



# VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014  
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



## Análise Estrutural Não Linear de Vigas em Concreto Armado Utilizando o ANSYS 14.5

Paula Manica Lazzari<sup>1</sup>, Américo Campos Filho<sup>2</sup>, Francisco de Paula Simões Lopes Gastal<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Doutoranda, PPGEC/ UFRGS, [p.manica.lazzari@gmail.com](mailto:p.manica.lazzari@gmail.com)

<sup>2,3</sup> Professor Associado, PPGEC/ UFRGS, [americo@ufrgs.br](mailto:americo@ufrgs.br), [francisco.gastal@gmail.com](mailto:francisco.gastal@gmail.com)

Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil – PPGEC

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Av. Osvaldo Aranha, 99, 3º. Andar, 90035-190, Porto Alegre – RS – Brasil

### Resumo

Neste trabalho é abordado o tema da análise estrutural não linear em vigas de concreto armado através do método dos elementos finitos (MEF), utilizando a plataforma ANSYS, versão 14.5. Para a representação do comportamento do concreto, implementou-se um modelo de material elastoplástico com fissuração, com a ajuda da ferramenta de customização do ANSYS (UPF's - *User Programmable Features*), onde foram adicionadas novas subrotinas ao programa principal em linguagem FORTRAN. A grande vantagem da implementação deste modelo foi a possibilidade da utilização de elementos tridimensionais quadráticos de 20 nós (SOLID186) com armadura incorporada (REINF264), tornando a solução do problema muito mais rápida e eficaz. A fim de validar as subrotinas acrescentadas ao sistema, foram simuladas as vigas ensaiadas por Leonhardt & Walther (1962) e por Bresler & Scordelis (1963), que abrangem uma grande variedade de comportamentos, incluindo situações de falhas por flexão e corte. Foram realizadas análises quanto às tensões no concreto e nas barras de armadura e, ainda, foram traçados diagramas de carga x deslocamento nos centros dos vãos. A comparação entre análises numéricas e experimentais mostraram resultados bem satisfatórios.

### Palavras-chave

Concreto armado; ANSYS; armadura incorporada; UPF's - *User Programmable Features*.

### 1 Introdução

O estudo de estruturas em concreto armado envolve diversos fatores que dificultam a sua análise e a sua compreensão estrutural. Entre estes fatores pode-se citar a diferença de comportamento à tração e compressão do concreto, a não-linearidade da relação tensão-deformação, a fissuração do concreto, a fluência e retração do concreto e a relaxação do aço de protensão. Desta forma, é apresentada, neste trabalho, a análise estrutural não linear de vigas em concreto armado através do método dos elementos finitos, utilizando a plataforma ANSYS, versão 14.5.



# VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014  
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



A fim de fazer a modelagem computacional do concreto com armadura incorporada, foi necessária a utilização do sistema UPF's (*User Programmable Features*), disponibilizado pelo ANSYS, que permitiu a implementação de um modelo elastoplástico com fissuração, em FORTRAN 77, para a representação do concreto. Este modelo numérico é utilizado para análise de vigas com ruptura à flexão e para vigas com ruptura ao cisalhamento.

Para a validação do modelo, foram simuladas numericamente dezesseis vigas experimentais apresentadas nos trabalhos de Leonhardt & Walther (1962) e de Bresler & Scordelis (1963), cujo comportamento foi considerado satisfatório. A saída de dados é apresentada em forma gráfica ou, ainda, pode-se optar por listagem de resultados.

## 2 Modelos Constitutivos dos Materiais

Para que as estruturas apresentem um bom desempenho, é muito importante o conhecimento das propriedades mecânicas de cada material. Utilizando os materiais de maneira racional, ou seja, aproveitando a boa resistência do aço à tração e a boa resistência do concreto à compressão, consegue-se obter estruturas que trabalhem de forma otimizada.

Em relação à modelagem do concreto, foram utilizados dois modelos diferentes para descrever o seu comportamento. Para o concreto comprimido foi adotado um modelo elastoplástico com endurecimento e, para o concreto tracionado, foi utilizado um comportamento elástico-linear até a ruptura a partir do qual é considerado um modelo de contribuição do concreto entre fissuras.

O modelo para o concreto comprimido é composto por um critério de ruptura, por um critério de plastificação e por uma regra de endurecimento. O critério de ruptura utilizado baseou-se no modelo de *Ottosen*, sugerido pelo Código Modelo *fib* 2010 (2012). O critério de *Von Mises* foi utilizado como critério de plastificação e a regra de endurecimento foi representada pelas equações fornecidas pelo Código Modelo *fib* 2010 (2012).

