



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

IXCBPE

Rio de Janeiro | Cidade Olímpica

Análise do Projeto de Pontes Catenárias

Mariana Rodas Ferreira de Almeida¹, Lucas Silva Lima², Aline da Silva Ramos Barboza³

¹ Universidade Federal de Alagoas / Centro de Tecnologia / marianarodasfa@gmail.com

² Instituto Federal do Maranhão / Departamento de Engenharia Civil / lukaslima_00@hotmail.com

³ Universidade Federal de Alagoas / Centro de Tecnologia / aline@lccv.ufal.br

Resumo

A forma curva que se apresenta quando um elemento flexível sujeito à ação da gravidade é suspenso por dois pontos opostos, denomina-se catenária. Esse conceito no contexto das estruturas de pontes já vem sendo utilizado desde as civilizações antigas, através das pontes suspensas de cordas e bambus. O engenheiro alemão *Ulrich Finsterwalder* associou estas ideias com os estudos de telhados suspensos protendidos e estabeleceu o conceito de pontes catenárias. As pontes catenárias, também conhecidas como pênséis, têm sido cada vez mais utilizadas devido à facilidade de vencer grandes vãos, uma vez que não necessitam de apoios intermediários, e por utilizar materiais simples como cabos de aço e madeira em sua composição. O sistema estrutural desse tipo de ponte consiste basicamente em cabos de aço tensionados com apoios nas suas extremidades. O presente trabalho desenvolve um estudo comparativo entre o modelo de curvas gerado experimentalmente por meio de correntes suspensas e o modelo analítico obtido a partir de equações parabólicas de modo a verificar a eficácia da aproximação da curva catenária à uma parábola, por ser essa uma curva mais simples de solução e ao mesmo tempo validar um modelo didático para ensino de sistemas de pontes penseis. Essa comparação se deu através de experimentos feitos com modelos em escala reduzida de uma corrente pendurada (catenária), posteriormente, foram plotadas as curvas parabólicas no software Graph, e então sobrepostas às do experimento, respeitando as escalas e intervalos considerado. Tal estudo teve como finalidade aprofundar os conhecimentos sobre o tema e demonstrar que é possível a substituição do cálculo da curva catenária por uma curva parabólica, simplificando os estudos de caso reais, uma vez que o cálculo de parábolas é mais prático e usual.

Palavras-chave

Pontes suspensas; Pontes catenárias; Curvas Catenárias; Parábolas; Cabos; Grandes vãos;

Introdução

Desde a antiguidade, o conceito de ponte foi introduzido devido à necessidade de se atravessar regiões de difícil acesso, como rios e vales profundos. A ideia surgiu inicialmente com o uso de troncos de árvores que caíam sobre rios dando a possibilidade de travessia para o outro lado da margem. O aperfeiçoamento desse conceito criou pontes de madeira, utilizando recursos da natureza como cipós, pedaços de árvores, etc., arrançados de modo a garantir que não fossem derrubadas com tanta facilidade (Parke & Hewson, 2008).



Figura 1 – Ponte de cordas e bambus (Strasky, 2011).

Com o passar do tempo, o avanço da tecnologia e a prática de profissionais qualificados, o conceito de ponte foi aprimorado para se obter estruturas de grande porte, vencendo grandes vãos, minimizando custos e tempo de construção. Assim, foram surgindo diversos tipos de pontes classificadas a depender do sistema estrutural, da superestrutura, como as pontes em viga, em pórtico, em arco, pênséis e estaiadas.

A ponte pênsil se caracteriza por utilizar um sistema estrutural com cabos flexíveis, preso em dois pontos opostos, sob o qual se fixam tirantes de suspensão para o tabuleiro. A curva formada pelos cabos possui uma forma catenária ou parabólica. O engenheiro e construtor alemão Ulrich Finsterwalder, introduziu o conceito de pontes catenárias, associando a técnica usada nas pontes de cordas e bambus com o arranjo estrutural de telhados suspensos protendidos (Strasky, 2011). Nesse trabalho, tem-se como objetivo principal estabelecer uma análise comparativa entre a forma catenária obtida experimentalmente e a curva analítica obtida com equações parabólicas para aplicação na definição de forma de pontes penseis.

