

## **Discussão sobre a Redistribuição de Momentos Negativos em Zonas de Apoio nas Estruturas de Concreto Armado: Estudo de Caso**

**Michael Lopes Honscha<sup>1</sup>, Fabrício Longhi Bolina<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Unisinos / Pós-graduando em Projeto de Estruturas / mlhonscha@hotmail.com

<sup>2</sup>Unisinos / Professor curso pós-graduação em Projeto de Estruturas / fabriciolb@unisinos.br

### **Resumo**

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o impacto da redistribuição de momentos negativos nas zonas de apoio, como as ligações viga-pilar. A avaliação foi feita através do estudo de caso de um projeto de edificação residencial elaborado na cidade de Pelotas, no Estado do Rio Grande do Sul, com o auxílio do software comercial CAD/TQS. Foram comparados 2 métodos de análise estrutural: linear e linear com redistribuição, conforme prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo o último variando entre 10 e 25%. Foi possível constatar a redução da taxa de armadura necessária e efetiva nas zonas de apoio, contribuindo para uma melhor execução dessas regiões em obra, visto a redução do congestionamento de barras nas áreas críticas.

### **Palavras-chave**

Análise estrutural; Redistribuição de momentos; Ligação viga-pilar.

### **Introdução**

O engenheiro envolvido no projeto de estruturas deve tomar decisões técnicas sobre sistemas estruturais. Essas decisões incluem selecionar uma forma estrutural eficiente, econômica e exequível com o maior nível de segurança possível de acordo com as normas técnicas vigentes e a boa prática de engenharia. Ao projetar uma estrutura, deve-se realizar a análise estrutural da mesma, de forma a escolher os modelos teóricos que representam adequadamente a estrutura real e o tipo de análise correto para o comportamento dos materiais utilizados.

De acordo com Negreiros (2010), um bom modelo estrutural para o cálculo de edifícios de concreto armado deve considerar a heterogeneidade do material, seu comportamento não-linear, a fissuração do concreto, suas alterações ao longo do tempo (fluência) e o tratamento adequado das ações.

Um dos aspectos relevantes ao se projetar uma estrutura é como, no modelo teórico, considerar as ligações entre elementos como vigas e pilares, a rigidez destas ligações e o tipo de análise empregada.

A NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 14.5, permite basicamente cinco tipos de análise estrutural: análise linear, análise linear com redistribuição, análise plástica, análise não linear e análise através de modelos físicos. Tais métodos se diferenciam no comportamento admitido para os materiais constituintes da estrutura.

O presente trabalho tem como objetivo, a partir de um projeto real, avaliar o impacto da aplicação de duas diferentes formas de análise (linear e linear com redistribuição) do ponto de vista econômico e de exequibilidade, bem como trazer uma breve revisão sobre os aspectos da redistribuição de momentos negativos na análise estrutural. O projeto analisado é do pavimento tipo de uma edificação residencial localizada na cidade de Pelotas/RS com o auxílio do software CAD/TQS versão 18.13.

## Revisão Bibliográfica

### Análise linear

A análise linear, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) admite comportamento elástico-linear para os materiais. A elasticidade de um material está associada à sua tendência de voltar à sua configuração inicial após ter sofrido deformações decorrentes de ações externas, com posterior alívio de carregamento, conforme definição de Fontes (2005). Um elemento estrutural fletido encontra-se em regime elástico até a primeira fibra longitudinal atingir o limite elástico (FONTES, 2005).

Por definição da NBR 6118 (ABNT, 2014), os resultados de uma análise linear são usualmente empregados para a verificação de estados limites de serviço. A utilização para verificações de estado limite último podem ser feitas, desde que se garanta a ductilidade dos elementos estruturais.

### Análise linear com redistribuição

Conforme traz a NBR 6118 (ABNT, 2014), na análise linear com redistribuição, os efeitos das ações, determinados em uma análise linear, são redistribuídos na estrutura, para as combinações de carregamento do ELU. Ainda, salienta-se que as condições de equilíbrio e ductilidade dos materiais devem ser garantidas.