Antes de fissurar, o concreto comporta-se como um material elástico-linear e, após a fissuração, utiliza-se o modelo de fissuras distribuídas com um enrijecimento à tração (*tension stiffening*). O modelo de fissuração utilizado é baseado na formulação apresentada por Hinton (1988). Na figura 1a está representada a superfície de ruptura de *Ottosen* e na figura 1b está representado o diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado.

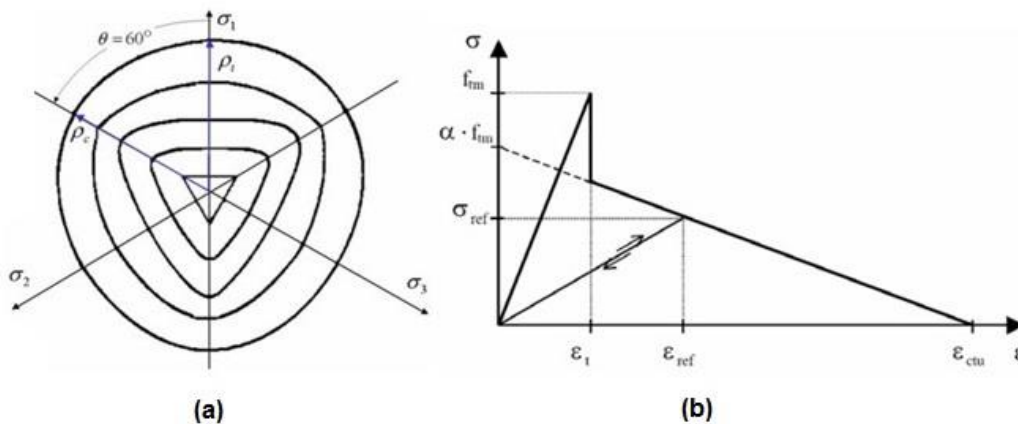


Figura 1 – (a) superfície de ruptura de *Ottosen*; (b) curva tensão-deformação para o concreto tracionado (JOST, 2006).

Considerando que as barras de aço resistem apenas a esforços axiais, adotou-se, neste trabalho, um modelo uniaxial para representar seu comportamento. O aço é representado como um material elastoplástico perfeito, que apresenta o mesmo comportamento em tração e compressão. As barras de armadura podem apresentar dois comportamentos, dependendo do processo de fabricação do material. Para aços com patamar de escoamento bem definido e com dureza material, adotou-se o modelo elastoplástico perfeito (figura 2a). Para os aços encruados a frio utilizou-se um comportamento elastoplástico com endurecimento linear a partir de 0,85 da tensão de escoamento (figura 2b).

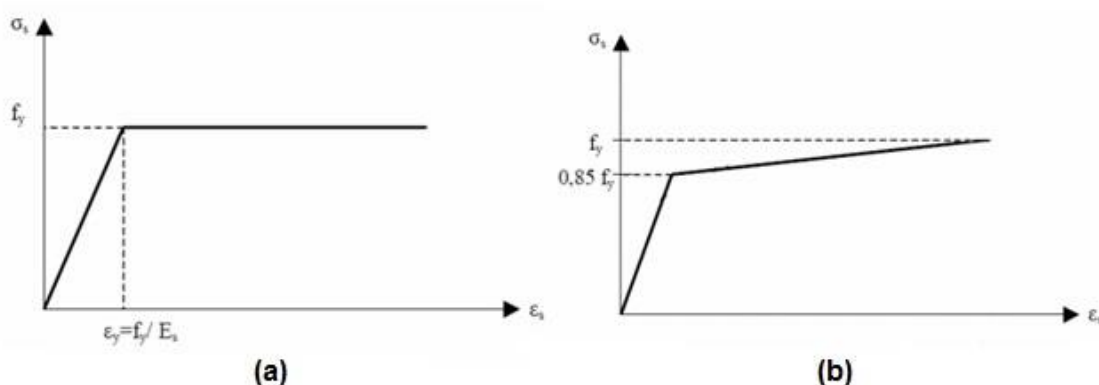


Figura 2 – (a) modelo elastoplástico perfeito para as armaduras; (b) modelo elastoplástico com endurecimento linear para as armaduras (JOST, 2006).