Ainda de acordo com Strasky (2011), “as pontes catenárias são estruturas tensionadas, similares as pontes suspensas simples que consistem em cabos que são embutidos na plataforma logo abaixo da passarela. O que difere este sistema estrutural é que a plataforma tem um formato de uma curva catenária entre os suportes.” Este tipo de ponte é uma solução inteligente e icônica para combater grandes vãos.



Figura 2 – Ponte Maldonaro no Uruguai (Troyano, 2003).

A estrutura consiste basicamente em cabos de aço tensionados, em uma plataforma de laje fina e um suporte intermediário. No fluxograma abaixo é possível identificar algumas vantagens e desvantagens desse sistema estrutural:



Figura 3 – Fluxograma de vantagens e desvantagens das Pontes Catenárias.

Análises

Os cabos catenários são submetidos a cargas uniformemente distribuídas com relação a configuração do próprio cabo (peso próprio). O que problematiza o uso dessas curvas é que a equação é muito complexa, sendo necessário métodos numéricos avançados para resolvê-la; para a engenharia, é comum o uso da parábola, uma vez que apresenta boa aproximação da curva catenária. Na parábola, o carregamento é uniformemente distribuído na horizontal, ao invés de ser distribuído ao longo do cabo, como é o caso da catenária.

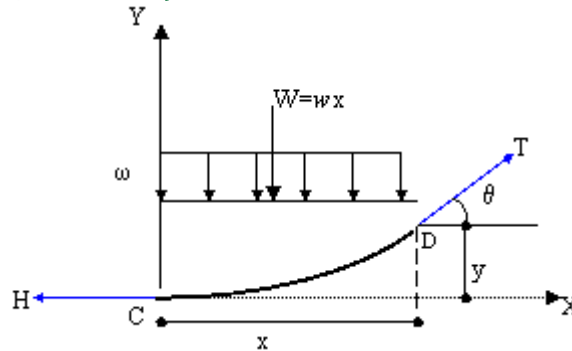


Figura 4 – Carregamento distribuído horizontalmente.

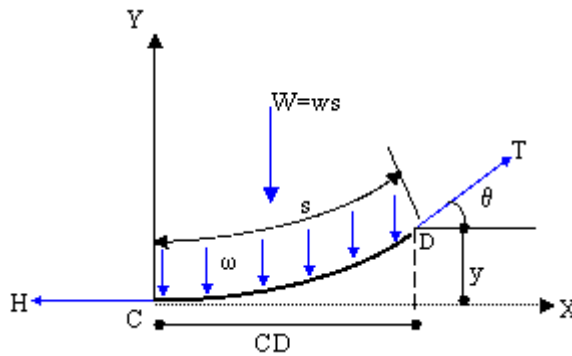


Figura 5 – Carregamento distribuído ao longo do cabo.

Análise Matemática

A análise matemática foi feita com curvas parabólicas com cargas uniformemente distribuídas ao longo do vão (Figura 4).

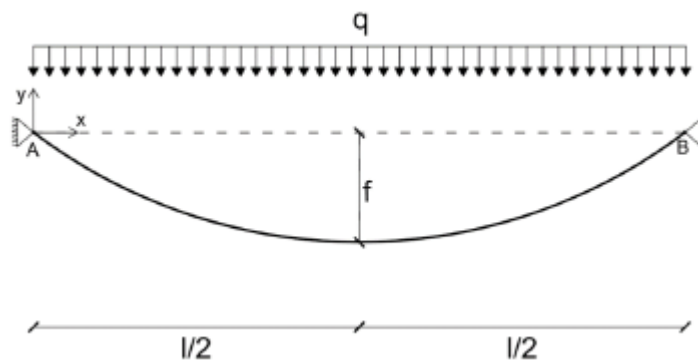


Figura 6 – Configuração do cabo parabólico (Afonso, 2015).

