



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

Comparação do Método de Fauchart e do Método dos Elementos Finitos na Avaliação da Distribuição de Esforços Transversais em Pontes Rodoviárias

Márcio Wrague Moura¹, Matheus Wanglon Ferreira²,
Mauro de Vasconcellos Real³, Gabriela Carré dos Santos⁴

¹Universidade Federal do Rio Grande / Escola de Engenharia / mwmoura@gmail.com

²Universidade Federal do Rio Grande / Escola de Engenharia / mwanglon@gmail.com

³Universidade Federal do Rio Grande / Escola de Engenharia / mvrealgm@gmail.com

⁴Universidade Federal do Rio Grande / Escola de Engenharia / gabrielacarre.s@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho é comparar o Método de Fauchart e o Método dos Elementos Finitos em relação à distribuição transversal de esforços em pontes rodoviárias. As lajes, vigas longarinas e transversinas, são elementos estruturais que compõem o tabuleiro de uma ponte. A análise estrutural desse conjunto de elementos resulta em um problema tridimensional. Através de métodos aproximados é possível transformar esse problema em bidimensional, admite-se uma linha de influência de reações, responsável por distribuir as cargas móveis transversalmente entre as diversas longarinas do sistema estrutural. A existência de vigas transversinas provoca um aumento de rigidez no tabuleiro e permite que a distribuição de cargas possa ser realizada pelo método de Courbon. Com a evolução dos métodos construtivos, a laje e as vigas longarinas deixaram de ser construídas *in loco*. Essa mudança reflete numa maior facilidade de execução e na redução de custos, assim como supressão de vigas transversinas, já que estas passam a ser usadas apenas sobre os apoios, onde é possível escorar as fôrmas. As pontes sem transversinas são menos rígidas no sentido transversal da laje, o que impossibilita a utilização do método de Courbon. Por este motivo, aplica-se o método de Fauchart que leva em conta a flexibilidade da laje na distribuição dos carregamentos entre as vigas. Os resultados obtidos pelo método de Fauchart fornecem soluções muito satisfatórias quando comparadas com as soluções obtidas através do método dos elementos finitos.

Palavras-chave

Ponte Rodoviária; Método de Fauchart; Método dos Elementos Finitos.

Introdução

“Denomina-se ponte a obra destinada a transposição de obstáculos à continuidade do leito normal de uma via, tais como rios, braços de mar, vales profundos, outras vias etc.” (PFEIL, 1980). A ponte é formada por três partes principais: a superestrutura, composta de lajes, vigas longarinas e vigas transversinas, a mesoestrutura, constituída pelos pilares, e a infraestrutura, formada pelos encontros de seus elementos e estruturas de fundação.

Anteriormente, as pontes continham muitas transversinas em sua composição, o que permitia considerar as estruturas como grelhas que possuíam tabuleiros rígidos e desprezavam o trabalho longitudinal das lajes, nestes casos, para a distribuição das cargas, geralmente utilizava-se o método de Courbon. Todavia, encontravam-se grandes dificuldades ao executar



tais elementos *in loco* devido principalmente às regiões que inviabilizavam o escoramento das fôrmas.

Atualmente, dispondo do avanço dos estudos na área estrutural, da implantação em maior escala dos elementos pré-fabricados e do concreto protendido, tornou-se possível vencer grandes vãos suprimindo as transversinas e geralmente restringindo o seu uso às regiões dos apoios, locais de mais fácil execução. Porém, com a significativa redução destes elementos nas estruturas, para fins de cálculo, tornou-se incoerente considerar o tabuleiro como rígido e o método de Corboun passou a ser considerado inconsistente.

A partir de então, buscando resultados mais satisfatórios, levando em consideração a flexibilidade da laje, optou-se pelo uso do método de Fauchart que será apresentado e melhor detalhado no item seguinte.

O presente artigo tem por objetivo apresentar, através do método dos elementos finitos e o método de Fauchart, uma análise coerente de três diferentes pontes executadas na obra de duplicação da BR-392. Isto quer dizer que, ao término do estudo, será possível a análise dos esforços solicitantes e a distribuição das cargas móveis transversalmente entre as diversas longarinas dos diferentes sistemas estruturais.

Ademais, como conclusão, será realizado um esquema comparativo entre os resultados obtidos em ambos os métodos em prol de uma convergência que permita a verificação da dos resultados obtidos pelo método de Fauchart.