### 3 Modelagem Computacional

Optou-se por utilizar o método dos elementos finitos neste trabalho, pois é uma das maneiras mais eficientes de se analisar de forma não-linear o comportamento de estruturas de



# VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014  
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

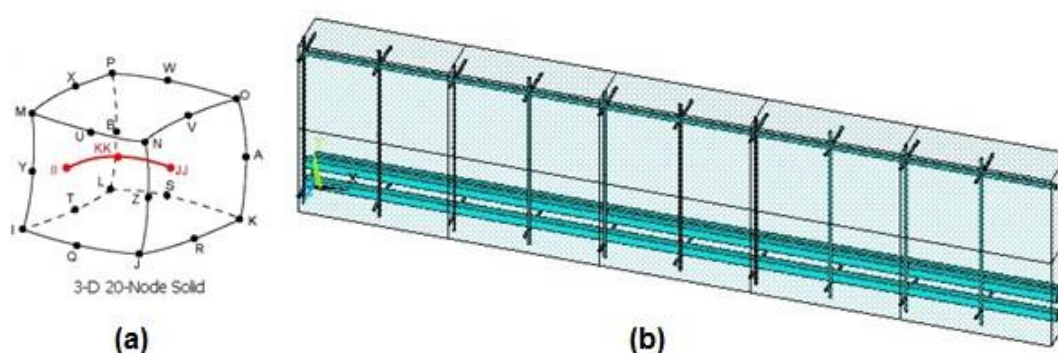
Realização:



concreto armado e protendido. Este tipo de análise numérica permite a consideração do comportamento não-linear dos materiais concreto e aço, da fissuração do concreto e da plastificação do concreto e do aço.

Para a modelagem do concreto, foi utilizado o elemento hexaédrico SOLID186, elemento quadrático tridimensional de 20 nós com três graus de liberdade por nó (translação segundo X, Y e Z). Desta forma, se obtêm bons resultados sem a necessidade de uma discretização extremamente refinada, reduzindo de forma significativa o tempo de análise estrutural. Outro fator importante na escolha deste elemento é devido a sua compatibilidade com o elemento REINF264, fundamental para a representação do concreto com armadura incorporada.

O elemento de reforço REINF264 foi utilizado para representar as barras de armadura ao longo das vigas de concreto estrutural, de forma incorporada. O elemento é adequado para a simulação de fibras de reforço com orientações arbitrárias. Cada fibra é modelada separadamente, como uma barra que tem apenas rigidez uniaxial. É possível especificar várias fibras de reforço REINF264 em um único elemento base. As coordenadas nodais, graus de liberdade, e conectividade do elemento REINF264 são idênticas às do elemento base. Este elemento permite modelos com plasticidade, fluência, tensão inicial, grandes deflexões e grande capacidade de deformação. É usado unicamente para representação de forma discreta do reforço. A figura 3a mostra um elemento SOLID186 com o reforço REINF264 e a figura 3b mostra um exemplo de discretização de viga com armadura incorporada.



**Figura 3 – (a) SOLID186 + REINF264; (b) exemplo de discretização (ANSYS, 2013).**

Em relação aos modelos constitutivos, foi utilizado o novo modelo elastoplástico com fissuração, implementado para o concreto, através do comando USERMAT. E, para as armaduras, foi utilizado o modelo constitutivo bilinear BISO (*Bilinear Isotropic Hardening*), disponível na biblioteca interna do ANSYS.

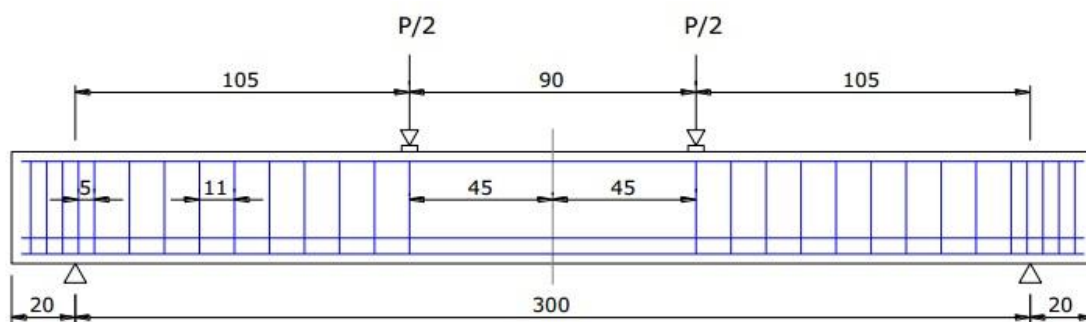


## 4 Análise de Vigas em Concreto Armado

A fim de validar a implementação do modelo constitutivo elastoplástico, comparou-se os resultados obtidos através do modelo computacional com os valores determinados experimentalmente em dezesseis vigas de concreto armado, testadas por Leonhardt & Walther (1962) e por Bresler & Scordelis (1963). A seguir são apresentados os resultados obtidos pela análise numérica, referentes ao estado de tensões no concreto e na armadura e o diagrama carga-deslocamento.

