	Δ
10L4-1	8	8	3.95%	24	25.5	387	109.5	98	0.89
10L4-2	8	8	3.95%	24	25.5	387	109.3		0.90
60L2-1	8	8	1.98%	144	25.5	387	63.7	62	0.97
60L2-2	8	8	1.98%	144	25.5	387	65.7		0.94
100L2-1	8	8	1.98%	237	25.5	387	38.2	38	0.99
100L2-2	8	8	1.98%	237	25.5	387	35		1.09
100L4-1	8	8	3.95%	237	25.5	387	49	48	0.98
100L4-2	8	8	3.95%	237	25.5	387	47		1.02

Em 1998, Claeson e Gylltoft realizaram um trabalho experimental para estudar o comportamento de pilares de concreto armado. Aspectos como a esbeltez e a resistência do concreto são variados a fim de verificar os efeitos desses parâmetros sobre a carga última do pilar. As características dos pilares são apresentadas na Tabela 2a. As cargas últimas medidas no experimento são comparadas com aquelas obtidas através do programa Processamento do Pilar e são mostradas na Tabela 2b.

Tabela 2- Comparação das cargas últimas do programa PROCESSAMENTO DO PILAR com os resultados dos testes realizados Claeson e Gylltoft (1998)

Pilar	B (cm)	H (cm)	L (cm)	d_i cam 13 (mm)	d_i cam 24 (mm)	n cam 13	n cam 24	c (cm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	Pilar	$P_{u,t}$ (KN)	$P_{u,a}$ (KN)	Δ
23 e 24	12	12	240	12	0	2	0	1.5	43	684	23	320	305	0.95
27 e 28	20	20	300	16	0	2	0	1.5	33	636	24	288	1019	1.06
32	20	20	400	16	0	2	0	1.5	37	636	27	990	1019	1.03
											28	990	981	1.03
											32	920	981	1.07

Na comparação entre o experimento de Kim e Yang (1995) e o programa Processamento do Pilar a variação dos valores da carga última calculada com relação à carga última experimental (Δ) oscilou entre 0,89 e 1,09. Na comparação entre o experimento de Claeson e Gylltoft (1998) e o programa Processamento do Pilar, Δ variou entre 0,95 e 1,07. Apesar de alguns valores apresentarem valores experimentais, menores que os obtidos com o programa, consideramos que houve boa concordância entre os resultados.

Com o objetivo de verificar a influência da esbeltez do pilar no dimensionamento ótimo de pilares esbeltos de concreto armado utilizamos o programa Busca Total, dimensionamos 12 pilares com as características apresentadas na Tabela 3a. Variamos o comprimento (l) do pilar de 300 cm a 1400 cm e fixamos a base do pilar em 25 centímetros de forma a forçar altos valores de índice de esbeltez. Essas características foram escolhidas, por possibilitar pilares submetidos à flexão normal oblíqua e com momentos de primeira ordem não muito elevados, o que permite variar o comprimento até atingir valores de índices de esbeltez bem elevados. Os resultados do dimensionamento otimizado estão apresentados na Tabela 3b.



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

Realização:



COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Tabela 3 - Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado

Características Geométricas					
Cobrimento (cm)	2.5				
Características dos Materiais					
F_{ck} (KN/cm ²)	2.5				
F_{yk} (KN/cm ²)	50				
E_s (KN/cm ²)	21000				
Características do Elemento Finito					
Número de nós	11				
Número de barras	10				
Numero de nós com cargas	2				
Número de barras com carga	0				
Número de nós com restrição	2				
Esforços atuantes					
Nó	F_x (KN)	F_z (KN)	M_z (KN.cm)	F_y (KN)	M_y (KN.cm)
1	1230	0	-1291.5	0	701.1
11	-1230	0	1291.5	0	-701.1
Nós com restrição					
Nó	Restx	Restz	Rotz	Resty	Roty
1	1	1	0	1	0
11	0	1	0	1	0

Pilar	l (cm)	Base (cm)	Altura (cm)	d_i cam		n^o cam		Custo do pilar (RS)
				1 e 3	1+3	2 e 4	2+4	
2.1	300	25	40	10	6	0	0	546.40
2.2	400	25	45	16	4	0	0	767.34
2.3	500	25	50	10	4	10	4	972.20
2.4	600	25	55	10	4	10	4	1239.78
2.5	700	25	60	10	4	10	4	1531.73
2.6	800	25	60	10	4	12.5	6	1934.54
2.7	900	25	55	16	4	12.5	12	2667.97
2.8	1000	25	55	12.5	4	16	14	3524.93
2.9	1100	25	55	10	4	20	14	4720.39
2.1	1200	25	55	10	4	25	12	6125.08
2.11	1300	25	50	10	4	32	10	8001.14
2.12	1400	25	50	10	4	32	12	9843.42

b)

a)