Metodologia

O Método de Fauchart

Conforme mencionado no item anterior, o método de Fauchart ganhou espaço nas análises de tabuleiros de pontes diante da necessidade de considerar a flexibilidade das lajes. Consiste em um procedimento de cálculo simples cuja reconhecida eficácia permite transformar o problema bidimensional em séries unidimensionais. Abaixo, na figura 1, mostra-se um conjunto genérico do tabuleiro e, ao isolar uma longarina, apresentam-se os esforços $Q(x)$ e $m(x)$ aplicados na mesma.

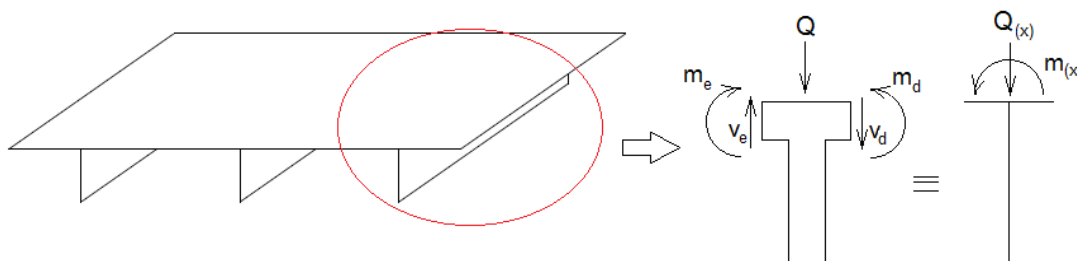


Figura 1 – Esquema da representação dos esforços solicitantes

O método adota algumas hipóteses que possibilitam a sua utilização, tais como: a desconsideração do trabalho longitudinal das lajes e a admissão de que as longarinas



obedecem a hipótese das seções planas, que seu material segue a Lei de Hooke e que as mesmas são biapoiadas e têm inércia constante.

Partindo destas hipóteses de cálculo, apresentam-se as primeiras equações que dirigem o método. Inicialmente, a viga longarina isolada deve obedecer à equação diferencial da linha elástica, dada por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} \therefore \frac{d^4y}{dx^4} = +\frac{q(x)}{EI} \quad (1)$$

Onde y é a flecha da viga em cada ponto x , $M(x)$ é o momento fletor, E é o módulo de elasticidade longitudinal, I é o momento de inércia e $q(x)$ é a carga distribuída.

Simultaneamente, a viga longarina é regida pela equação diferencial da torção, dada por:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GJ} \therefore \frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{m(x)}{GJ} \quad (2)$$

Onde θ é o ângulo de torção na posição x , T é o momento torçor aplicado no ponto x , G é o módulo de elasticidade transversal e J , a constante torcional da seção transversal e $m(x)$ é o momento torçor distribuído ao longo do eixo da viga.

Utilizando a série de Fourier, neste caso, a séries de senos devido às condições de contorno do sistema que devem ser respeitadas (vigas biapoiadas), é possível transformar essas equações diferenciais em algébricas. As séries já desenvolvidas são as seguintes:

$$y_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} \sin\left(j \frac{\pi x}{l}\right) \quad (3)$$

$$q(x)_i = \sum_{j=1}^n q_{ij} \sin\left(j \frac{\pi x}{l}\right) \quad (4)$$

$$\theta_i = \sum_{j=1}^n \theta_{ij} \sin\left(j \frac{\pi x}{l}\right) \quad (5)$$

$$m(x)_i = \sum_{j=1}^n m_{ij} \sin\left(j \frac{\pi x}{l}\right) \quad (6)$$

Os índices i e j presentes nas formulações significam, respectivamente, o número da viga e o número do termo da série. Derivando a série 3 até a quarta ordem e a 5 até a segunda, introduzindo-as juntamente com as demais séries nas equações 1 e 2 expostas acima e fazendo as devidas manipulações matemáticas, obtêm-se para cada termo j :

$$EI_i \cdot \left(\frac{j\pi}{l}\right)^4 \cdot (y_{ij}) = q_{ij} \text{ ou } q_{ij} = k_{v_{ij}} \cdot (y_{ij}) \quad (7)$$

$$GJ_i \cdot \left(\frac{j\pi}{l}\right)^2 \cdot (\theta_j) = m_j \text{ ou } m_{ij} = k_{t_{ij}} \cdot (\theta_{ij}) \quad (8)$$



Este procedimento é semelhante à solução de Navier, aplicada para solução de placas finas, onde a constante de mola para o deslocamento vertical e a constante de mola para a rotação da viga em torno do seu eixo, valem respectivamente:

$$k_{v_{ij}} = EI_i \cdot \left(\frac{j\pi}{l}\right)^4 \quad (9)$$

$$k_{t_{ij}} = GJ_i \cdot \left(\frac{j\pi}{l}\right)^2 \quad (10)$$

Ambas as constantes de mola serão utilizadas na elaboração do modelo.

