



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS  
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

## “Software” Para Dimensionamento De Consolos Curtos De Concreto Armado

Kim Filippi dos Santos<sup>1</sup>, Prof. Msc. Daniel Venancio Vieira<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Escola Superior de Criciúma / Engenharia Civil / kimfelippe@hotmail.com

<sup>2</sup> Escola Superior de Criciúma / Engenharia Civil / vieira.egenharia@gmail.com

### Resumo

Este artigo apresenta os critérios normativos e o dimensionamento das armaduras dos consolos curtos de concreto armado. Os consolos são concretados em conjunto com os pilares pré-moldados e devem resistir e transmitir os esforços aplicados por vigas sobre eles apoiadas. Em geral, as ligações são as partes mais importantes no projeto das estruturas de concreto pré-moldado. Elas são de fundamental importância tanto no que se refere à sua produção como para o comportamento global da estrutura montada. A utilização de elementos pré-moldados é justificada por diversas vantagens que envolvem aspectos estruturais, construtivos e econômicos. Entretanto, contrapondo-se a estas vantagens, existe uma grande preocupação com relação às ligações pré-moldadas e ao comportamento dos elementos que possibilitam esta conexão, por exemplo, os consolos curtos de concreto. Para o início do dimensionamento utilizou-se o método de bielas e tirantes e logo após a NBR 9062:2006.

### Palavras-chave

Concreto pré-moldado; Consolos; “Software”; Dimensionamento.

### Introdução

O presente trabalho apresenta o dimensionamento e a verificação dos consolos curtos de concreto armado através de um software.

De acordo com SILVA e GIONGO (2000) consolo pode ser definido como um elemento estrutural tridimensional, cuja distância de seu apoio até o ponto de aplicação da ação é menor ou igual a sua altura útil ( $a/d < 1$ ). Geralmente, o consolo é solicitado por aplicação de ação na face superior ou ao longo da altura, junto a sua extremidade livre.

Segundo FERNANDES e EL DEBS (2005) uma das principais particularidades do comportamento estrutural dos consolos curtos e muito curtos em relação as vigas é que as hipóteses das teorias técnicas de flexão não podem ser aplicadas ao seu estudo. Para a análise da sua capacidade resistente ou o seu dimensionamento, não se pode utilizar, portanto os modelos de cálculo de vigas que levam em consideração a hipótese de manutenção das seções planas.

Conforme FERNANDES e EL DEBS (2005) após a fissuração do concreto, o comportamento do consolo se modifica, ocorrendo a diminuição de rigidez e outros mecanismos mais complexos.

Para SILVA e GIONGO (2000) os consolos são usualmente engastados os pilares, e recebem ações na maioria das vezes elevadas. Podem ter formas retangulares ou trapezoidais. A forma trapezoidal é aceitável porque há uma região inerte na extremidade inferior do consolo. A forma trapezoidal dificulta a execução da fôrma, mas consome um menor volume de concreto, e deve ser projetada com uma altura da face externa ( $h_1$ ) suficiente para impedir o esmagamento da biela comprimida de concreto. A forma retangular é utilizada para ação aplicada ao longo da altura por meio de uma viga.