Quando o limite elástico for excedido, para um determinado carregamento, os momentos fletores se diferenciarão daqueles obtidos pela análise linear. A diferença entre o momento fletor real para uma seção e aquele determinado pela análise linear é referida como redistribuição de momento (KODUR & CAMPBELL, 1996).

De acordo com Kirsten (2016), considerar redistribuição na ligação entre uma viga e um pilar significa, de forma simplificada, considerar que uma parcela do momento negativo que ocorre na ligação entre os elementos é redistribuída para o momento positivo da viga. Em decorrência desse processo temos que, com a redistribuição dos momentos negativos, haverá uma redução da área de aço necessária na ligação entre a viga e o pilar e um aumento da área de aço necessária para resistir ao momento positivo da viga. Além de uma tendência de redução do momento fletor ao qual o pilar de apoio está submetido.

Segundo o CEB (1998), a utilização da redistribuição de momentos apresenta vários benefícios, como a transferência de esforços solicitantes para as áreas com tensões mais baixas; menor taxa de armadura localizada nas áreas de momentos negativos, portanto, tensões reduzidas na região comprimida da seção e redução do congestionamento de barras de aço sobre os apoios. Fontes (2005) comenta que essa redução ocasiona melhoria das condições de concretagem nestas áreas críticas.

A redistribuição dos esforços é típica de estruturas hiperestáticas, visto que a capacidade resistente não se esgota mesmo ocorrendo a plastificação de uma seção da estrutura. Assim, os esforços passam a ser resistidos por regiões adjacentes.

Além disso, Moncayo (2011) comenta que, ao fazer tal redistribuição de esforços, se aproxima do comportamento real do concreto, uma vez que ao ser feita, a fissuração do concreto é levada em conta, algo que não acontece na análise linear.

## Restrições para a redistribuição

Por definição da NBR 6118 (ABNT, 2014), as redistribuições de momentos fletores em pilares e elementos lineares com preponderância de compressão só podem ser adotadas quando forem decorrentes de redistribuições de momentos de vigas que a eles se liguem.

## Limites para redistribuição de momentos e condições de ductilidade

O item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) traz os limites para redistribuição de momentos e condições de ductilidade que devem ser respeitadas. Isto faz com que o elemento estrutural fique dimensionado de tal forma a evitar a ruptura frágil.

A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade.

Para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:

- a)  $x/d \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq 0,35$ , para concretos com  $50$  MPa  $< f_{ck} \leq 90$  MPa.

Esses limites podem ser alterados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como, por exemplo, os que produzem confinamento nessas regiões.

Quando for efetuada uma redistribuição, reduzindo-se um momento fletor de  $M$  para  $\delta M$ , em uma determinada seção transversal, a profundidade da linha neutra nessa seção  $x/d$ , para o momento reduzido  $\delta M$ , deve ser limitada por:

- a)  $x/d \leq (\delta - 0,44)/1,25$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq (\delta - 0,56)/1,25$ , para concretos com  $50$  MPa  $< f_{ck} \leq 90$  MPa.

O coeficiente de redistribuição deve, ainda, obedecer aos seguintes limites:

- a)  $\delta \geq 0,90$ , para estruturas de nós móveis;
- b)  $\delta \geq 0,75$ , para qualquer outro caso.

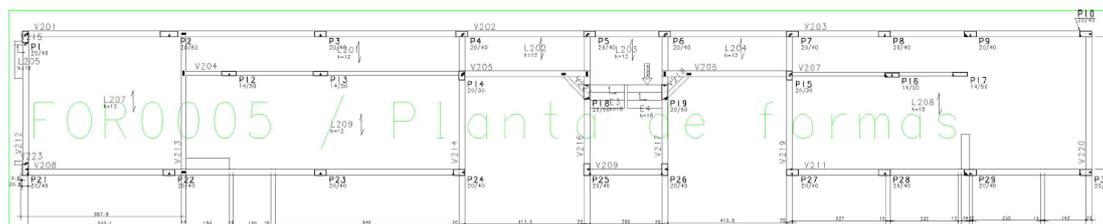
De forma resumida, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite definir até 10% de redistribuição quando os efeitos de segunda ordem global na estrutura têm influência considerável (estrutura de nós móveis) e até 25% de redistribuição em estruturas de nós fixos.