Diante destas considerações, o problema se reduz a solução de uma faixa unitária de laje onde as vigas longarinas são substituídas por apoios flexíveis, cujas constantes foram mencionadas no parágrafo anterior. A rigor, seria necessário resolver esta faixa para todos os termos da série e somar os resultados, porém a solução para o primeiro termo já é suficiente. Optou-se pela criação do modelo, que representa a seção transversal da ponte, utilizando o software *FTool*. Abaixo, na figura 2, está representado um modelo hipotético para melhor ilustrar.

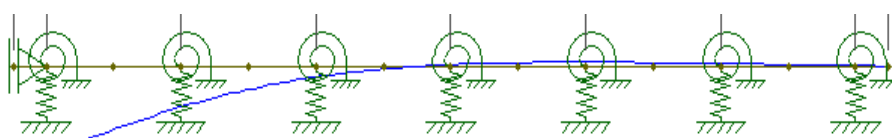


Figura 2 – Modelo computacional do método de Fauchart

Para obter a solução, comumente utiliza-se um processo iterativo onde uma carga unitária percorre a seção e permite determinar as linhas de influência para a carga vertical e para o momento torçor distribuído na viga. No entanto, com o objetivo de ter uma solução mais simples e direta, neste estudo optou-se pelo uso do Teorema de Müller-Breslau, relativo às linhas de influência. Segundo MCCORMAC(2009), o teorema nos diz que a linha de influência para um determinado esforço em uma determinada seção, corresponde à linha deformada desta estrutura quando um deslocamento relativo unitário, associado a este esforço, é imposto nesta seção. Logo, conclui-se que para a carga vertical, o deslocamento relativo imposto seria um recalque de apoio unitário e para o momento, seria uma rotação relativa unitária no apoio.

Assim, após a criação do modelo, para obtenção da linha de influência de reações verticais, para qualquer viga, basta aplicar sobre ela uma carga igual a sua respectiva constante $k_{v_{ij}}$ e obter a sua deformada. Da mesma maneira, para obtenção da linha de influência do momento torçor, aplica-se uma carga momento no apoio que desejar com valor igual à sua constante $k_{t_{ij}}$ e, ao dispor de sua deformada, determina-se a linha de influência.

O Método dos Elementos Finitos

Apesar da eficiência de métodos mais simplificados, a solução ideal do problema consiste em analisar o conjunto integrado da superestrutura, ou seja, analisá-la como uma estrutura única. Obtendo-se assim, a distribuição correta dos esforços entre os diversos elementos constituintes.

O método dos elementos finitos é um método capaz de resolver este problema complexo. Tal método baseia-se na subdivisão das estruturas em pequenas partes discretizando-as utilizando



tipos de elementos adequados fornecidos pelo *software*. No presente estudo, optou-se pela utilização do programa *ANSYS*.

Conforme MOAVENI (2003), o processo consiste em, primeiramente, escolher os elementos, determinar as propriedades geométricas dos elementos e atribuir as propriedades dos materiais. Após estas considerações, cria-se o modelo geométrico com linhas que representam as vigas e áreas que representam a placa ou a laje sobreposta. Atribui-se às linhas as devidas seções transversais e define-se a espessura da laje. A partir disto, particiona-se o domínio da estrutura em pequenos elementos utilizando o comando *meshing*. As vigas são discretizadas utilizando o elemento *BEAM189*, elemento próprio para aplicação neste tipo de estrutura, e a placa, por sua vez, é discretizada em elementos de casca, utilizando o *SHELL93*.

Após a elaboração do modelo, colocam-se os vínculos adequados para restringir os movimentos de corpo rígido da estrutura e aplica-se a carga unitária distribuída, através do comando *Pressure on Beams*, na viga em análise. Abaixo, na figura 3, pode-se visualizar um modelo completo.

