



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS  
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

## **Programa para Cálculo de Armaduras à Flexão e ao Cisalhamento de Vigas de Concreto Armado, de Acordo com a NBR 6118:2014, e Análise Comparativa dos Resultados com os Obtidos Através do Emprego da NBR 6118:2003**

**Cláudio Wilson Nóbrega, M.Sc.**

Engenheiro da PETROBRAS / Professor do CEFET-RJ / cnobrega@petrobras.com.br

### **Resumo**

Este trabalho consiste na elaboração de um programa de dimensionamento, em Excel, que calcula as armaduras de tração e de compressão na flexão, e a armadura de cisalhamento, em vigas de seção retangular de concreto armado, de acordo com a recente Norma NBR 6118:2014. É realizada uma análise comparativa dos resultados com os obtidos através do emprego da NBR 6118:2003. O trabalho também analisa os impactos gerados nos cálculos pelos procedimentos prescritos na nova Norma, no que se refere ao dimensionamento de vigas e lajes. Sabe-se que os grandes programas comerciais calculam integralmente a estrutura de uma edificação, não sendo, porém, de uso prático para uma verificação expedita de uma viga, laje ou de parte de estrutura. A situação é semelhante para o caso de dimensionamento de peças isoladas ou de pequenas estruturas ou, ainda, para o caso de fiscalização de projetos. Estas atividades são comuns na PETROBRAS e na indústria em geral. Neste sentido, o programa desenvolvido apresenta uma interface bastante simples com o usuário, não havendo a necessidade de domínio do “software” Excel, e mostra-se útil nas situações mencionadas. A elaboração do trabalho envolveu um longo período de testes e contemplou variadas condições de uso e limítrofes, tendo sido propiciado um aperfeiçoamento continuado do programa. O trabalho está calcado na experiência pessoal e corporativa do autor, na área de projetos estruturais em concreto armado, e na sua atividade acadêmica, internamente e externamente à PETROBRAS. O programa de cálculo pode ser disponibilizado, livremente, pelo autor.

### **Palavras-chave**

programa, armaduras, vigas, concreto, NBR 6118:2014, análise.

### **Introdução**

A elaboração do presente programa envolveu um trabalho de pesquisa da NBR 6118:2014 e de bibliografia de concreto armado. O principal objetivo era a criação de um programa de dimensionamento abrangente e prático, porém com uma interface bastante amigável. A sua utilização é muito simples e não requer o domínio do “software” Excel.

Uma versão do programa foi elaborada com base na Norma anterior, a NBR 6118:2003, de modo a propiciar uma comparação entre os resultados obtidos com o emprego daquela e da atual Norma, para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa. Esta análise restringe-se ao dimensionamento das armaduras de flexão, já que os conceitos para o dimensionamento ao cisalhamento mantiveram-se inalterados na Norma de 2014.



No caso de concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa, destaca-se a variabilidade de alguns parâmetros, em função do  $f_{ck}$ , a ser observada no dimensionamento à flexão, comparativamente ao procedimento anterior.

## Desenvolvimento do Programa

### Flexão Simples Normal

Considerando a seção transversal da viga representada na Figura 1, submetida ao esforço de flexão simples normal, são apresentadas, a seguir, as principais formulações utilizadas no programa.