De acordo com a formulação mostrada por Júnior (2002) e Afonso (2015), a equação parabólica que resulta nessa curva é obtida com um elemento infinitesimal que está próximo ao ponto A, carregados nas suas extremidades, de forma a ser realizado o seu equilíbrio face ao carregamento.

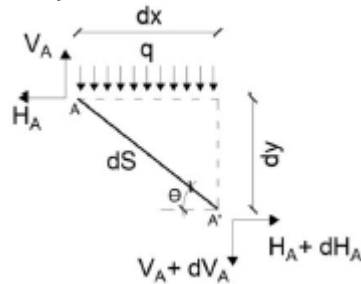


Figura 7 – Diagrama de corpo livre do elemento infinitesimal próximo ao ponto A.

Na Figura 5, temos:

- dx e dy como elementos infinitesimais nas direções x e y ;
- dS como comprimento infinitesimal do cabo;
- H_A e $H_A + dH_A$ como as forças horizontais nas extremidades do cabo;
- V_A e $V_A + dV_A$ como as forças verticais nas extremidades do cabo;
- θ como o ângulo de inclinação do cabo;
- q como o carregamento uniformemente distribuída na horizontal.

Sabe-se que ao longo de um cabo a componente horizontal da força no cabo é constante, tem-se $dH_A = 0$;

Equações de equilíbrio:

$$\sum F_y = 0 \therefore q dx = dV_A \quad (1)$$

$$\sum M_{A'} = 0 \therefore H_A dy = V_A dx \quad (2)$$

Com auxílio das equações de equilíbrio, tem-se a equação diferencial de equilíbrio:

$$\frac{d^2 y}{(dx)^2} = \frac{q}{H_A} \quad (3)$$

Ao integrar essa equação duas vezes, tem-se:

$$y_1 = \frac{q}{H_A} x + C_1 \quad (4)$$



$$y = \frac{q}{2Ha}x^2 + C1x + C2 \quad (5)$$

Como condições de contorno, $y'(l/2)=0$ e $y(0)=0$, resultando em:

$$C1 = -\frac{ql}{2Ha} \quad (6)$$

$$C2 = 0$$

Por fim, obtemos a equação da parábola:

$$y'(x) = \frac{q}{Ha}x - \frac{ql}{2Ha} \quad (7)$$

$$y(x) = \frac{q}{2Ha}x^2 - \frac{ql}{2Ha}x \quad (8)$$

Utilizando o software Graph, foram plotadas as curvas considerando somente o carregamento uniformemente distribuído (Equação 6), depois acrescentando uma carga pontual e, por fim, com duas cargas pontuais.

As cargas pontuais foram calculadas através do conceito utilizado por Beer & Johnson (1994) no estudo de cabos com cargas pontuais. Considerando o cabo preso em dois pontos fixos que suportam cargas verticais concentradas e supõe-se que o cabo é flexível. Para introduzir no software, a equação da parábola (Equação 6) foi combinada com as equações para uma carga concentrada e para duas cargas concentradas, respectivamente.