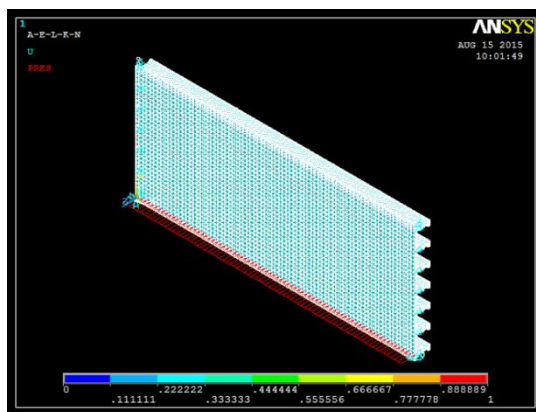


Figura 3 – Modelo computacional do Método dos Elementos Finitos

Aplicando as equações de compatibilidade e de equilíbrio, monta-se um sistema de equações global para o conjunto da estrutura. A solução deste sistema permite determinar os esforços normais, esforços cortantes e momentos fletores e torçores nas vigas e placas. Para concluir a análise, é possível, a partir do momento fletor e esforço cortante máximo em cada viga, determinar a linha de influência na estrutura a distribuição do carregamento transversal no tabuleiro e compará-la com o método de Fauchart.

Verificação

Como base para este trabalho, utilizou-se um tabuleiro de ponte estudado pela Universidade de São Paulo, que será denominado ao decorrer do texto como modelo USP. Este modelo apresentado por STUCCHI (2006), refere-se a uma ponte rodoviária em vigas retas com f_{ck} igual a 35 MPa, módulo de elasticidade secante definido pelo autor com valor de 28160,5 MPa e coeficiente de Poisson de 0,2. A sua superestrutura possui 39 m de vão, é constituída por sete longarinas e não apresenta transversinas em sua composição. Abaixo, na figura 4, mostra-se o esquema estrutural necessário para a criação do modelo.

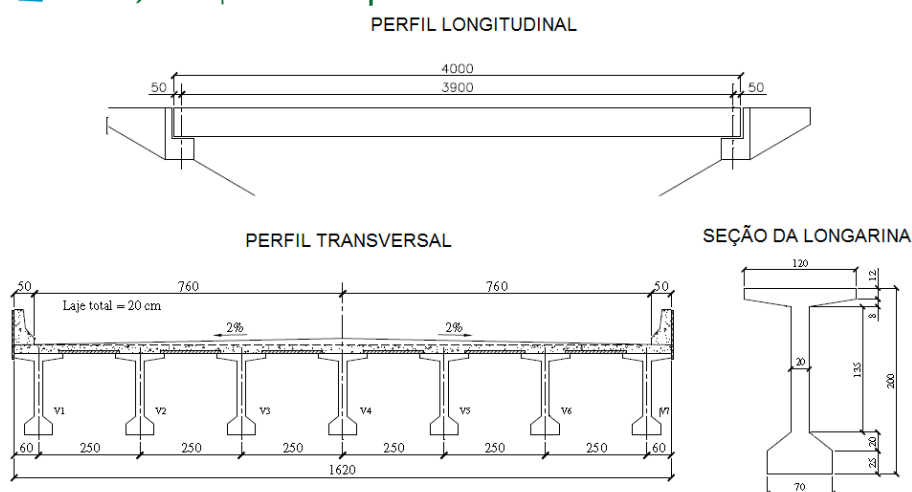


Figura 4 – Características do modelo USP

Visto que o processo de análise é sucessivo e repetitivo, tanto para a validação quanto para as aplicações apresentadas nas próximas seções, será exposto apenas as linhas de influência resultantes de uma longarina carregada para cada estrutura.

A validação dos resultados obtidos pelo método de Fauchart foi dada, primeiramente, através da comparação com a análise realizada por STUCCHI (2006). Ao apresentar resultados satisfatórios, foi possível compará-los com o Método dos Elementos Finitos. Desta maneira, consolidou-se a compatibilidade entre os modelos propostos no desenvolvimento do trabalho. Na tabela 1, estão organizados os valores da distribuição transversal dos esforços admitindo a viga 1 (V1) carregada.

Tabela 1 – Distribuição dos esforços para a viga 1 do modelo USP.