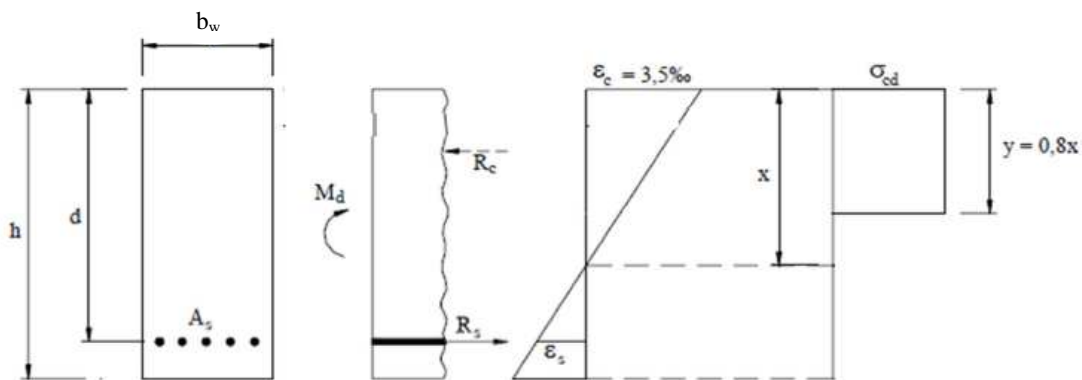


Figura 1 - Viga submetida à flexão simples normal

### Fórmulas adimensionais

Por serem mais convenientes, as fórmulas adimensionais foram as usadas no programa.

a) Equação de  $M_d$

$$\frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0,68 \cdot \frac{x}{d} - 0,272 \cdot \frac{x^2}{d^2} \quad (1)$$

Denominando  $\frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = K_{md}$  e  $\frac{x}{d} = K_x$ , a equação anterior torna-se:

$$K_{md} = 0,68 \cdot K_x - 0,272 \cdot K_x^2 \quad (2)$$

b) Expressão do braço de alavanca  $z$

$$\frac{z}{d} = \frac{d - 0,4 \cdot x}{d} = 1 - 0,4 \cdot \frac{x}{d} \quad (3)$$

Chamando  $z/d = K_z$  e sendo  $K_x = x/d$ , obtém-se:

$$K_z = 1 - 0,4 \cdot K_x \quad (4)$$



c) Cálculo da área necessária de armadura ( $A_s$ )

$$A_s = \frac{M_d}{K_z \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (5)$$

d) Verificação do domínio de trabalho da peça

$$K_x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (6)$$

Para o aço CA-50, tem-se:

para  $K_x < 0,259 \rightarrow$  domínio 2

para  $0,259 < K_x < 0,628 \rightarrow$  domínio 3

### Cálculo de seções com armadura dupla

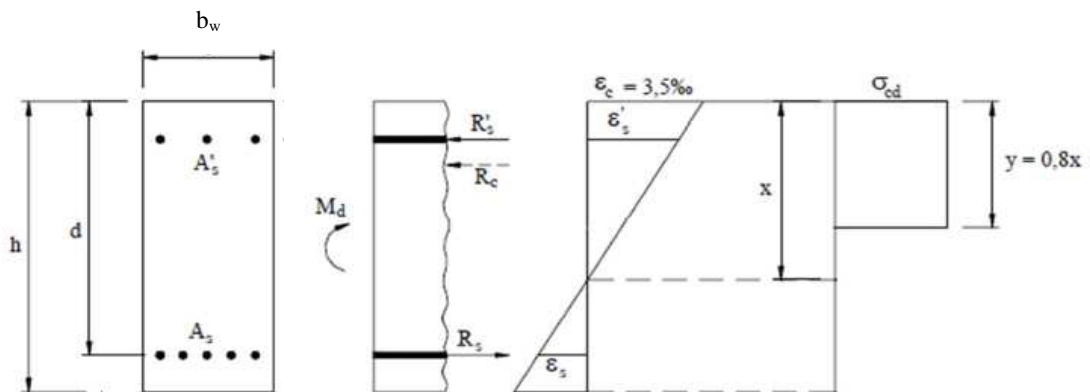


Figura 2 - Viga submetida à flexão simples normal com armadura dupla

Considerando a figura 2, obtém-se:

a) Equação de  $A_s = A_{sL} + A_{s1}$

$$A_s = \frac{M_{dL}}{K_{zL} \cdot d \cdot f_{yd}} + \frac{M_{d1}}{(d - d'c) \cdot f_{yd}} \quad (7)$$

b) Equação de  $A'_s$

$$A'_s = \frac{M_{d1}}{(d - d'c) \cdot f'_{s}} \quad (8)$$

c) Determinação de  $f'_s$

$$\varepsilon'_s = \frac{0,0035 \cdot (x_L - d'c)}{x_L} \quad (9)$$

No diagrama  $\sigma \times \varepsilon$  do aço, determina-se  $f'_s$ . Para o aço CA-50,  $\varepsilon'_{yd} = 0,00207$ .