Valores acima destes somente podem ser utilizados caso seja verificada a capacidade de rotação plástica na região onde é feita a redistribuição.

Moncayo (2011) salienta que o limite de redução é menor para estruturas de nós móveis (menos rígidas) pois a redistribuição torna a estrutura mais deslocável, aumentando os esforços de segunda ordem.

## Materiais e Métodos

O trabalho tem como objetivo avaliar a aplicação do método de análise linear com redistribuição, comparando-o com a utilização da análise linear como forma de análise estrutural. Para tanto, será processado o Pavimento Tipo de uma edificação real situada na cidade de Pelotas/RS com o auxílio do software CAD/TQS versão 18.13. O principal objeto de análise o impacto da redistribuição de momentos fletores negativos nas ligações viga-pilar. A planta de forma do pavimento e as vigas analisadas se encontram na Figura 1 e Tabela 1, respectivamente.



**Figura 1 – Planta de forma: Pavimento Tipo.**

**Tabela 1 – Vigas analisadas.**

Viga	Seção	Número de apoios	Apoios
V201	20x45	4	P1
			P2
			P3
			P4
V202	20x45	4	P4
			P5
			P6
			P7
V203	20x45	4	P7
			P8
			P9
			P10
V207	14x30	3	P15
			P16
			P17
V208	20x40	4	P21
			P22
			P23
			P24
V209	20x28	2	P25
			P26
V211	20x45	4	P27
			P28
			P29
			P30
V212	20x45	2	P21
			P1
V214	20x28	3	P24
			P14
			P4
V216	20x28	3	P25
			P18
			P5
V217	20x28	3	P26
			P19
			P6
V219	20x28	3	P27
			P15
			P7
V220	20x28	2	P30
			P10

O *software* gera automaticamente, com os dados informados, a área de aço nas seções de interesse e um arranjo de barras correspondente, de acordo com o valor dos esforços nas zonas de apoio.

Para a realização desta pesquisa, foram utilizados fatores de redução  $\delta = 1,00$  (análise linear com regime elástico, sem redistribuição);  $0,90$  (redistribuição de 10% do momento negativo); e  $\delta = 0,75$  (fator redutor de 25% dos momentos negativos nas zonas de apoio). Vale salientar que trata-se de uma estrutura de nós fixos, respeitando os limites de redistribuição encontrados no item 14.6.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Além disso, as condições de ductilidade a flexão são garantidas pelo sistema CAD/Vigas do software utilizado. Os limites da profundidade relativa da linha neutra são naturalmente respeitados ao adotar, se necessário, uma armadura adequada para tal. Para o projeto em questão, o  $f_{ck}$  do concreto dos elementos analisados é de 25 MPa.

O parâmetro de cálculo  $K1$  encontrado no CAD/TQS permite realizar a redistribuição de momentos no processamento do pavimento. O critério permite variar desde o regime elástico para análise linear ( $K1=0$ ) até a porcentagem de redução de interesse. A Figura 2 traz a seleção para um fator de redução  $\delta = 0,75$ .