Eixo x (m)	Deslocamentos (m)	
	MEF	Fauchart
0,60	0,67517	0,66620
3,10	0,30525	0,30630
5,60	0,07157	0,07880
8,10	-0,01401	-0,01508
10,60	-0,02774	-0,03336
13,10	-0,01600	-0,02334
15,60	0,00607	-0,00769

Tais valores definem as linhas de influências presentes na Figura 5, evidenciando a convergência entre os resultados.

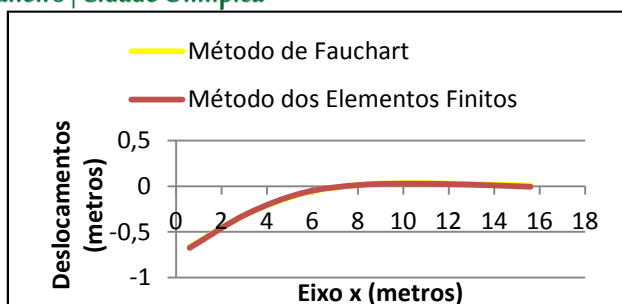


Figura 5 – Linhas de influência para a viga 1 do modelo USP.

Aplicações

Conforme abordado anteriormente, o presente estudo é aplicado em três diferentes pontes rodoviárias localizadas na BR-392 que liga Rio Grande à Pelotas no estado do Rio Grande do Sul. Foram escolhidas a ponte sobre o arroio Bolacha, situada no Km 14,65, a ponte sobre a Várzea III e o vão central do viaduto ferroviário, ambas localizadas no segmento compreendido entre o Km 35,8 e Km 60.

Ponte sobre o arroio Bolacha

Esta estrutura é uma ponte rodoviária em vigas retas de concreto protendido com f_{ck} igual a 35 MPa, módulo de elasticidade secante, conforme NBR 6118:2014, de 29402,9 MPa e coeficiente de Poisson de 0,2. A sua superestrutura possui 45,50 m de vão, é constituída por quatro longarinas e apresenta transversinas de extremidade com seção 30x221 cm e transversinas de apoio com seção 17,45x140 cm. Abaixo, na figura 6, mostra-se o esquema estrutural necessário para a criação do modelo.

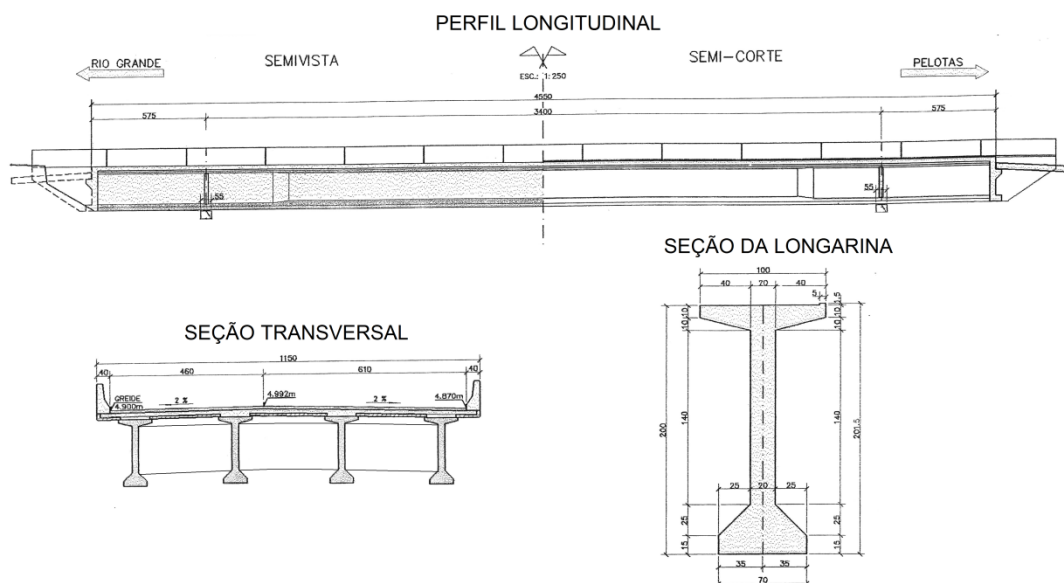


Figura 6 – Características do modelo da ponte sobre o Arroio Bolacha

De maneira análoga ao procedimento realizado no modelo de validação, obtiveram-se os resultados dispostos na tabela 2.

Tabela 2 – Distribuição dos esforços para a viga 1 da ponte sobre o Arroio Bolacha.