### Cisalhamento

Para o cisalhamento, foi adotado o modelo I de cálculo, prescrito pela NBR 6118:2014 e esquematizado na Figura 3. Neste modelo, é adotada a denominada treliça clássica, com ângulo de inclinação das diagonais comprimidas ( $\theta$ ) fixo em  $45^\circ$ , associada a uma força cortante adicional  $V_c$ , proporcionada por mecanismos complementares ao de treliça.

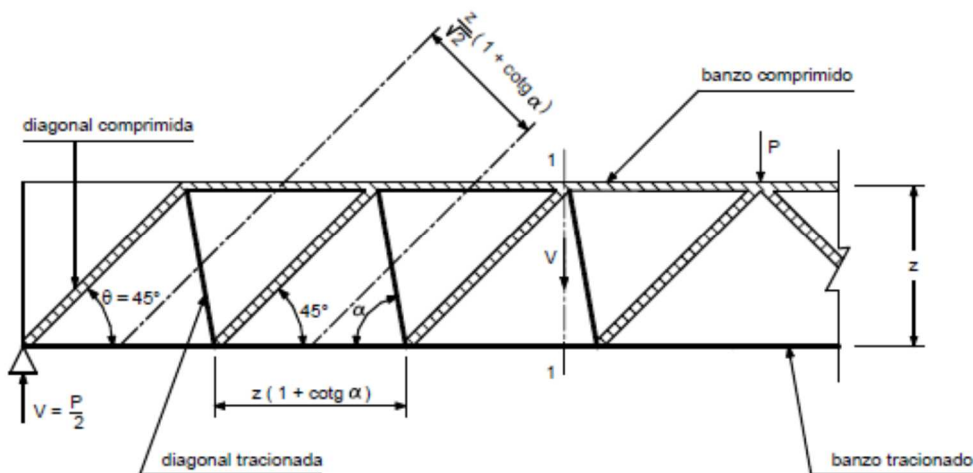


Figura 3 - treliça clássica de Mörsch com diagonais comprimidas a  $45^\circ$

A seguir, é apresentada a formulação empregada no programa.

### Verificação da compressão na biela

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (10)$$

$$\alpha_v = (1 - f_{ck} / 250) \quad (11)$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (12)$$



### Cálculo da armadura transversal com estribos verticais

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (13)$$

$$V_{Rd3} = V_{Sd} \quad (14)$$

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (15)$$

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (16)$$

$$V_{sw} = V_{Rd3} - V_c \quad (17)$$

$$A_{sw} = V_{sw} / 0,9 \cdot f_{yd} \cdot d \quad (18)$$

### Utilização do Programa

Ao final deste trabalho, apresentam-se as três páginas que compõem o programa (a página de utilização é somente a primeira), mostrando um exemplo de cálculo com o emprego de armadura dupla.

Na primeira página também são informados os parâmetros adotados, o modo de uso e as limitações a serem observadas na sua utilização.

Na Entrada de Dados devem ser fornecidos os esforços solicitantes de cálculo, atuantes na seção em estudo da viga (momento fletor  $M_{Sd}$  e força cortante  $V_{Sd}$ ), a resistência adotada para o concreto (para as classes C15 a C50), a seção transversal adotada inicialmente para a viga ( $b_w$  e  $h$ ), e os valores iniciais das distâncias do centro de gravidade das armaduras às respectivas bordas ( $d'_t$  e  $d'_c$ ). O aço adotado para as armaduras é o CA-50, que é o mais empregado no Brasil.

Com os dados preenchidos, o programa calcula e informa, nos Resultados, a área necessária da armadura de tração e da armadura de compressão, se requerida, devidas à flexão, e a área necessária da armadura de estribos, devida ao cisalhamento, para vigas de seção retangular de concreto armado.