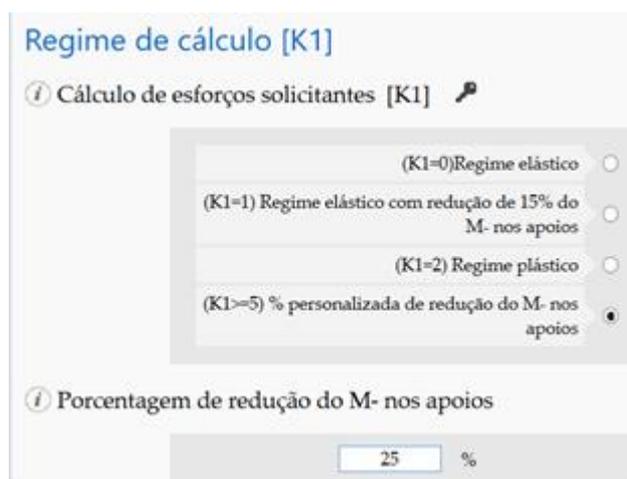


Figura 2 - Regime de cálculo com fator  $\delta = 0,75$ .

## Resultados e Discussões

A Tabela 2 traz os momentos fletores negativos sem redução, com redução de 10% e redução de 25% encontrados nos apoios das vigas analisadas. É possível ver também a área de aço calculada para cada fator de redução. Ainda, em valores percentuais, tem-se a redução da área de aço calculada na ligação viga-pilar devido à redistribuição de momento fletor negativo, comparado ao valor sem redução (análise linear).

**Tabela 2 - Redução da área de aço necessária com redistribuição de momentos.**

Viga	Apoios	Momento sem redução (tfm)	As (cm2)	Momento com Redução de 10%	As (cm2)	Redução As (%)	Momento com Redução de 25%	As (cm2)	Redução As (%)
V201	P1	2,00	1,62	1,80	1,47	9,26	1,50	1,41	12,96
	P2	4,80	4,17	4,30	3,70	11,27	3,60	3,05	26,86
	P3	2,60	2,16	2,30	1,93	10,65	2,00	1,71	20,83
	P4	1,80	1,53	1,60	1,47	3,92	1,40	1,47	3,92
V202	P4	2,10	1,69	1,80	1,51	10,65	1,50	1,51	10,65
	P5	1,50	1,65	1,30	1,65	0,00	1,10	1,65	0,00
	P6	2,00	1,65	1,80	1,65	0,00	1,50	1,65	0,00
	P7	1,40	1,51	1,30	1,46	3,31	1,10	1,46	3,31
V203	P7	1,40	1,51	1,20	1,51	0,00	1,00	1,47	2,65
	P8	0,70	1,48	0,70	1,48	0,00	0,60	1,48	0,00
	P9	3,40	2,85	3,10	2,55	10,53	2,50	2,11	25,96
	P10	1,70	1,45	1,50	1,45	0,00	1,20	1,45	0,00
V207	P15	1,60	2,19	1,40	1,95	10,96	1,20	1,59	27,40
	P16	2,20	3,25	2,00	2,96	8,92	1,60	2,31	28,92
	P17	0,70	0,98	0,70	0,88	10,20	0,60	0,73	25,51
V208	P21	2,30	2,18	2,10	1,95	10,55	1,70	1,62	25,69
	P22	5,00	5,09	4,50	4,55	10,61	3,80	3,70	27,31
	P23	4,30	4,31	3,90	3,81	11,60	3,20	3,13	27,38
	P24	2,40	2,24	2,10	2,01	10,27	1,80	1,66	25,89
V209	P25	0,30	0,84	0,30	0,84	0,00	0,20	0,84	0,00
	P26	0,30	0,84	0,30	0,84	0,00	0,30	0,84	0,00
V211	P27	1,60	1,47	1,40	1,47	0,00	1,20	1,47	0,00
	P28	1,40	1,48	1,30	1,48	0,00	1,10	1,48	0,00
	P29	3,90	3,3	3,50	2,95	10,61	2,90	2,43	26,36
	P30	2,10	1,74	1,90	1,56	10,34	1,60	1,45	16,67
V212	P21	4,40	3,75	3,90	3,35	10,67	3,30	2,76	26,40
	P1	4,60	3,92	4,10	3,50	10,71	3,40	2,88	26,53
V214	P24	1,50	2,17	1,40	1,93	11,06	1,10	1,59	26,73
	P14	2,00	2,94	1,80	2,62	10,88	1,50	2,15	26,87
	P4	1,90	2,85	1,70	2,54	10,88	1,40	2,08	27,02
V216	P25	2,50	3,79	2,20	3,36	11,35	1,90	2,72	28,23
	P18	3,20	5,35	2,90	4,63	13,46	2,40	4,17	22,06
	P5	2,30	3,44	2,00	3,03	11,92	1,70	2,50	27,33
V217	P26	2,70	4,36	2,50	3,75	13,99	2,00	3,03	30,50
	P19	3,20	5,18	2,90	4,71	9,07	2,40	4,34	16,22
	P6	2,40	3,64	2,20	3,21	11,81	1,80	2,62	28,02
V219	P27	1,70	2,42	1,50	2,16	10,74	1,20	1,78	26,45
	P15	2,30	3,48	2,10	3,07	11,78	1,70	2,53	27,30
	P7	2,30	3,48	2,10	3,14	9,77	1,80	2,57	26,15
V220	P30	2,20	3,35	2,00	2,96	11,64	1,70	2,43	27,46
	P10	2,50	3,77	2,20	3,35	11,14	1,90	2,72	27,85

