



Estudo Bidimensional da Interação Dinâmica Estrutura-Solo-Estrutura

Marco Felipe Fialho Santos¹, Helena Maria Reis Fideles², Sergio Hampshire de Carvalho Santos³, Webe João Mansur⁴

¹Escola Politécnica/ Universidade Federal do Rio de Janeiro / marco.fialho@poli.ufrj.br

²COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro / helenamrf@poli.ufrj.br

³Professor Titular/Universidade Federal do Rio de Janeiro / sergiohampshire@poli.ufrj.br

⁴Professor Titular/COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro / webe@coc.ufrj.br

Resumo

O trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a análise bidimensional da interação dinâmica entre fundações, considerando interação solo-estrutura em um meio estratificado, para situações de carregamentos harmônicos verticais, a partir do que foi anteriormente estudado por WOLF (1985). Na primeira etapa do trabalho, estudou-se um modelo bidimensional da rigidez do solo estratificado sobre o semiplano submetido a ações dinâmicas. Para isto, foi utilizada uma matriz de rigidez dinâmica obtida através da manipulação das equações da teoria de propagação de ondas em um meio elástico. Os resultados obtidos foram valores de deslocamento vertical na fundação, apresentados em função da posição dos pontos da superfície. O cálculo dos deslocamentos na fundação foi desenvolvido no domínio do número de onda e , posteriormente, transformado para o domínio espacial. A partir desses resultados, chegou-se à obtenção dos coeficientes de impedância, de rigidez e amortecimento, em função da frequência de excitação adimensional. Na etapa subsequente, calculou-se o espectro de resposta correspondente, através da variação da frequência de excitação do carregamento, o que permitiu identificar a frequência crítica do problema. A fim de se avaliar a interação entre os deslocamentos das fundações próximas, calculou-se a função de influência de flexibilidade gerada para cada frequência, avaliando-se o deslocamento gerado por cada carregamento em cada fundação. Assim foi possível montar a matriz de flexibilidade do conjunto, cuja inversão forneceu os valores de rigidez das fundações, permitindo a avaliação do fenômeno de interação dinâmica estrutura-solo-estrutura.

Palavras-chave

Análise dinâmica; Interação solo-estrutura; Solo estratificado.

Introdução

Neste trabalho apresenta-se resumidamente o Projeto Final de Graduação do primeiro autor (SANTOS, 2018), orientado pelo terceiro e auxiliado pelos demais. Apresenta-se um estudo sobre a interação dinâmica estrutura-solo-estrutura em meio estratificado, sob o aspecto bidimensional, para solicitações verticais em fundações superficiais rígidas, através da implementação de código baseado nos estudos desenvolvidos por WOLF e reproduzidos por SOLDAN (1999). Inicialmente, busca-se resolver o problema para a fundação isolada, aplicando-se a teoria da propagação de ondas em meio elástico, apresentando-se as equações básicas utilizadas para modelar a matriz de

rigidez dinâmica do perfil do solo, viabilizando o cálculo das funções de influência de flexibilidade. Calculando-se os deslocamentos e conhecendo-se as ações que despertam os mesmos, define-se a rigidez dinâmica da fundação. Posteriormente, calcula-se o espectro de resposta correspondente, através da variação da frequência de excitação do carregamento, o que permite identificar a frequência crítica do problema. A fim de avaliar a interação entre os deslocamentos de fundações próximas, calcula-se a função de influência de flexibilidade gerada para cada frequência, avaliando-se o deslocamento gerado por cada carregamento em cada fundação. Assim é possível montar a matriz de flexibilidade do conjunto, cuja inversão fornece os valores de impedância das fundações, permitindo a avaliação da interação dinâmica estrutura-solo-estrutura.

Propagação das ondas

A propagação de ondas no solo pode ser originada tanto por eventos naturais quanto por solicitações dinâmicas na superfície do solo, como por exemplo, no caso de fundações de máquinas.

Estas ondas podem ser classificadas em ondas de volume e em ondas superficiais. Neste trabalho, apenas são estudadas as de volume, que são divididas em ondas primárias (de compressão ou ondas P) e secundárias (de cisalhamento ou ondas S). A diferença entre elas se apresenta na trajetória das partículas do solo durante o movimento: nas primárias, essas partículas se movem na mesma direção da propagação da onda, enquanto nas secundárias, se movem na direção perpendicular à sua propagação.