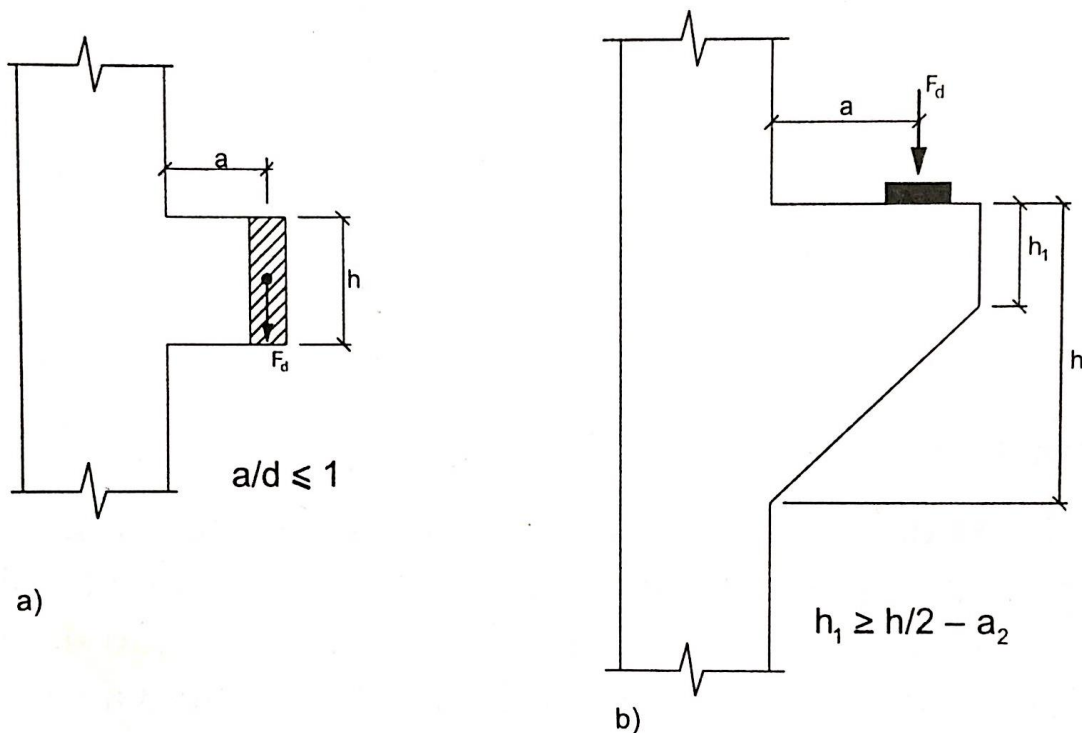


Figura 1 – Geometrias dos consolos

Segundo MACHADO (2000) os consolos devem ser projetados de modo a garantir que a armadura do tirante entre em escoamento antes da ruptura do concreto à compressão, evitando rupturas não dúcteis, sem aviso.

Conforme TORRES (1998) os consolos podem apresentar carregamentos diretos e indiretos, de acordo com a forma de aplicação da ação vertical. No caso de carregamento indireto, a ação vertical está aplicada ao longo de toda a altura do consolo ou está concentrada na face inferior deste elemento, impossibilitando a execução dos chanfros.

## Modelo Bielas e Tirantes

De acordo com BONGATTI (2008) esse método nada mais é do que uma representação discreta dos campos de tensões nos elementos estruturais, sendo que as bielas representam os campos principais de tração, que podem ser absorvidas por uma ou por várias camadas de armadura.

SCHKAICH e SCHAFER (1987) propuseram uma generalização dos modelos de treliça tornando sua aplicação bastante geral e sendo sua utilização estendida a uma gama variada de elementos estruturais, segundo SILVA (2000).

Para CAMPOS FILHO (1996) as partes de uma estrutura de concreto armado, nas quais se aplica a hipótese de Bernoulli da distribuição linear das deformações, são normalmente projetadas com uma precisão praticamente absoluta. Entretanto, outras partes, onde ocorrem descontinuidades de natureza estática ou geométrica, como pontos de aplicação de cargas concentradas, nós de pórticos, aberturas, etc., são projetadas por regras empíricas, baseadas na experiência.

De acordo com MIRANDA (2013) o modelo de bielas e tirantes é uma ferramenta de cálculo baseada no teorema estático da teoria da plasticidade que permite o dimensionamento de elementos ou regiões especiais de estruturas de concreto armado e protendido.