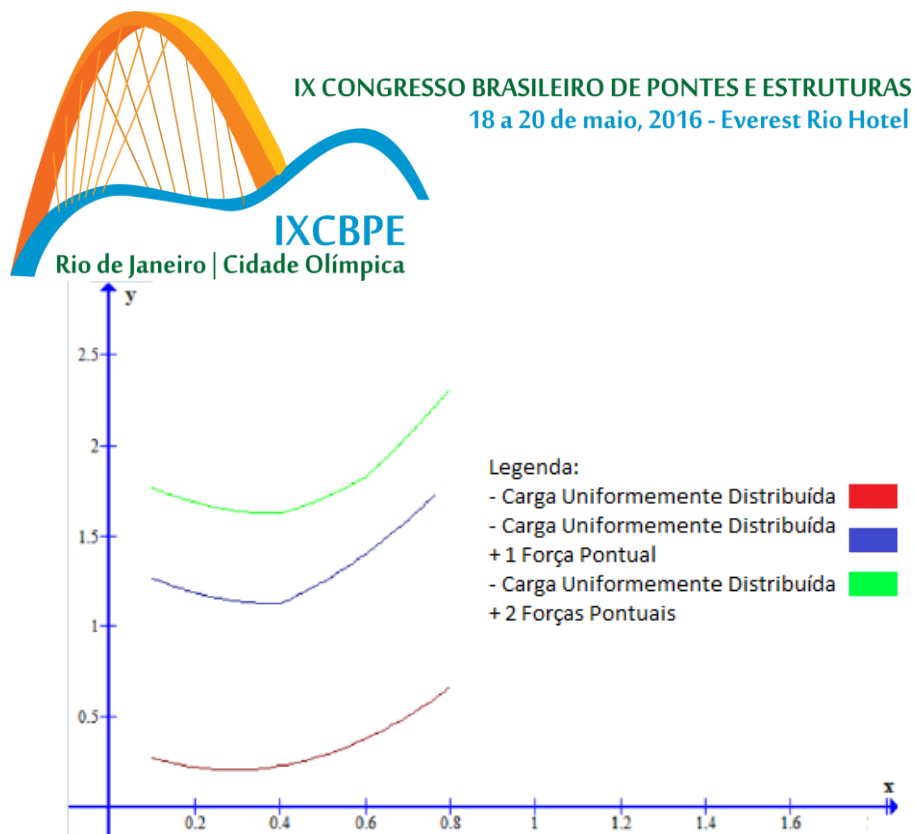


Figura 8 – Interface do Graph com as três curvas geradas.

Análise experimental

Nesta análise foram feitos experimentos do modelo real (catenária) em escala reduzida, para futura comparação com as curvas geradas na análise matemática.

O experimento foi feito com um quadro magnético, uma corrente metálica, pesos e imãs que simulavam os apoios. A corrente metálica foi disposta sobre os dois apoios extremos com alturas diferentes, a fim de simular uma catenária em que o carregamento se distribui ao longo da própria curva e, nesse caso, da corrente.

Os modelos foram montados no *Activity Learning Lab (University of Liverpool)* e foram repetidos os três casos utilizados na análise anterior, considerando apenas o peso próprio, depois acrescentando cargas pontuais.

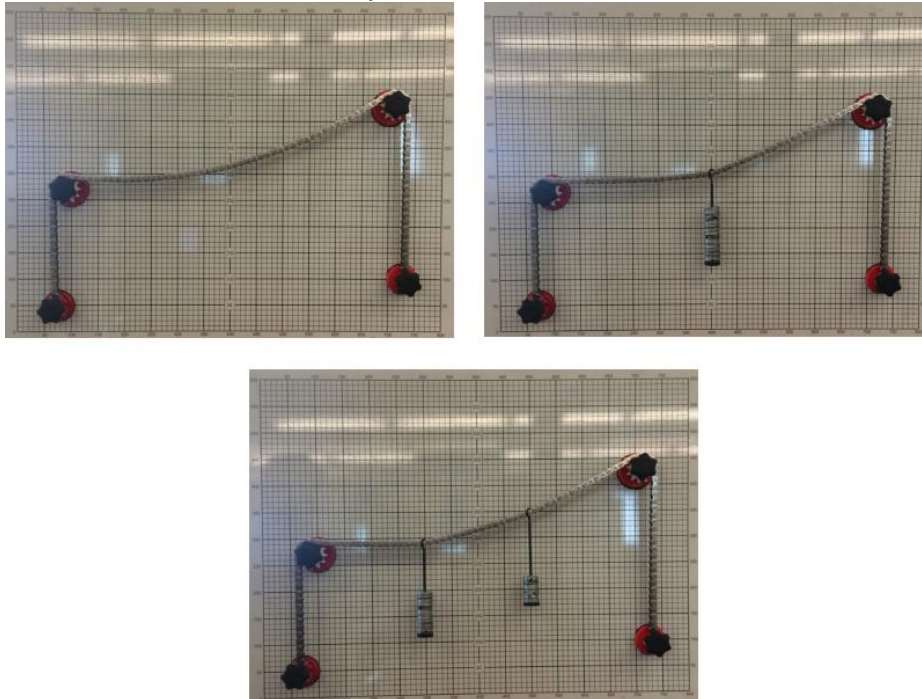


Figura 9 – Modelos experimentais considerando três situações diferentes.