As equações de movimento para um meio homogêneo, isotrópico e elástico foram apresentadas originalmente por RICHART *et al.* (1970), a partir das equações de equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal de solo, manipulações algébricas destas equações e da aplicação da 2ª Lei de Newton. As equações de propagação assim obtidas foram reescritas por WOLF (1985) no domínio da frequência, ou seja, para excitações dinâmicas com frequência circular ω , por este tipo de carregamento ser fundamental na solução de outros de caráter mais geral.

De acordo com WOLF, as soluções das equações referentes à propagação das ondas primária e secundária, em termos da deformação volumétrica ε e do vetor de distorção $\{\Omega\}$ com componentes Ω_x , Ω_y e Ω_z , são dadas nas equações (1) e (2). Suas representações gráficas são dadas na Figura 1.

$$\varepsilon = -\frac{i\omega}{c_p} A_p \times e^{\frac{i\omega}{c_p}(-l_x x - l_y y - l_z z)} \quad (1)$$

$$\{\Omega\} = -\frac{i\omega}{2c_s} \{C\} \times e^{\frac{i\omega}{c_s}(-m_x x - m_y y - m_z z)} \quad (2)$$

Nas equações anteriores, i refere-se à unidade imaginária. Em relação à onda primária, tem-se A_p como a amplitude da onda e l_x , l_y , l_z como os cossenos diretores da direção do movimento da onda P. Em relação à onda secundária, tem-se $\{C\}$ como vetor auxiliar associado às amplitudes da onda secundária nas direções x , y e z , e m_x , m_y , m_z como os cossenos diretores da direção do movimento da onda S.

As velocidades de propagação das ondas primária c_p e secundária c_s são apresentadas nas equações (3) e (4), funções das propriedades do solo: módulo de cisalhamento (G), módulo de elasticidade (E), coeficiente de Poisson (ν) e massa específica (ρ).

$$G = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad (3)$$

$$c_p = \sqrt{\frac{2G\nu}{1 - 2\nu} + 2G} \quad (4)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (5)$$

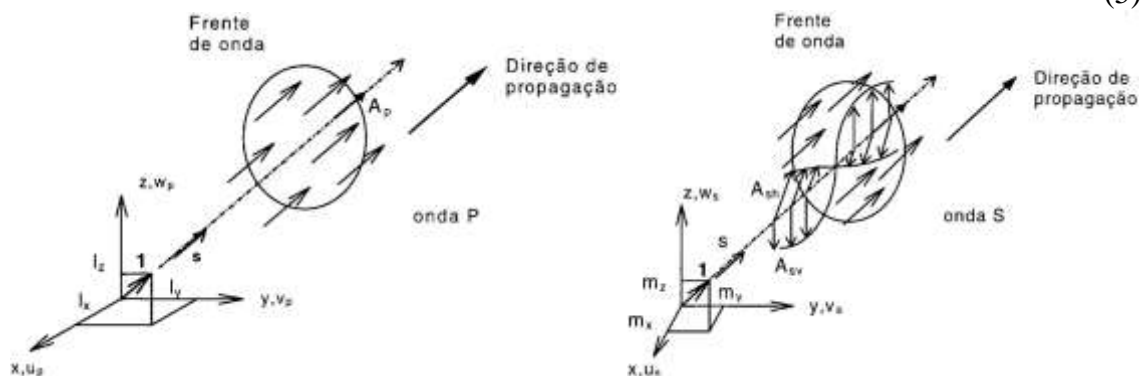


Figura 1 - Deslocamentos associados a ondas P e ondas S. (SOLDAN, 1999)

De acordo com WOLF, ao se trabalhar no domínio da frequência, pode-se introduzir o amortecimento de histerese ξ na solução, empregando o Princípio da Correspondência. O efeito deste tipo de amortecimento pode ser diferente para ondas P (ξ_p) e ondas S (ξ_s).

As propriedades complexas do material e as velocidades de propagação complexas são simbolizadas pelo asterisco e apresentadas nas equações (6) a (8).

$$G^* = G(1 + 2\xi_s i) \quad (6)$$

$$c_p^* = c_p \sqrt{1 + 2\xi_p i} \quad (7)$$

$$c_s^* = c_s \sqrt{1 + 2\xi_s i} \quad (8)$$

Assume-se que a propagação das ondas P e S pertença ao mesmo plano vertical (plano X-Z). Por este motivo, considera-se se $l_y = m_y = 0$ e ao serem somados os deslocamentos provocados por ambos os tipos de onda, levando-se em consideração o amortecimento, obtém-se os deslocamentos totais apresentados a seguir.