### 4.1 Vigas de Leonhardt & Walther (1962)

Leonhardt & Walther (1962) ensaiaram um conjunto de quatro vigas, denominadas ET1, ET2, ET3 e ET4. Nessas vigas são aplicadas duas cargas concentradas, cuja posição pode ser vista na figura 4. A resistência média à compressão do concreto, com base nos resultados experimentais, foi tomada como de  $2,42 \text{ kN/cm}^2$ .



**Figura 4 – croqui longitudinal do carregamento das vigas.**

De acordo com a figura 5, todas as vigas possuem a mesma armadura longitudinal. Esta consiste, inferiormente, de quatro barras de 20 mm de diâmetro ( $f_y = 42,8 \text{ kN/cm}^2$ ), sendo duas localizadas a 3 cm da borda inferior e duas localizadas a 6 cm da mesma borda e, superiormente, de duas barras de 8 mm de diâmetro ( $f_y = 46,5 \text{ kN/cm}^2$ ), localizadas a 3 cm da borda superior. Todas as barras são de aço encruado a frio (antiga classe B). Os estribos verticais têm 6 mm de diâmetro ( $f_y = 32 \text{ kN/cm}^2$ ), aço laminado a quente (antiga classe A), uniformemente espaçados. O módulo de elasticidade do aço é considerado igual a 210 GPa para o aço classe A e 195 GPa para o aço da antiga classe B.

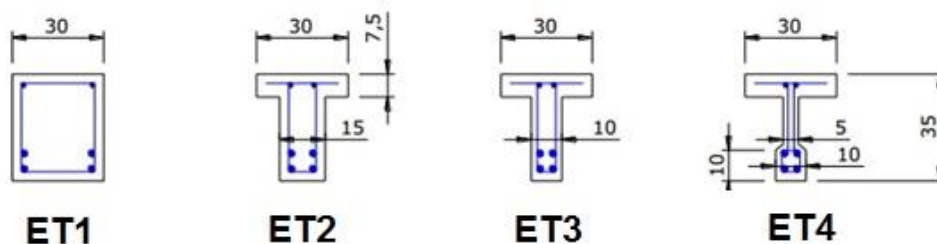


Figura 5 – seção transversal das vigas.

Para o estudo computacional destas quatro vigas, dividiu-se a altura em três elementos e o comprimento longitudinal em cinco elementos e adotou-se uma malha de elementos finitos constituída por elementos hexaédricos quadráticos de 20 nós (SOLID186). No interior destes elementos foram acrescentados os elementos de reforço discreto REIF264, representando a armadura incorporada da viga. Como estas vigas apresentavam simetria de geometria e de carregamento, modelou-se apenas um quarto da viga. Na figura 6 é possível observar as curvas carga-deslocamento das vigas das ET1, ET2, ET3 e ET4. O deslocamento é medido no ponto central inferior do vão da viga.