Os resultados encontrados para a determinação da esbeltez dos pilares e cálculo da taxa de armadura estão apresentados na Tabela 4. A classificação dos pilares quanto à esbeltez é estabelecida de acordo com os critérios da NBR 6118/2007.

Tabela 4 - Classificação do pilar quanto á esbeltez

Pilar	$A_{s\ total}$ (cm ²)	A_c (cm ²)	ρ	Classificação do pilar quanto à esbeltez (NBR 6118/2007)
2.1	4.71	1000	0.47%	moderadamente esbelto
2.2	8.04	1125	0.71%	moderadamente esbelto
2.3	6.28	1250	0.50%	moderadamente esbelto
2.4	6.28	1375	0.46%	moderadamente esbelto
2.5	6.28	1500	0.42%	esbelto
2.6	10.50	1500	0.70%	esbelto
2.7	22.77	1375	1.66%	esbelto
2.8	33.06	1375	2.40%	esbelto
2.9	47.12	1375	3.43%	muito esbelto
2.1	62.05	1375	4.51%	muito esbelto
2.11	83.57	1250	6.69%	muito esbelto
2.12	99.65	1250	7.97%	muito esbelto

onde $A_{s\ total}$ é a área de aço total da seção transversal; A_c é a área de concreto da seção transversal; ρ é a taxa de armadura ($A_{s\ total}/A_c$).

A Figura 4a mostra a relação entre o índice de esbeltez mais crítico (λ_z) e o custo do pilar. Os pilares variaram a sua esbeltez de 41,57 a 193,99 e os custos variaram de R\$ 546,75 a R\$ 8736,42. Pelas relações apresentadas, verificamos que quanto mais esbelto é um pilar, maior o seu custo.



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

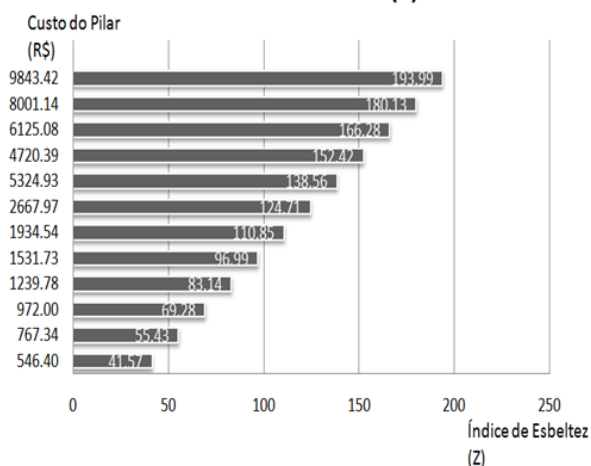
21, 22 e 23 de maio de 2014
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:

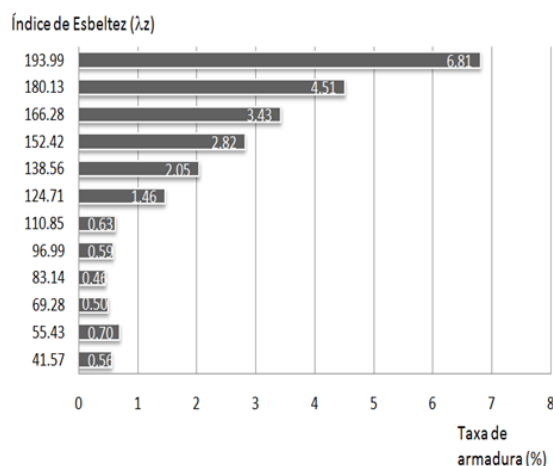


Índice de Esbeltez (Z) x Custo



a)

Taxa de armadura x Índice de Esbeltez



b)

Figura 4- a) Relação entre o Índice de Esbeltez (z) e o Custo do Pilar; b) Relação entre a Taxa de armadura e o Índice de Esbeltez