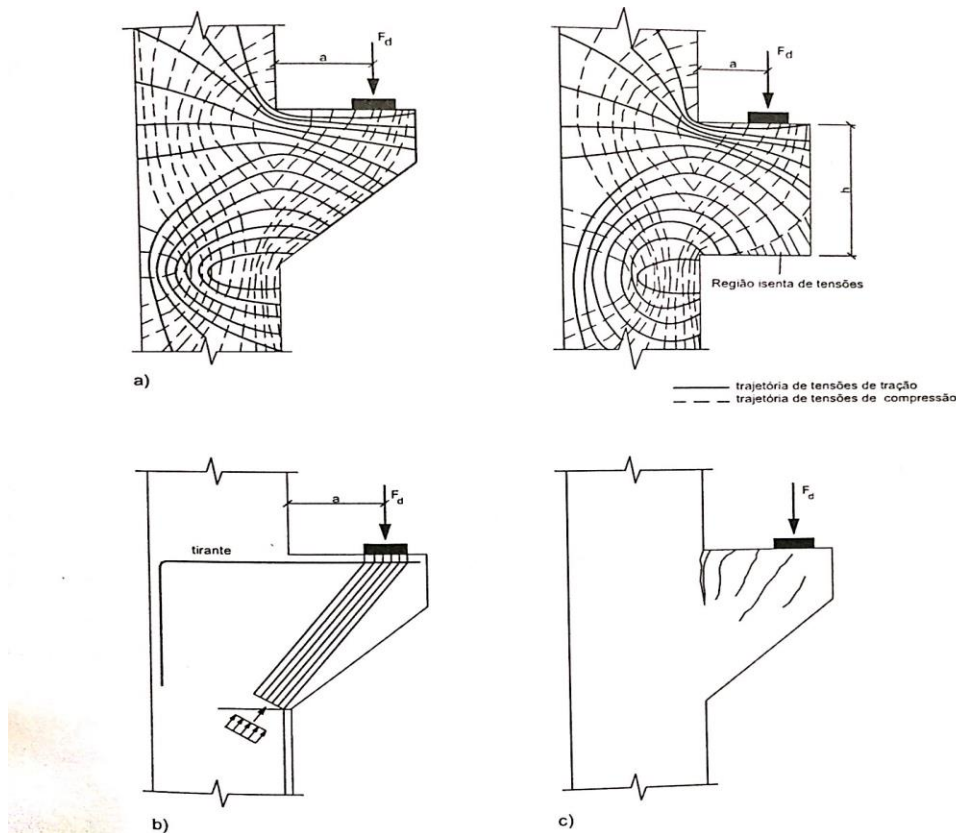


Figura 2 – Trajetória de tensões, modelo resistente e configuração fissurada dos consolos.

## Metodologia do Trabalho

Este trabalho foi realizado através de pesquisas bibliográficas em artigos, teses, dissertações, livros e trabalhos de conclusão de curso.

Foram utilizadas as normas técnicas para dar as diretrizes ao dimensionamento dos consolos curtos de concreto armado.

Após esta pesquisa foi desenvolvido um “software” para que esse dimensionamento fique de forma mais prática, com isso auxiliando melhor o estudante e o engenheiro na conferência e análise das armaduras.

O “software” foi desenvolvido em uma linguagem de programação chamada Xojo.

A seguir serão apresentadas as imagens do “software”.



Figura 3 - Abertura do “software”.



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS  
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