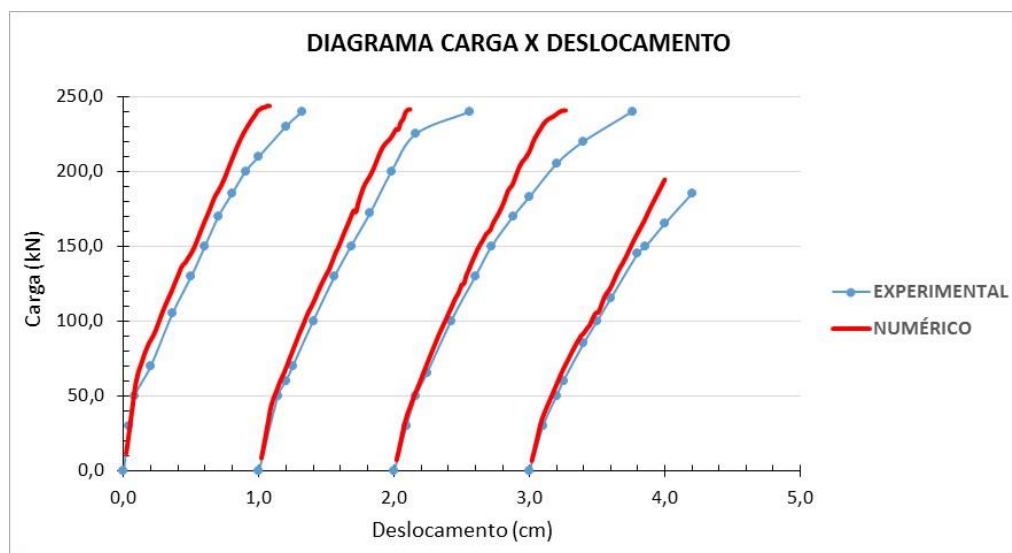


Figura 6 – diagrama carga-deslocamento das vigas ET1, ET2, ET3 e ET4.

Os resultados do diagrama carga-deslocamento apresentam boa correlação entre as curvas apresentadas, constando-se também uma carga de ruptura muito semelhante à encontrada nos ensaios experimentais. Observa-se que os valores de tensão de compressão máxima podem estar acima do valor da resistência do concreto, devido à extrapolação das tensões dos pontos de Gauss para os nós do elemento finito.



# VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014  
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



No diagrama de tensões axiais da armadura, figura 8, observa-se que à medida que a largura da viga diminui, as tensões nos estribos aumentam e ocorre ruptura por cisalhamento. Nota-se que na viga ET1, quando atinge a carga de ruptura, a armadura inferior já se encontra no patamar de escoamento enquanto que os estribos estão levemente tracionados. Nas vigas ET2 e ET3, verifica-se, também, que a armadura inferior atinge o patamar de escoamento, no entanto, os estribos também são solicitados com cargas próximas a sua tensão axial máxima. A viga ET4 atinge a tensão máxima nos estribos antes de iniciar o processo de escoamento da armadura inferior. Desta forma, conclui-se que a viga ET1 rompe por flexão, as vigas ET2 e ET3 rompem por flexão e cisalhamento e a viga ET4 rompe por cisalhamento.

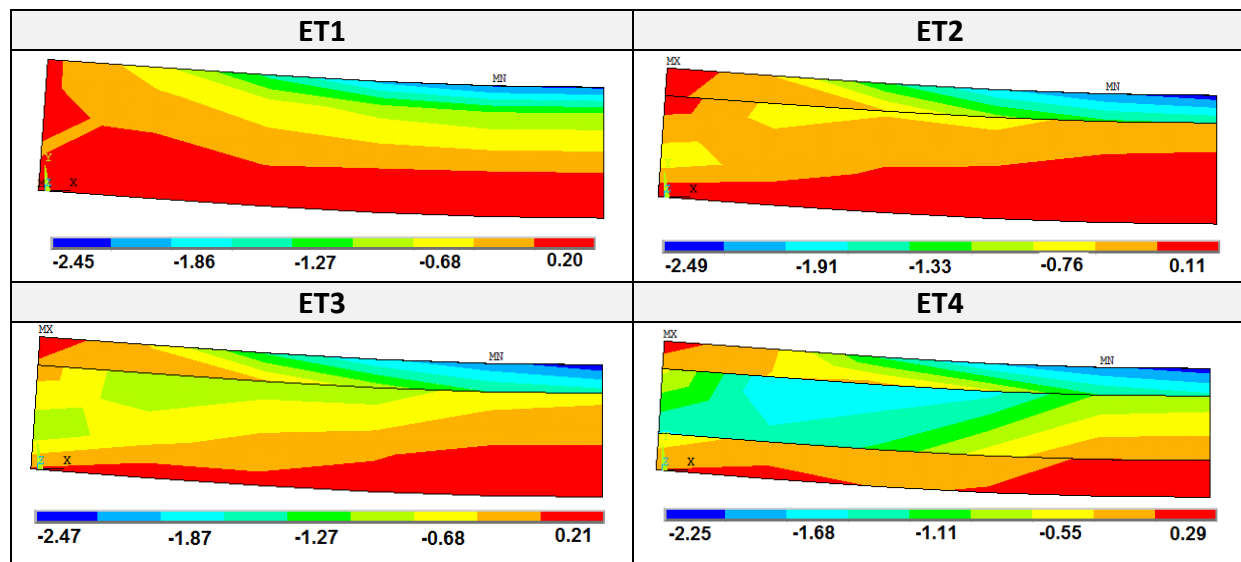


Figura 7 – tensões no concreto ( $\text{kN/cm}^2$ ) – vigas Leonhardt & Walther (1962).