Eixo x (m)	Deslocamentos (m)	
	MEF	Fauchart
1,15	0,72715	0,76440
4,15	0,26608	0,28330
7,35	0,03028	0,01447
10,35	-0,02324	-0,07565

Estes valores definem as linhas de influência representadas na Figura 7.

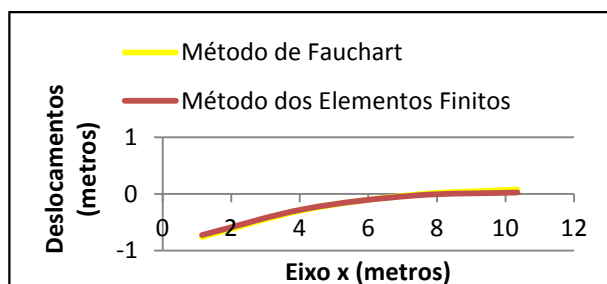


Figura 7 – Linhas de influência para a viga 1 da ponte sobre o Arroio Bolacha.

Vão central do viaduto ferroviário

Esta estrutura é definida como viaduto, pois transpõe um obstáculo seco. Trata-se de um viaduto em vigas retas de concreto protendido com f_{ck} igual a 35 MPa, módulo de elasticidade secante, conforme NBR 6118:2014, de 29402,9 MPa e coeficiente de Poisson de 0,2. A sua superestrutura possui 28 m de vão, é constituída por quatro longarinas e apresenta apenas transversinas de extremidade com seção 17,5x181 cm em sua composição. Apresenta-se na figura 8 o esquema estrutural necessário para a criação do modelo.

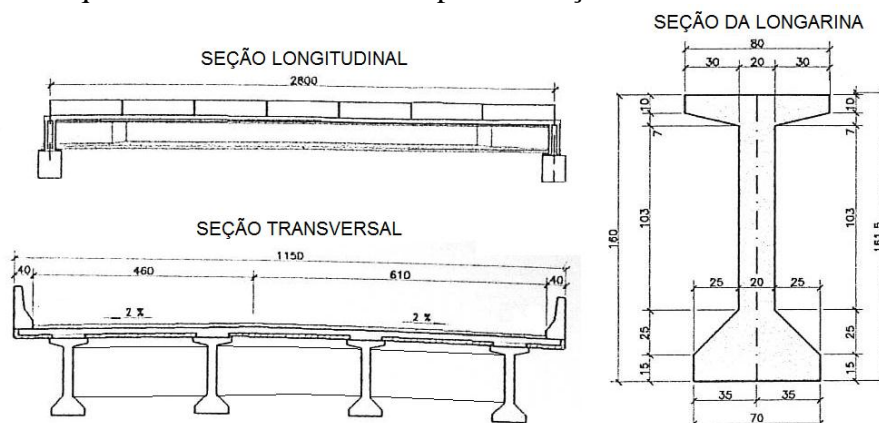


Figura 8 – Características do modelo do viaduto ferroviário

Os resultados da análise em ambos os métodos estão organizados na tabela 3 abaixo.

Tabela 3 – Distribuição dos esforços para a viga 1 do viaduto ferroviário.

Eixo x (m)	Deslocamentos (m)	
	MEF	Fauchart
1,15	0,73509	0,76960
4,15	0,26173	0,26780
7,35	0,02398	0,00945
10,35	-0,02079	-0,06001

Estes valores definem as linhas de influência representadas na Figura 9.

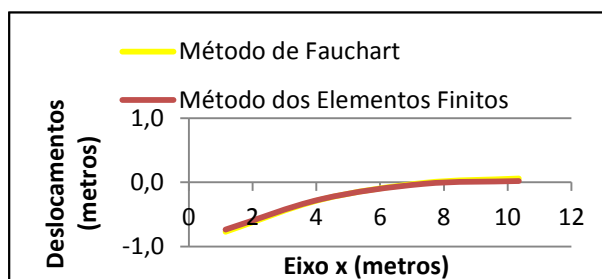


Figura 9 – Linhas de influência para a viga 1 do vão central do viaduto ferroviário.

Ponte sobre a Várzea III

Por fim, tem-se a ponte rodoviária sobre a Várzea III, uma ponte em vigas retas, porém diferentemente das demais, de concreto armado com f_{ck} igual a 25 MPa. Além disso, apresenta módulo de elasticidade secante, conforme NBR 6118:2014, de 2415 MPa e coeficiente de Poisson de 0,2. A sua superestrutura possui 26 m de vão, é constituída por cinco longarinas e apresenta transversinas de extremidade com seção 20x121 cm e transversinas de apoio com seção 17,45x68 cm. O esquema estrutural necessário para a criação do modelo pode ser visualizado na figura 10.