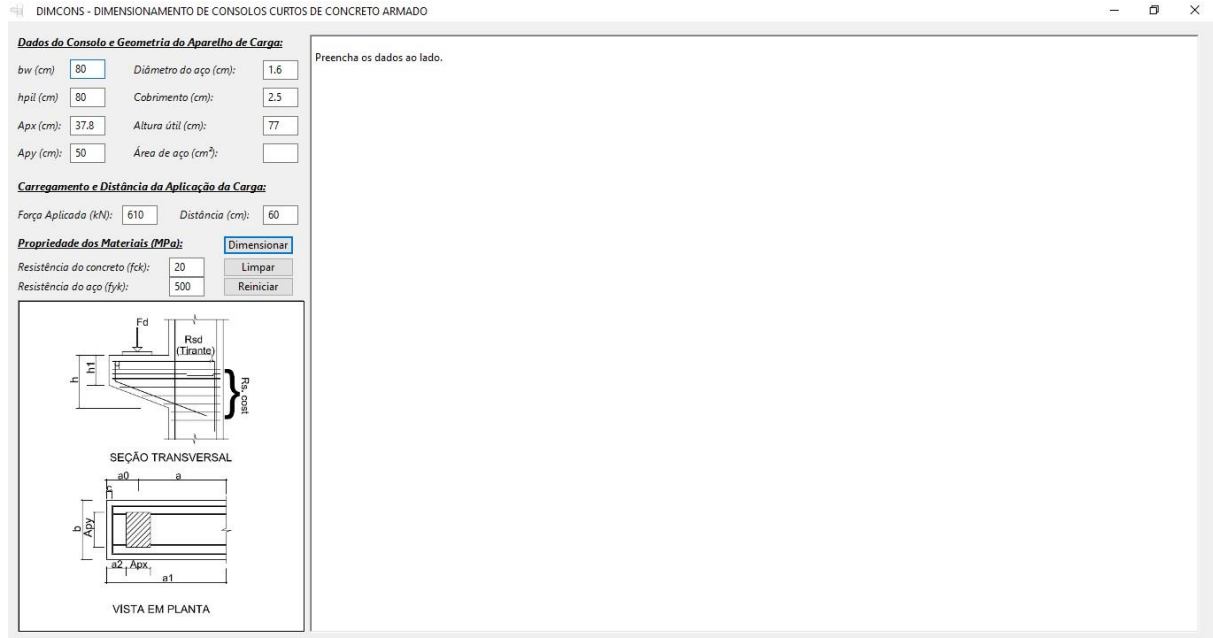


Figura 4 – Janela do “software”.

**Dados do Consolo e Geometria do Aparelho de Carga:**

$b_w$  (cm)  Diâmetro do aço (cm):

$h_{pil}$  (cm)  Cobrimento (cm):

$A_{px}$  (cm):  Altura útil (cm):

$A_{py}$  (cm):  Área de aço (cm<sup>2</sup>):

**Carregamento e Distância da Aplicação da Carga:**

Força Aplicada (kN):  Distância (cm):

**Propriedade dos Materiais (MPa):**

Resistência do concreto ( $f_{ck}$ ):

Resistência do aço ( $f_{yk}$ ):

Figura 5 – Entrada de dados.

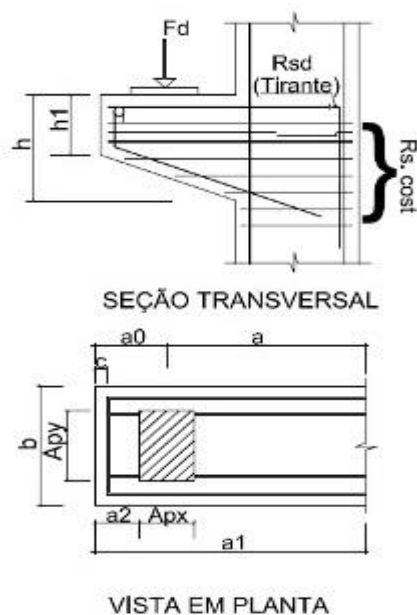


Figura 6 – Seções genéricas com alguns elementos indicados.

## Conclusões

Para mostrar o funcionamento do “software” foi utilizado um exemplo do livro modelo de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado, SILVA e GIONGO (2000).

O exemplo consiste nos seguintes valores,  $F_k = 610$  kN aplicada na face superior, ligado a um pilar de seção quadrada de 80 cm de lado, sendo distância da face do pilar ao ponto de aplicação da carga igual a 60 cm. Para os materiais são adotados concreto C20 e aço CA-50.

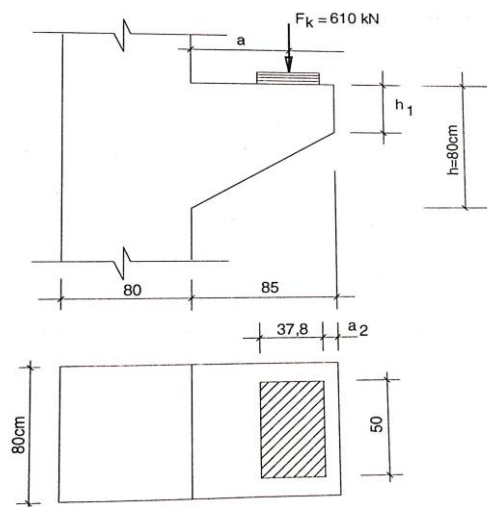


Figura 7 – Geometria do consolo utilizado no exemplo.



Primeiramente foi dimensionado pelo modelo de HAGBERG e posteriormente foi comparado com a norma NBR 9062:2006. A seguir estão apresentadas as fórmulas que foram usadas para o dimensionamento.