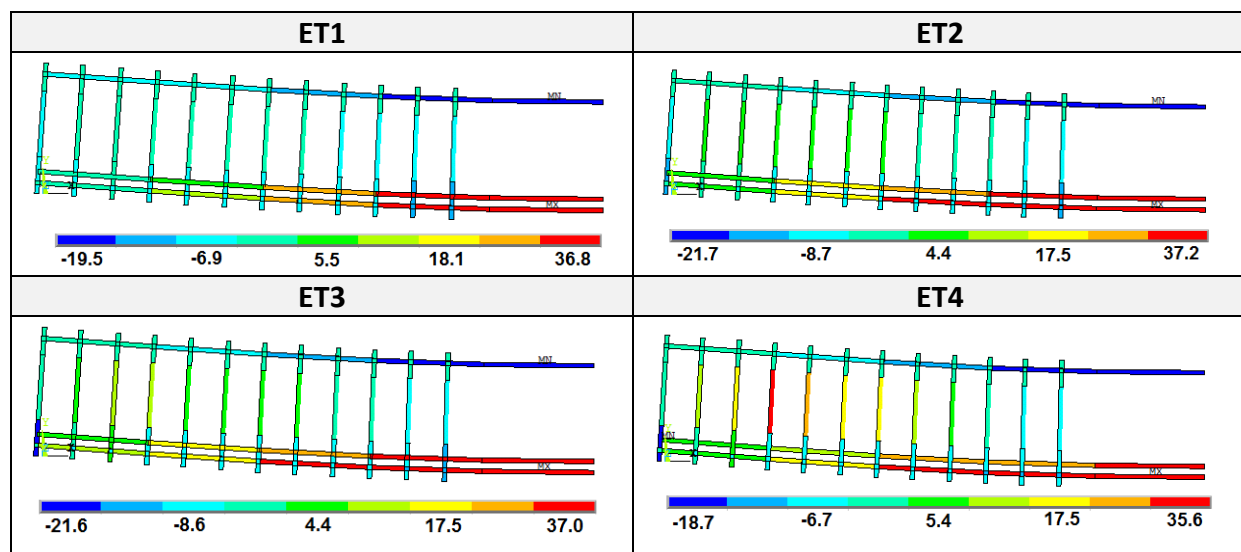


Figura 8 – tensões na armadura ( $\text{kN/cm}^2$ ) – vigas Leonhardt & Walther (1962).



## 4.1 Vigas de Bresler & Scordelis (1963)

As doze vigas em concreto armado ensaiadas por Bresler & Scordelis (1963) foram divididas em quatro séries (AO, A, B e C) de três vigas (1, 2 e 3). Cada série se diferencia pela quantidade de armadura longitudinal e transversal, pelo comprimento do vão, pelas dimensões da seção transversal e pela resistência do concreto (figura 9). Todas as vigas foram submetidas a cargas concentradas aplicadas em seu centro. Detalhes sobre a seção transversal, vão e características do concreto de cada viga são apresentados na figura 10.

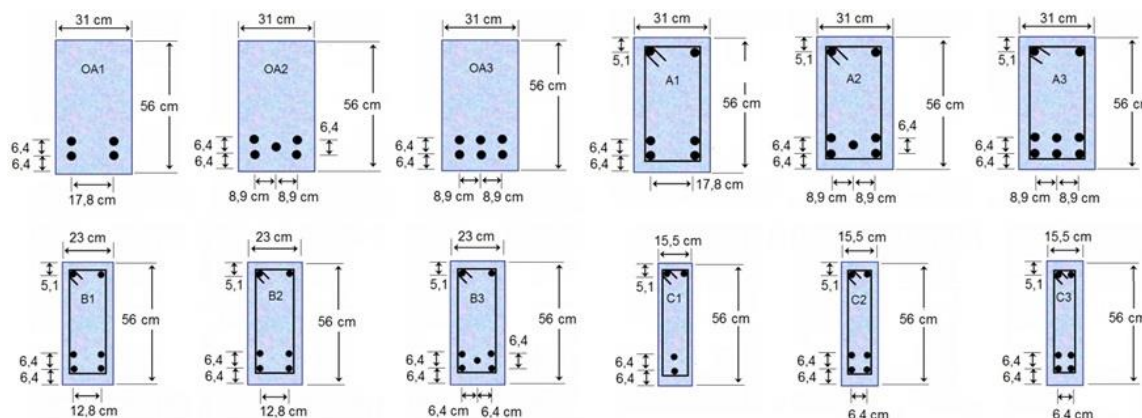


Figura 9 – detalhes das seções transversais das vigas de Bresler & Scordelis (1963).