$$u = l_x A_p \times e^{\frac{i\omega}{c_p}(-l_x x - l_z z)} + m_z A_{SV} \times e^{\frac{i\omega}{c_s}(-m_x x - m_z z)} \quad (9)$$

$$v = A_{SH} \times e^{\frac{i\omega}{c_s}(-m_x x - m_z z)} \quad (10)$$

$$w = l_z A_p \times e^{\frac{i\omega}{c_p}(-l_x x - l_z z)} - m_x A_{SV} \times e^{\frac{i\omega}{c_s}(-m_x x - m_z z)} \quad (11)$$

A partir destas equações é possível verificar que os deslocamentos associados a u e w dependem apenas da onda P e da onda SV, enquanto os deslocamentos em v (fora do plano X-Z) dependem apenas da onda SH.

Ao se analisar o movimento no plano X-Z, introduz-se uma notação complementar, levando a análise para o domínio do número de onda k , razão entre a frequência de excitação e a velocidade de fase c , conforme apresentado a seguir.

$$c = \frac{c_p^*}{l_x} = \frac{c_s^*}{m_x} \quad (12)$$

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (13)$$

Modelagem do solo

A construção do modelo para análise do perfil estratificado do solo é feita de forma análoga ao que é feito em análises de estruturas, considerando-se a contribuição da rigidez de cada elemento estrutural para a formação do sistema global. Para isso, considera-se que cada nó na interface entre camadas/semiplano estará isoladamente equilibrado. Neste nó podem atuar tensões oriundas da camada superior e/ou inferior. Escreve-se, portanto, a equação matricial contemplando o vetor força, a matriz de rigidez e o vetor dos deslocamentos, de cada camada do perfil, individualmente, assim como do semi-plano, como indicado na Figura 2.

Neste trabalho, são tratadas apenas as matrizes de rigidez e vetores de carregamento e deslocamento associados ao movimento no plano X-Z.

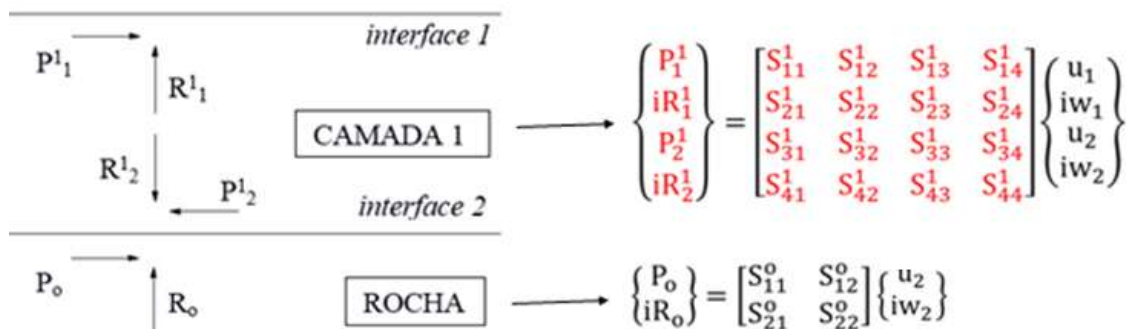


Figura 2 - Cargas nas interfaces no movimento no plano e representação das equações matriciais de cada camada

Embora seja representada apenas uma camada e o semiplano, a análise pode ser estendida a um número n de camadas. O índice superior se refere à camada, enquanto que o inferior se refere à posição dentro da camada (“1” para interface superior, “2” para interface inferior).

Posteriormente, escreve-se a equação referente ao conjunto (n camadas e semiplano), obtendo-se então a matriz de rigidez global do solo, como definido abaixo.

$$\begin{Bmatrix} P_1^1 \\ iR_1^1 \\ P_2^1 + P_0 \\ i(R_2^1 + R_0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^1 & S_{12}^1 & S_{13}^1 & S_{14}^1 \\ S_{21}^1 & S_{22}^1 & S_{23}^1 & S_{24}^1 \\ S_{31}^1 & S_{32}^1 & S_{33}^1 + S_{11}^0 & S_{34}^1 + S_{12}^0 \\ S_{41}^1 & S_{42}^1 & S_{43}^1 + S_{21}^0 & S_{44}^1 + S_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ iw_1 \\ u_2 \\ iw_2 \end{Bmatrix}$$

Figura 3 - Equação na qual está apresentada a matriz de rigidez global do perfil

Para cada frequência circular ω , a matriz de rigidez é função da velocidade de fase c (ou do número de onda k), das propriedades dos materiais (G , ρ , ξ_p , ξ_s) e da espessura da camada d .