### Dimensionamento pelo modelo de HAGBERG

1. Determinação da altura do consolo

$$h = 1,2 * a \quad (1)$$

2. Distância da face externa da almofada externa de apoio a face externa do pilar

$$a_2 = C + (3,5 * \phi) \quad (2)$$

3. Altura da parte chanfrada ( $h_1$ ) paralela à face interna do pilar é dada por

$$h_1 = h/2 - a_2 \quad (3)$$

4. Verificação do e tipo de consolo

$$1 < a/d < 2 - \text{Viga em balanço};$$

$$0,5 < a/d < 1 - \text{consolo curto} \quad (4)$$

$$a/d < 0,5 - \text{consolo muito curto}$$

5. Definição geométrica do consolo

$$\text{tg} \beta_{\text{máx}} = (a + a_3/2)/d \quad (5)$$

6. Largura da biela comprimida

$$(b_{\text{comp}})_{\text{máx}} = a_3 * \cos(\beta_{\text{máx}}) \quad (6)$$

7. O ângulo entre  $R_{cc2}$  e a horizontal

$$\text{tg} \gamma = (d - (b_{\text{comp}}/2)) * \text{sen} * \beta_{\text{máx}} / (h - C - (b_{\text{comp}}/2)) * \text{cos} * \beta_{\text{máx}} \quad (7)$$

8. Esforços nas barras

$$R_{cc1} = Fd / (\text{cos} * \beta_{\text{máx}})$$

$$R_{st} = (\text{sen} * \beta_{\text{máx}}) * R_{cc1} \quad (8)$$

$$R_{cc2} = R_{st} / (\text{cos} * \gamma)$$

$$R_{cc3} = (\text{sen} * \gamma) * R_{cc2} + (\text{cos} * \beta_{\text{máx}}) * R_{cc1}$$





## 9. Dimensionamento do tirante e verificação das tensões

### 9.1. Área de aço necessária

$$A_{s_{nec}} = R_{st}/f_{yd} \quad (9)$$

### 9.2. Tensão no aparelho de apoio sob ação da força aplicada

$$\sigma_{c3} = Fd/a_3*a_1 \quad (10)$$

### 9.3. Tensão deve ser menor que

$$f_{cd2} = 0,552*f_{cd} \quad (11)$$

### 9.4. Verificação da tensão no apoio

$$f_{cd2} > \sigma_{c3} \text{ Passa!!} \quad (12)$$

### 9.5. Verificação das tensões na biela

$$f_{cd1} = 0,736*f_{cd} \quad (13)$$

### 9.6. Tensões com as forças $R_{cc1}$ e $R_{cc3}$

$$\sigma_{c1} = R_{cc3}/(b_{comp}*b) < f_{cd1} \quad (14)$$

$$\sigma_{c3} = R_{cc1}/(b_{comp}*b) < f_{cd1} \quad (15)$$

## Dimensionamento pela NBR 9062:2006

### 1. Altura da face externa do consolo não deve ser menor que a metade da altura do consolo

$$h_1 > h/2 - a_2 \quad (16)$$

### 2. Distância $a_2$ face externa da almofada de apoio a face externa do pilar

$$a_2 = C + (3,5*\phi) \quad (17)$$

### 3. Verificação da biela comprimida para consolos curtos $0,5 < a/d < 1$ não podem ultrapassar:

- a)  $f_{cd}$  para cargas diretas;
- b)  $0,85*f_{cd}$  para cargas indiretas;