Além disso, são indicadas as quantidades equivalentes de barras, para as diferentes bitolas. Para o cisalhamento, são indicados as bitolas de estribos e os espaçamentos equivalentes.

O programa também informa o domínio de deformação da seção da viga (2 ou 3).

Após a obtenção das armaduras para a primeira seção transversal adotada, pode-se refinar e otimizar o cálculo, introduzindo novas seções transversais, o que é útil inclusive nos trabalhos de análise e fiscalização de projetos.

O programa também checa a observância e adota as prescrições da NBR 6118:2014 quanto ao detalhamento de vigas.

Destacam-se os seguintes avisos de inconformidade e de condição inadequada para a execução, que são mostrados nos Resultados, quando aplicáveis:



- $A_s + A'_s \approx 4\% A_c$
- Biela não passa
- Espaçamento de estribos  $< 5$  cm
- Verificar adoção de estribos múltiplos
- $b_w \geq 5d$
- $b_w < 10$  cm
- $f_{ck} > 50$  MPa
- $x_{lim} \leq d'_c$

### Análise Comparativa com a NBR 6118:2003

Através de uma versão anterior do programa, baseada na NBR 6118:2003, pôde-se realizar análises comparativas entre aquela Norma e a atual. Foi possível observar, tomando como exemplo o aço CA-50, que para valores de  $K_x = x/d$  entre 0,450 e 0,628 (parte final do domínio 3), ocorre, em relação à Norma anterior, uma redução na armadura de tração ao mesmo tempo em que surge a necessidade de armadura de compressão. Verifica-se que tal se deve ao maior braço de alavanca (aço-aço) com o qual parte do momento solicitante é equilibrado (comparativamente ao braço de alavanca único concreto-aço, do cálculo à armadura simples segundo a Norma anterior). A armadura total passa a ser um pouco maior do que no cálculo antigo, o que é justificado pela maior ductilidade conferida à viga na rotura.

Depreende-se, dessa nova situação, uma possível tendência no sentido de um dimensionamento com emprego de pequena armadura de compressão, em geral com um valor mínimo para  $A'_s$  próximo a 2 ferros de 6,3 mm (menor bitola atual para o CA-50), de modo a tirar proveito da armadura normalmente utilizada como porta-estribo. Desse modo, estar-se-ia quebrando o paradigma de se procurar adotar, ao menos inicialmente, a armadura simples, com a consequente seção maior de concreto, passando a obter-se vigas com menores seções e, portanto, mais leves. Observa-se que a NBR 6118:2014 não limita inferiormente o diâmetro da armadura de compressão em vigas.

Outro aspecto a ressaltar, nessa análise comparativa, refere-se ao fato de os novos valores-limite para  $K_x = x/d$  (0,450 para  $f_{ck} \leq 50$  MPa e 0,350 para  $f_{ck} > 50$  MPa), para vigas e lajes, a partir dos quais passa a ser indicada a adoção de armadura de compressão são, como esperado, maiores que os valores-limite entre os domínios 3 e 4 para todos os tipos de aço (CA-25, CA-50 e CA-60), conforme se transcreve a seguir:

CA-25:  $K_{x34} = 0,771$  ; CA-50:  $K_{x34} = 0,628$  ; CA-60:  $K_{x34} = 0,585$

Constata-se, como consequência desse fato, uma simplificação na construção das tabelas e programas de dimensionamento.

No caso de concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa, destacam-se os novos valores para os parâmetros  $\alpha_c$  e  $\lambda$ , relativos ao efeito Rüschi e à profundidade do diagrama retangular de tensões, respectivamente, a serem utilizados no dimensionamento à flexão, em função do  $f_{ck}$ .

Finalmente, menciona-se a sensível redução nos valores da armadura mínima de tração na flexão, proporcionada por uma revisão no método de cálculo, para concretos com  $f_{ck}$  entre 30 e 50 MPa, com percentuais variando de 13 até 28%, respectivamente.