VIGAS	$f_c$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kN/cm <sup>2</sup> )	vão (cm)	h (cm)	b (cm)	OBSERVAÇÃO
OA1	2,25	2.413	366			
OA2	2,37	2.413	457	56	31	sem estribos
OA3	3,76	3.447	640			
A1	2,41	2.413	366			
A2	2,43	2.413	457	56	31	com estribos
A3	3,50	3.447	640			
B1	2,48	2.413	366			
B2	2,32	2.413	457	56	23	com estribos
B3	3,87	3.447	640			
C1	2,96	2.413	366			
C2	2,38	2.413	457	56	15,5	com estribos
C3	3,50	3.447	640			

Figura 10 – propriedades do concreto e da seção transversal.

Para as armaduras inferiores, a tensão de escoamento foi de 55,5 kN/cm<sup>2</sup> e o módulo de elasticidade igual a 21.787 kN/cm<sup>2</sup> para as vigas das séries 1 e 2, e de 20.546 kN/cm<sup>2</sup> para as vigas da série 3. O diâmetro utilizado nas armaduras inferiores foi de 28,7 mm. Para as armaduras superiores, a tensão de escoamento foi de 34,54 kN/cm<sup>2</sup> e o módulo de elasticidade





igual a  $20.133 \text{ kN/cm}^2$ . O diâmetro utilizado nas armaduras superiores foi de  $12,7 \text{ mm}$ . Para os estribos a tensão de escoamento foi de  $32,54 \text{ kN/cm}^2$ , o módulo de elasticidade igual a  $18.961 \text{ kN/cm}^2$  e o diâmetro utilizado foi de  $6,4 \text{ mm}$ . Nas vigas das séries A e C o espaçamento entre estribos foi de  $21 \text{ cm}$  e nas vigas da série B o espaçamento foi de  $19 \text{ cm}$ . Para o estudo computacional das doze vigas adotou-se uma malha de elementos finitos constituída por dez elementos hexaédricos quadráticos de 20 nós, SOLID186. No interior destes elementos sólidos tridimensionais foram acrescentados os elementos REIF264, representando a armadura incorporada da viga. Como estas vigas apresentavam simetria de geometria e de carregamento, modelou-se apenas um quarto da viga. A figura 11 mostra as curvas carga-deslocamento das vigas das séries 1, 2 e 3.