Comparação entre a Análise Matemática e a Análise Experimental

Caso I: apenas o Carregamento Uniformemente Distribuído

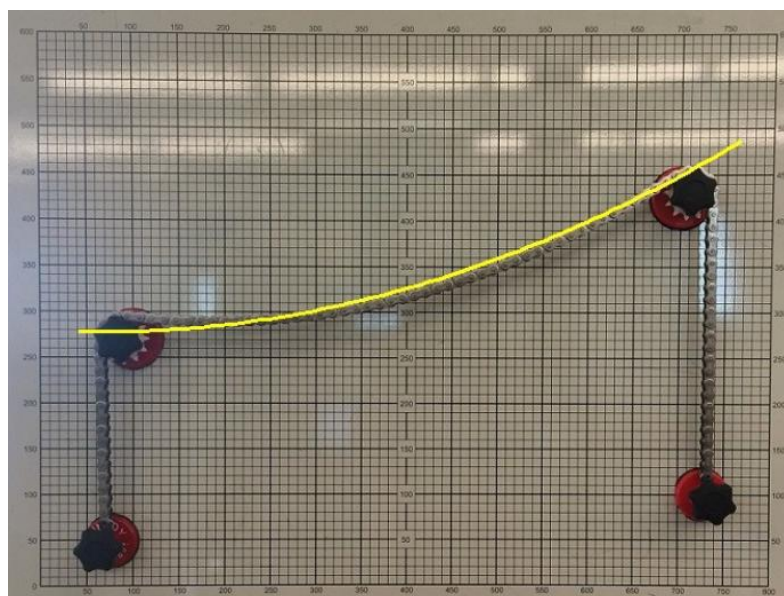


Figura 10 – Comparação do caso I entre a curva parabólica e a curva catenária.

Caso II: Peso Próprio + Carga Pontual

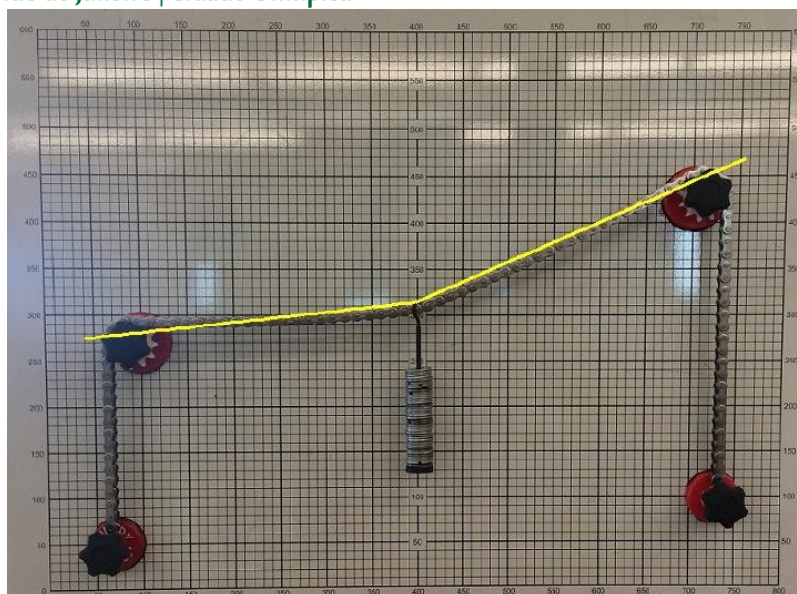


Figura 11 – Comparação do caso II entre a curva parabólica e a curva catenária.