## Conclusões

A versatilidade inerente aos programas em Excel favorece um estudo comparativo entre seções estudadas e, conseqüentemente, uma maior otimização dos cálculos, de forma a se obter um dimensionamento econômico. As aplicações incluem cálculos parciais de verificação, envolvendo vigas de uma edificação existente, assim como trabalhos de análise e fiscalização de projetos, dimensionamento de pequenas estruturas ou reforço de vigas.

Além de calcular a área necessária das armaduras de tração e de compressão na flexão, são indicadas as quantidades equivalentes de barras, para as diferentes bitolas comercializadas.

Para o cisalhamento, é calculada a área necessária da armadura de estribos e indicados as bitolas e espaçamentos equivalentes.

Comparativamente com a versão anterior da Norma, observa-se que o dimensionamento à flexão não se torna significativamente antieconômico, pois ocorre uma redução na armadura de tração na parte final do domínio 3, ao passo em que se torna necessária, porém, a armadura de compressão. A armadura total passa a ser um pouco maior do que no cálculo antigo. Este procedimento é justificável, por propiciar vigas mais dúcteis, e por poder proporcionar vigas com menores alturas e, portanto, com menores pesos próprios.

Constata-se, também, uma simplificação nas tabelas e programas de dimensionamento à flexão de vigas e lajes, propiciada pelo novo procedimento de dimensionamento, em que os limites para a adoção de armadura simples passam a ser independentes do tipo de aço empregado.

Menciona-se, por fim, a redução considerável nos valores da armadura mínima de tração na flexão, para concretos com  $f_{ck}$  entre 30 e 50 MPa, com percentuais variando de 13 até 28%, respectivamente.

## Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6118:2014: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson Figueiredo. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado. São Carlos, EDUFSCAR, 2013.

FUSCO, P. B. Estruturas de Concreto – Solicitações Normais. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1981.

ROCHA, Aderson Moreira da. Novo Curso Prático de Concreto Armado, v. 1. Rio de Janeiro, Científica, 1976.

SANTOS, Sergio Hampshire de Carvalho. A Revisão 2014 da NBR 6118 – Apresentação. Rio de Janeiro, 2014.

SÜSSEKIND, José Carlos. Curso de Concreto, v.1. Porto Alegre, Globo, 1980.



**AV3 - PROGRAMA PARA CÁLCULO DE ARMADURAS, À FLEXÃO SIMPLES NORMAL E AO CISALHAMENTO, DE VIGAS RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO, DE ACORDO COM A NBR 6118 / 2014**

**Cláudio Wilson Nóbrega**

Prof. Eng<sup>o</sup> Civil Estrutural, M.Sc.

Os valores adotados, interpretações dos resultados, conclusões obtidas ou alterações efetuadas são de inteira responsabilidade dos usuários do programa disponibilizado. Ao autor não cabe nenhum dever legal, responsabilidade, compromisso ou garantia pelo seu uso.

**Parâmetros Adotados:**

Aço CA 50; bitolas de 6,3 a 25 mm; concretos de C15 a C50;  $\gamma_c = 1,4$ ;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $x/d \leq 0,45$ ; modelo I para cálculo ao cisalhamento, com emprego apenas de estribos verticais; bitola máxima e espaçamento máximo de estribos e seus ramos, armadura mínima de tração e armadura máxima total, segundo a NBR 6118/2014. Atentar para as condições-limite da Norma, que diferem as vigas das lajes e das vigas-parede, de acordo com o vão.

Nos Resultados, as bitolas das barras e estribos são dadas em mm e os espaçamentos em cm; na escolha das bitolas, verificar o espaçamento mínimo entre as barras das armaduras, o cobrimento nominal e o limite para a concentração das armaduras em seu centro de gravidade, de acordo com a NBR 6118/2014.