### 4. Tirante

$$A_{s,tir} = A_{sv} + Hd/f_{yd} \quad (18)$$

$$A_{sv} = (0,1 + a/d)*Fd/f_{yd} \quad (19)$$





5. Armadura de costura distribuída em 2/3d

$$(A_s/s)_{\text{cost}} > 0,4*(A_{s_v}/d) \quad (20)$$

### Resultado do “Software”

<b><u>Dados do Consolo e Geometria do Aparelho de Carga:</u></b>			
<i>bw (cm)</i>	<input type="text" value="80"/>	<i>Diâmetro do aço (cm):</i>	<input type="text" value="1.6"/>
<i>h<sub>pil</sub> (cm)</i>	<input type="text" value="80"/>	<i>Cobrimento (cm):</i>	<input type="text" value="2.5"/>
<i>A<sub>px</sub> (cm):</i>	<input type="text" value="37.8"/>	<i>Altura útil (cm):</i>	<input type="text" value="77"/>
<i>A<sub>py</sub> (cm):</i>	<input type="text" value="50"/>	<i>Área de aço (cm<sup>2</sup>):</i>	<input type="text"/>
<b><u>Carregamento e Distância da Aplicação da Carga:</u></b>			
<i>Força Aplicada (kN):</i>	<input type="text" value="610"/>	<i>Distância (cm):</i>	<input type="text" value="60"/>
<b><u>Propriedade dos Materiais (MPa):</u></b>		<input type="button" value="Dimensionar"/>	
<i>Resistência do concreto (f<sub>ck</sub>):</i>	<input type="text" value="20"/>	<input type="button" value="Limpar"/>	
<i>Resistência do aço (f<sub>yk</sub>):</i>	<input type="text" value="500"/>	<input type="button" value="Reiniciar"/>	

Figura 8 – Dados do exemplo.



IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS  
18 a 20 de maio, 2016 - Everest Rio Hotel

IXCBPE

Rio de Janeiro | Cidade Olímpica

Dados:

$f_{cd} = 1,43 \text{ kN/cm}^2$   $f_{yd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$   $F_d = 854,00 \text{ kN.cm}$

Geometria do Consolo (Observar na figura ao lado):

$h = 80,00 \text{ cm}$   $a_2 = 8,10 \text{ cm}$   $h_1 = 41,90 \text{ cm}$

Verificação do tipo de consolo: CONSOLO CURTO

MODELO DE HAGBERG:

Beta máximo:  $\tan \beta_{\max} = 45,70 \text{ cm}$  Largura da biela comprimida:  $b_{\text{comp}} = 26,40 \text{ cm}$  Ângulo entre Rcc2 e horizontal:  $\gamma = 44,69314$

Esforços nas barras:  $R_{cc1} = 1222,73 \text{ kN}$   $R_{cc2} = 1230,96 \text{ kN}$   $R_{cc3} = 1719,75 \text{ kN}$   $R_{st} = 875,07 \text{ kN}$

Área da armadura necessária:  $A_{s\text{necc}} = 20,13 \text{ cm}^2$

Tensão no apoio:  $\sigma_{ap} = 0,45 \text{ kN/cm}^2$  Tensão Limite:  $f_{cd2} = 0,79 \text{ kN/cm}^2$  Verificação: PASSA

Tensões na biela:  $\sigma_{bie} = 0,81 \text{ kN/cm}^2$  Tensão Limite:  $f_{cd1} = 1,05 \text{ kN/cm}^2$  Verificação: PASSA

NBR:9062

Tensão na biela:  $\sigma_{c1} = 0,58 \text{ kN/cm}^2$  Tensão Limite:  $f_{cd} = 1,43 \text{ kN/cm}^2$  Verificação tensão na biela: PASSA

Armadura do tirante:  $A_{stir} = 17,27 \text{ cm}^2$

Armadura de costura:  $A_{scost} = 8,97 \text{ cm}^2 \text{ m}$  ( 5.0C/5, 6.3C/8, 8.0C/12, 10.0C/18, 12.5C/28, 16.0C/45, 20.0C/71 )

Armadura transversal:  $A_{strans} = 7,07 \text{ cm}^2 \text{ m}$  ( 5.0C/6, 6.3C/9, 8.0C/15, 10.0C/23, 12.5C/36, 16.0C/57, 20.0C/90 )

Figura 9 – Resultado do dimensionamento.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-9062 - Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.
- EL DEBS, M. K. Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações. São Carlos: EESC-USP, 2000.
- INCORPORATION, Xojo, Xojo Reference Guide. Disponível em : <http://developer.xojo.com/home>. Acesso em: jun. 2015.
- SANTOS, D. (2006) Análise das vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.
- SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R. Dimensionamento de Consolos de Concreto com o Auxílio de Modelos de Bielas e Tirantes - Parte I: Fundamentos. Revista Técnica, São Paulo, p.1-4, 2013.
- SILVA, Reginaldo Caneiro da; GIONGO, José Samuel. Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado. São Carlos: EESC-USP, 2000.
- TORRES, F. M. Análise Teórico-Experimental de Consolos de Concreto Armado. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.