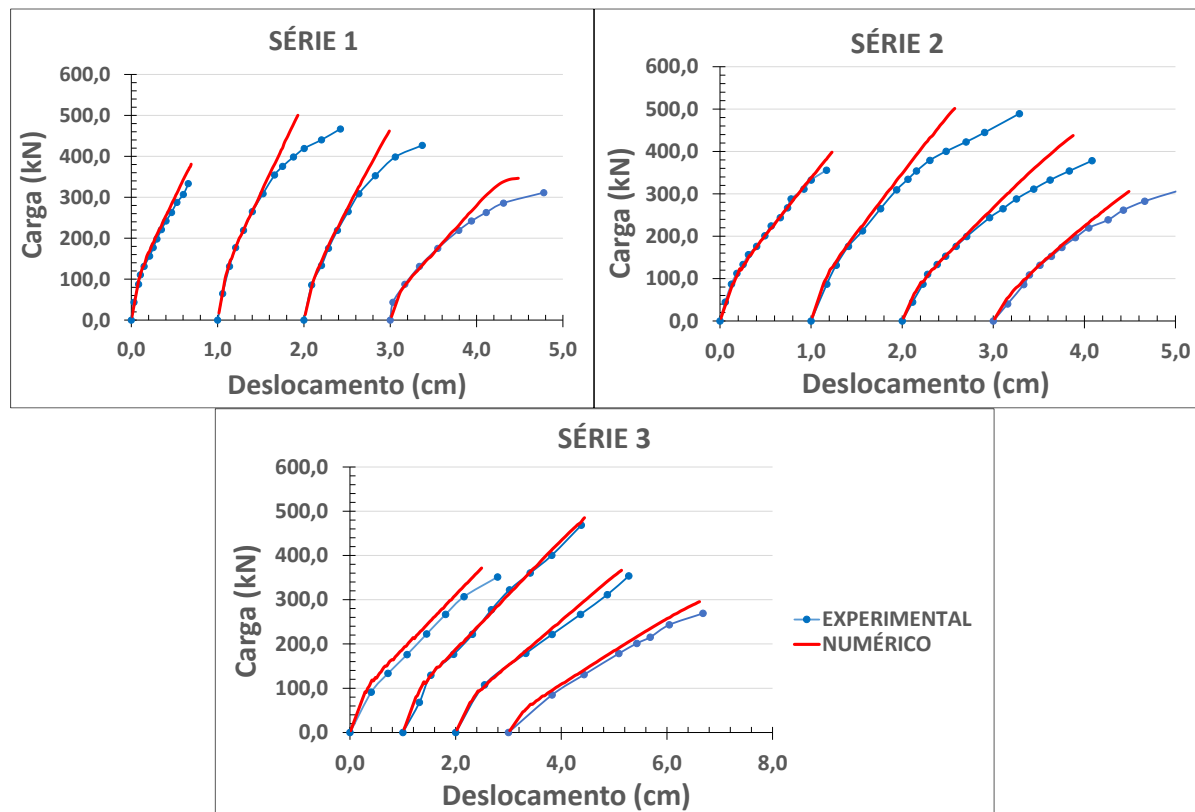


Figura 11 – diagrama carga-deslocamento das vigas da série 1, 2 e 3.

De um modo geral obteve-se boa correlação entre as respostas numéricas e os resultados experimentais de Bresler & Scordelis (1963). As curvas com comportamento mais linear caracterizam a ruptura por cisalhamento. Já as curvas que, próximas a ruptura, tendem a ficar horizontais, caracterizam a etapa de escoamento da armadura e plastificação do concreto comprimido rompendo por efeito da flexão.



# VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas

21, 22 e 23 de maio de 2014  
RIO DE JANEIRO

COMEMORANDO 40 ANOS DA PONTE RIO NITEROI

Realização:



Analisando a distribuição de tensões no concreto, observou-se que as vigas da série OA (sem estribos) rompem à compressão diagonal e não à flexão, ocorrendo a ruptura imediatamente após a formação da primeira fissura crítica. As vigas de maiores comprimentos de vãos (série 3) rompem por flexão, ocorrendo um pequena influência do cisalhamento. Já, as vigas de comprimentos de vãos intermediários (série 1 e 2) rompem por flexão e cisalhamento, apresentando estribos mais solicitados na região de fissuras inclinadas.

## 5 Conclusões

As subrotinas acrescentadas ao sistema foram validadas através da simulação de dezesseis vigas ensaiadas experimentalmente por Leonhardt & Walther (1962) e por Bresler & Scordelis (1963). Estas vigas de concreto armado abrangeram uma grande variedade de comportamentos, incluindo situações de falhas por flexão e corte. A comparação entre análises numéricas e experimentais mostraram resultados bem satisfatórios. Por fim, pode-se concluir que a ferramenta UPF, disponibilizada pelo ANSYS, mostrou-se muito útil para a análise de estruturas em concreto, permitindo uma modelagem com armadura incorporada, minimizando, assim, o custo computacional. O modelo numérico implementado está sendo atualizado para um modelo visco-elastoplástico e será extremamente importante para dar continuidade a tese de doutorado de Lazzari (2015).

## Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico o apoio para realização deste estudo.

## Referências

- ANSYS, Inc. *Theory reference* (Version 14.5), 2013.
- BRESLER, B.; SCORDELIS, A.C. *Shear strength reinforced concrete beams*. ACI Journal, v. 60, n. 1, p. 51-72, 1963.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *fib Model Code 2010*. Bulletin N° 65/66, 2012.
- JOST, D. T. *Análise de peças fletidas com protensão não aderente pelo método dos elementos finitos*. 152f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul. 2006.
- HINTON, E. *Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells*. Swansea: Pineridge Press Limited, 550p. 1988.
- LAZZARI, P.M. *Simulação Numérica das Etapas construtivas de Pontes Estaiadas através do Método dos Elementos Finitos*. 2015. Tese de Doutorado em Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre, Brasil. (em andamento)
- LEONHARDT, F.; WALTHER, R. *Beiträge zur behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau*. Beton und Stahlbetonbau. v. 57. n. 7. Jul.1962.