Na Figura 4b apresentamos a relação entre a taxa de armadura e o índice de esbeltez dos pilares 2.1 a 2.12. Para índice de esbeltez variando de 41,57 a 110,85 a taxa de armadura variou entre 0,42% e 0,70%. A partir do índice de esbeltez 124,71 até 193,99 a taxa de armadura variou de 1,66% a 7,97%. A partir desses dados verificamos que à medida que se aumenta a esbeltez do pilar, a área de concreto (A_c) se mantém praticamente constante (1000 cm^2 a 1250 cm^2) e a área de aço (A_s) aumenta significativamente de $4,71 \text{ cm}^2$ a $99,65 \text{ cm}^2$ (Tabela 4). Isso se verifica porque a força normal inicialmente está aplicada no núcleo central de inércia da seção e isso implica em uma seção totalmente comprimida e, neste caso, o concreto é um material eficiente. À medida que há um aumento da flexão devido aos efeitos de segunda ordem provocados pelo incremento da esbeltez, o aço torna-se muito importante para estabelecer o equilíbrio da estrutura.

O trabalho desenvolvido permitiu que um dimensionamento otimizado para pilares de concreto armado submetidos à flexão oblíqua fosse estabelecido. Esse procedimento deverá ser utilizado como base de comparação para procedimentos a serem obtidos a partir de técnicas de otimização mais sofisticadas, como por exemplo, a técnica de Algoritmos Genéticos.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT- Projetos de Estruturas de Concreto - Procedimento. NB 6118. Rio de Janeiro, 2007.
- BONET, J. L.; MIGUEL, P. F.; FERNANDEZ, M. A.; ROMERO, M. L. Biaxial bending moment magnifier method Engineering Structures, Vol. 26, p. 2007-2019, 2004a.
- BONET, J. L.; ROMERO, M. L.; MIGUEL, P. F.; FERNANDEZ, M. A. A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending Computers and Structures, Vol. 82, p. 213-225, 2004b.



VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de
maio de 2014
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



- BONET, J. L.; BARROS, M. H. F. M.; ROMERO, M. L. Comparative study of analytical and numerical algorithms for designing reinforced concrete sections under biaxial bending. *Computers and Structures*, Vol.84, p.2184-2193, 2006.
- BONET, J. L.; ROMERO, M. L.; MIGUEL, P. F. Effective flexural stiffness of slender reinforced concrete columns under axial forces and biaxial bending *Engineering Structures*, Vol. 33, p. 881-893, 2011.
- CHEN, W.F.; ATSUTA, T. *Theory of Beam-columns - Volume 2- Space behavior and design* - J. Ross Publishing, 2008.
- CLAESON, C.; GYLLTOFT, K. Slender high-strength concrete columns subjected to eccentric loading *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124 (3), 233-240, 1998.
- KIM, J. K.; LEE, S. S. The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending. *Engineering Structures*, Vol. 22, p. 1518-1528, 2000.
- KIM, J. K.; YANG, J. K. Buckling behavior of slender high-strength concrete *Engineering Structures*, Vol. 17, p. 39-51, 1995.
- KWAK, G.K.; KIM, J. K. Ultimate resisting capacity of slender RC columns *Computers and Structures*, Vol.82, p.901-915, 2004.
- KWAK, G.K.; KIM, J. K. Nonlinear behavior of slender RC columns (1). Numerical formulation *Construction and Building Materials*, Vol. 20, p. 527-537, 2006a.
- KWAK, G.K.; KIM, J. K. Nonlinear behavior of slender RC columns (2). Introduction of design formula *Construction and Building Materials*, Vol. 20, p. 538-553, 2006b.
- KWAK, H.G., KWAK, J. H. An improved design formula for biaxially loaded slender RC column *Engineering Structures*, Vol. 32, p. 226-237, 2010.
- MAJEWISKI, T.; BOBINSKI, J.; TEJCHMAN, J. FE analysis of failure behavior of reinforced concrete columns under eccentric compression *Engineering Structures*, Vol. 30, p. 300-317, 2008.
- PALLARÉS, L.; MIGUEL, P. F., PRADA, M. A. F. A numerical method to design reinforced concrete sections subject to axial forces and biaxial bending on ultimate strain limits *Engineering Structures*, Vol. 31, p. 3065-3071, 2009.
- PIRES, S.L.; SILVA, M. C. A. T. Nonlinear analysis of slender reinforced concrete columns. In: *The Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, Funchal, Ilha da Madeira, 2009.