ENTRADA DE DADOS			RESULTADOS		
VIGA N <sup>o</sup>	V02				
$M_{sd}$	25,00	tf.m	250,00	KN.m	
$V_{sd}$	20,00	tf	200,00	KN	
$f_{ok}$	30,00	MPa			
Aço CA	50				
$b_w$	16,00	cm			
$h$	45,00	cm			
$d'_t$ (ref. a $A_s$ )	7,70	cm			
$d'_o$ (ref. a $A's$ )	5,10	cm			
Seção Transversal Ilustrativa					
			$A_s$	18,31	cm <sup>2</sup>
			Domínio 3		
			Barras Equivalentes		
			4	Φ	25
			5	Φ	22
			6	Φ	20
			9	Φ	16
			15	Φ	12,5
			23	Φ	10
			36	Φ	8
			59	Φ	6,3
			$A's$	9,30	cm <sup>2</sup>
			Barras Equivalentes		
			2	Φ	25
			3	Φ	20
			5	Φ	16
			8	Φ	12,5
			12	Φ	10
			19	Φ	8
			30	Φ	6,3
			$A_{sw}$	10,15	cm <sup>2</sup> /m
			Estribos Equivalentes de 2 Ramos		
			Φ 6,3	c	6,0
			Φ 8	c	9,5
			Φ 10	c	15,5





SUBROTINA			
fck	300,00	Kgf/cm <sup>2</sup>	
Msd	25,00	tf.m	
fcd	2142,86	tf/cm <sup>2</sup>	
fyd	4,35	tf/cm <sup>2</sup>	
d	0,373	m	
Kmd	0,524		
Kx	#NÚM!		
Kz	#NÚM!		
x	#NÚM!	m	
z	#NÚM!	m	
Msd L	11,97	tf.m	
Msd1 = Msd-Msd L	13,03	tf.m	
kmd L	0,251		
εc1	3,5	‰	0,0035
εyd	2,07	‰	0,00207
Es	2.100,00	tf/cm <sup>2</sup>	
Kx L	0,450		
Kz L	0,820		
x L	0,168	m	
z L	0,306	m	
ε's	0,0024366		
σ'sd	4,35	tf/cm <sup>2</sup>	
A'si	9,30	cm <sup>2</sup>	
Asi	18,31	cm <sup>2</sup>	
A's	9,30	cm <sup>2</sup>	
As	18,31	cm <sup>2</sup>	
			As+A's 3,84 % Ac
	0,5	93,410	5 93
	0,63	58,681	6,3 59
	0,8	36,398	8 36
	1	23,323	10 23
	1,25	14,921	12,5 15
	1,6	9,104	16 9
	2	5,827	20 6
	2,2	4,817	22 5
	2,5	3,730	25 4
			quant As
	93	5	
	59	6,3	
	36	8	
	23	10	
	15	12,5	
	9	16	
	6	20	
	5	22	
	4	25	
			quant As



47	5				
30	6,3				
19	8				
12	10				quant A's
8	12,5				
5	16				
3	20				
3	22				
2	25				
0,63					
0,63	Φ 6,3	6,000	0,63		
0,8	Φ 8	9,500	0,8		espaç Asw
1,0	Φ 10	15,500	1,0		
1,25	Φ 12,5	24,000	1,25		
47,47432861	47				
29,82361669	30				
18,49894316	19				
11,85346294	12				quant A's
7,583511335	8				
4,627035509	5				
2,961479442	3				
2,448031678	3				
1,895491629	2				
$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$ $V_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$ $\alpha_v$ 0,88 $V_{rd2}$ 303,86 KN $V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$ $V_{sw} = V_{rd3} - V_c$ $V_{rd3} = V_{sd}$ 200,00 KN $V_{sd}$ 0,66 $V_{rd2}$ $f_{ct,m}$ 2,90 MPa $f_{ctd}$ 1,45 MPa $V_c$ 51,86 KN $V_{sw}$ 148,14 KN $A_{swi} = V_{sw}/0,9 \cdot f_{yd} \cdot d$ $A_{swi}$ 10,15 cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,min} = 0,2 \cdot f_{ctm}/f_{ywk}$ $A_{sw,min} = \rho_{sw,min} \cdot b_w \cdot s$ $\rho_{sw,min}$ 0,001159 $A_{sw,min}$ 1,85 cm <sup>2</sup> /m $A_{sw}$ 10,15 cm <sup>2</sup> /m $b_w - 2c - \Phi_t$ 9,37 cm					