Como pode-se notar, a redução da armadura necessária nos apoios das vigas acompanha, em média, o valor da redução do momento nas seções analisadas.

Considerando o pavimento inteiro, tem-se, conforme a Tabela 3.

**Tabela 3 - Redução da área de aço total necessária para o Pavimento Tipo**

	As total (cm <sup>2</sup> )	Redução de As (%)
<b>Sem redução</b>	111,07	-
<b>Redução = 10%</b>	100,39	9,62
<b>Redução = 25%</b>	86,54	22,09

Contudo, em alguns casos, por tratar-se de esforços não muito significativos – o valor máximo encontrado para o momento negativo é de 5 tf.m – obtém-se arranjos de barras iguais mesmo quando há a redução do momento encontrado. Isso se deve ao fato de que a diferença da área de aço necessária para resistir ao momento sem redução e a área com momento reduzido não seja suficientemente significativa para alterar o arranjo de barras, isto é, ao subtrair 1 barra da seção, o elemento passa a não resistir ao esforço atuante (conforme limites estabelecidos pela NBR 6118).

Os arranjos encontrados para as seções de vigas nas zonas de apoios encontram-se na Tabela 4.

**Tabela 4 - Arranjo de barras para os momentos negativos obtidos.**

Viga	Apoios	Arranjo sem redução (n B mm)	Arranjo com Redução = 10% (n B mm)	Arranjo com Redução = 25% (n B mm)
V201	P1	2 B 10	2 B 10	2 B 10
	P2	4 B 12,5	3 B 12,5	4 B 10
	P3	3 B 10	3 B 10	3 B 10
	P4	2 B 10	2 B 10	2 B 10
V202	P4	3 B 10	2 B 10	2 B 10
	P5	3 B 10	3 B 10	3 B 10
	P6	3 B 10	3 B 10	3 B 10
V203	P7	2 B 10	2 B 10	2 B 10
	P8	2 B 10	2 B 10	2 B 10
	P9	4 B 10	4 B 10	3 B 10
	P10	2 B 10	2 B 10	2 B 10
V207	P15	3 B 10	3 B 10	2 B 10
	P16	3 B 12,5	4 B 10	3 B 10
	P17	2 B 8	2 B 8	2 B 8
V208	P21	3 B 10	3 B 10	2 B 10
	P22	3 B 16	4 B 12,5	3 B 12,5
	P23	4 B 12,5	2 B 16	4 B 10
	P24	3 B 10	3 B 10	3 B 10
V209	P25	2 B 8	2 B 8	2 B 8
	P26	2 B 8	2 B 8	2 B 8
V211	P27	2 B 10	2 B 10	2 B 10
	P28	2 B 10	2 B 10	2 B 10
	P29	3 B 12,5	4 B 10	2 B 12,5
	P30	3 B 10	2 B 10	2 B 10
V212	P21	3 B 12,5	3 B 12,5	4 B 10
	P1	2 B 16	3 B 12,5	4 B 10
V214	P24	3 B 10	3 B 10	2 B 10
	P14	4 B 10	3 B 10	3 B 10
	P4	4 B 10	4 B 10	3 B 10
V216	P25	3 B 12,5	3 B 12,5	4 B 10
	P18	3 B 16	4 B 12,5	3 B 12,5
	P5	3 B 12,5	4 B 10	2 B 12,5
V217	P26	4 B 12,5	3 B 12,5	4 B 10
	P19	3 B 16	4 B 12,5	3 B 12,5
	P6	3 B 12,5	4 B 10	4 B 10
V219	P27	3 B 10	3 B 10	3 B 10
	P15	3 B 12,5	4 B 10	2 B 12,5
	P7	3 B 12,5	4 B 10	4 B 10
V220	P30	3 B 12,5	4 B 10	3 B 10
	P10	3 B 12,5	3 B 12,5	4 B 10