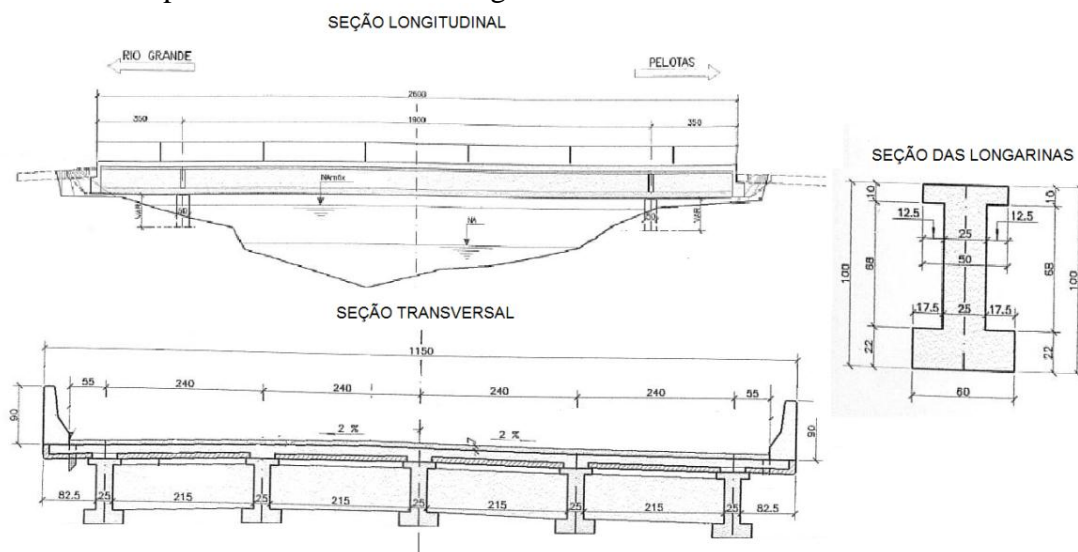


Figura 10 – Características do modelo da Várzea III



Os resultados da análise para esta estrutura em ambos os métodos podem ser verificados na tabela 4 abaixo.

Tabela 4 – Distribuição dos esforços para a viga 1 da ponte sobre a Várzea III.

Eixo x (m)	Deslocamentos (m)	
	MEF	Fauchart
0,95	0,64618	0,65210
3,35	0,27393	0,29000
5,75	0,07754	0,07447
8,15	0,02718	-0,00410
10,55	-0,02484	-0,02467

Estes valores definem as linhas de influência representadas na Figura 11.

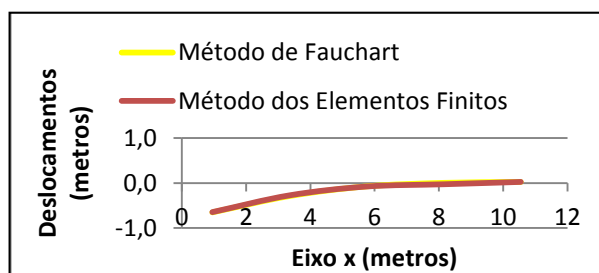


Figura 11 – Linhas de influência para a viga 1 da ponte sobre a Várzea III.

Conclusão

Diante aos resultados apresentados, pode-se concluir que a solução pelo método de Fauchart demonstra-se bem próxima da solução rigorosa do problema pelo método de elementos finitos, já que a comparação realizada numericamente e graficamente entre os resultados demonstra a boa concordância entre as linhas de influência.

Referências

- ANSYS MULTIPHYSICS/LS-DYNA, versão 12.1: Guia do Usuário: Ansys Inc.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14724: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, ABNT, 2014.
- PFEIL, Walter. Pontes em concreto armado: elementos de projetos, solicitações, dimensionamento. Segunda edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- MCCORMAC, Jack C. Análise Estrutural: Usando Métodos Clássicos e Métodos Matriciais. Quarta edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009.
- MOAVENI, Saeed. Finite element analysis: theory and application with ANSYS. Second edition. Upper Saddle River: Pearson Education, 2003.
- STUCCHI, F. R. Pontes e grandes estruturas. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2006.