Caso III: Peso Própria + Duas Cargas Pontuais

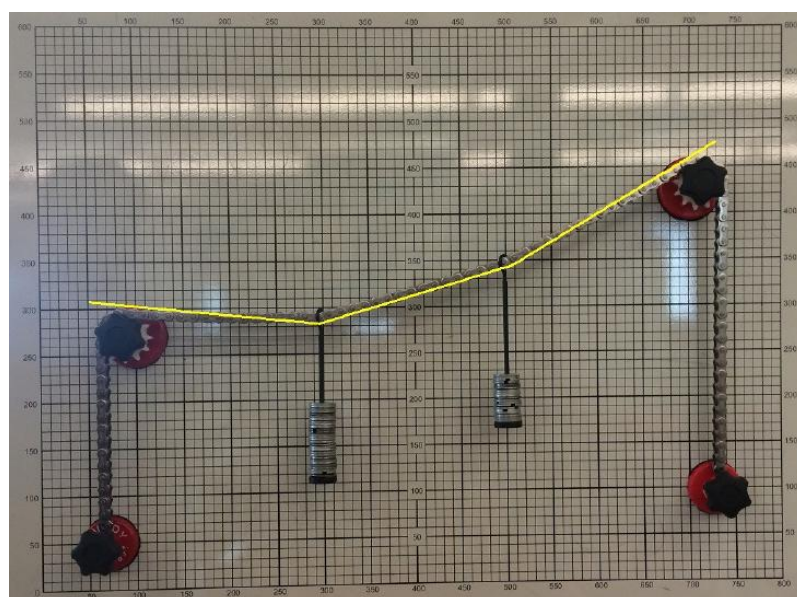


Figura 12 – Comparação do caso III entre a curva parabólica e a curva catenária.

Conclusões

A engenharia sempre esteve atrelada a conhecimentos científicos, principalmente matemáticos, para a solução de problemas. As curvas catenárias, por exemplo, é a que representa o formato de um cabo suspenso pelas extremidades sob a ação do seu peso próprio, porém, em pontes pênses, por exemplo, é comum o uso de parábolas em substituição à



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

catenária. Devido a isso, surgiu o interesse em analisar se a aproximação da catenária a uma parábola era satisfatória, já que o estudo das curvas parabólicas é muito mais usual nas bibliografias e livros didáticos.

Através das comparações feitas no presente estudo, foi possível identificar que as deflexões do modelo obtido com as curvas parabólicas se aproxima do modelo experimental catenário, e para fins da engenharia, a parábola pode e é considerada por tornar os cálculos mais simples.

Durante o estudo do tema abordado, percebeu-se que os estudos associados às pontes catenárias e as pênseis com curvas catenárias ainda é limitado no Brasil, isto pode ser a causa de existirem poucas pontes com esse sistema estrutural no país. Entretanto, diante da infinidade de benefícios que essa configuração apresenta, como custo econômico relativamente baixo, facilidade de instalação e manutenção e suporte estrutural reduzido, principalmente para grandes vãos (acima de 100 metros), faz-se necessário um aprofundamento do tema, para que possamos futuramente desfrutar mais das vantagens desse sistema.

Referências

- AFONSO, D.M.F. Pontes Pedonais Catenárias. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Dissertação de Mestrado, p.23-31, 2015.
- BEER, F.P; JOHNSTON JÚNIOR. Mecânica Vetorial Para Engenheiros: Estática. Makron Books, 5º edição, p.494-505 1994.
- ESCUELA DE INGENIERÍA DE ANTIOQUIA. Estructuras. Disponível em: <<http://estructuras.eia.edu.co/estructurasI/cables/cables.htm>> Acesso em: 15 de fev. 2016.
- PARKE, G; HEWSON, N. Manual of Bridge Engineering. ICE Publishing, 2º edition, p.1-15, 2008.
- PEREIRA JÚNIOR, E.J. Uma Formulação Consistente para Análise Não-Linear de Estruturas de Cabos Suspensos. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Dissertação de Mestrado, p.6-22, 2002.
- STRASKY, J. Stressed Ribbon and Cable-Supported Pedestrian Bridges. ICE Publishing, 2º edition, p. 1-11, 61-69, 2011.
- TROYANO, L. F. Bridge Engineering: A Global Perspective. Thomas Telford, 2º edition, p. 14, 2003.