Assim, somando as áreas reais de armadura obtidas para o pavimento analisado, tem-se as reduções efetivas de aço (Tabela 5):

**Tabela 5 - Redução da área de armadura efetiva nas seções de apoio**

	<b>As total (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Redução de As (%)</b>
<b>Sem redução</b>	122,23	-
<b>Redução = 10%</b>	109,04	10,79
<b>Redução = 25%</b>	93,68	23,36

## 5 Conclusões

Pode-se perceber que, de fato, a redistribuição de momentos negativos das zonas de apoio impacta diretamente na área de armadura necessária para resistir aos esforços atuantes. Com isso, é possível reduzir o número de barras introduzidas nessas áreas críticas, bem como há a possibilidade de usar barras de aço com menor diâmetro, tornando a ligação mais fácil de ser executada. Ou seja, assim como apresenta o CEB (1998), fica claro o alívio das tensões na região comprimida das seções e a redução do congestionamento de barras de aço sobre os apoios.

Contudo, vale salientar que os esforços reduzidos não “somem” da estrutura, apenas são transferidos para áreas com tensões mais baixas. Sendo assim, as regiões adjacentes passam a resistir a estes esforços e sofrem um acréscimo de taxa de armadura.

Do ponto de vista econômico, a vantagem encontra-se no fato de que, ao tornar uma estrutura mais fácil de ser executada, a produtividade aumenta, visto que há a transferência de esforços para outras seções menos carregadas, contribuindo também com o alívio de tensões descarregadas nos pilares da estrutura. Além disso, possibilita a subtração de diâmetros de barras maiores, tornando menor a variabilidade de seções utilizadas.

Por fim, conclui-se que, apesar da redistribuição de momentos apresentar notáveis vantagens, é algo que deve ser coerente com o modelo estrutural que se encontra na realidade. É imprescindível que o tipo de análise adotado seja, de fato, condizente com o comportamento da estrutura real. Assim, garante-se as vantagens da redistribuição e a segurança global dos elementos e das edificações.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (CEB). Ductility of reinforced concrete structures. Bulletin d'Information, n. 242. 1998.
- FONTES, F. F. Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR6118:2003. 2005. 137 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.



KIRSTEN A. Como saber até qual porcentagem de redistribuição posso usar em uma ligação semirrígida? Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/256/1639/pt-br/como-saber-ate-qual-porcentagem-de-redistribui%C3%A7%C3%A3o-posso-usar-em-uma-liga%C3%A7%C3%A3o-semirr%C3%ADgida.html>> Acesso em: 5 dez. 2017.

KODUR, V. & CAMPBELL, K. Evaluation of moment redistribution in twospan continuous prestressed concrete beam. ACI Structural Journal, v.93, n.6, p.721-728, novembro, dezembro, 1996.

MONCAYO, W. J. Z. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. 221 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

NEGREIROS, L. G. S. Análise inicial da influência do sistema de escoramento no comportamento das estruturas de edifícios de concreto armado durante a fase construtiva. 2010. 91 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia, Goiânia, 2010.