Nos problemas analisados neste trabalho, apenas são contemplados os carregamentos superficiais, portanto o vetor global de carregamento possui entradas apenas referentes à interface 1. Na Figura 4, há uma representação dos carregamentos analisados, no plano X-Z. Os carregamentos são harmônicos, tendo frequência circular de excitação ω , possuindo amplitudes r_0 e p_0 nas direções z e x , respectivamente. O valor de $2\Delta b$ representa a largura da faixa de fundação carregada.

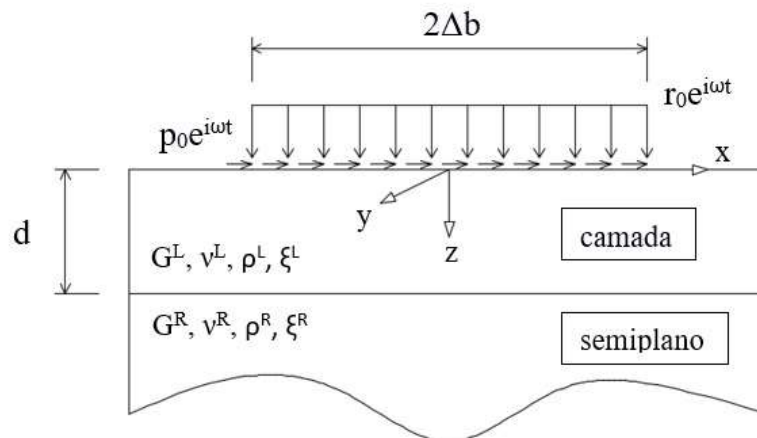


Figura 4 - Faixa de fundação com carregamento superficial uniformemente distribuído

Os carregamentos harmônicos indicados em função da posição x podem ser reescritos em função do número de onda k . Para isto, aplica-se uma transformada de Fourier neste carregamento.

Conforme apresentado na Figura 5, substituindo-se os valores de $P1 = p(k)$ e $R1 = r(k)$, e fazendo-se a inversão da matriz de rigidez $[S_{P-SV}]$ para a matriz de flexibilidade $[F_{P-SV}]$ (simétrica), tem-se a equação matricial de flexibilidade no domínio k .

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ iR_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} = [S_{P-SV}] \begin{Bmatrix} u_1 \\ iw_1 \\ \vdots \\ u_n \\ iw_n \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} u_1 \\ iw_1 \\ \vdots \\ u_n \\ iw_n \end{Bmatrix} = [F_{P-SV}] \begin{Bmatrix} p(k) \\ ir(k) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Figura 5 - Equações com as matrizes de rigidez e flexibilidade

Obtêm-se, portanto, valores de deslocamentos superficiais em função do número de onda e , a partir da aplicação da transformada inversa de Fourier, são obtidos os valores de deslocamentos em função da posição x , conforme indicado na equação (14).

$$\begin{Bmatrix} u(x) \\ w(x) \end{Bmatrix} = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\infty} \frac{\text{sen}(k\Delta b)}{k} \begin{bmatrix} F_{uu}(k) \times \cos(kx) & F_{uw}(k) \times \text{sen}(kx) \\ -F_{wu}(k) \times \text{sen}(kx) & F_{ww}(k) \times \cos(kx) \end{bmatrix} dk \right) \begin{Bmatrix} p_0 \\ r_0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Conforme o número de onda k varia de $-\infty$ a $+\infty$, todos os tipos de onda são cobertos (WOLF, 1985). Na equação acima, a integral aparece multiplicada por 2 e seus limites de integração são 0 e ∞ porque o integrando é uma função par.

A partir dos valores de deslocamentos obtidos em função da posição, encontra-se o valor da função de influência em flexibilidade, relação de proporcionalidade entre os deslocamentos gerados e as amplitudes dos carregamentos aplicados. Encontrando-se um valor médio dessa função, considerando a largura da fundação, chega-se à matriz de flexibilidade $[G]$ e, conseqüentemente, à matriz de rigidez dinâmica $[S_{bb}]$.

Como aproximação, pode-se desprezar a interação entre carregamento vertical e deslocamento horizontal e entre carregamento horizontal e deslocamento vertical, caracterizando a condição de contato sem acoplamento (*relaxed*), conforme foi definido por WOLF. Caso contrário, tem-se um contato com acoplamento (*welded*).

Para permitir avaliações de caráter mais geral, WOLF decompõe a matriz dinâmica, na qual K_{bb} refere-se à rigidez estática (com valor adotado por WOLF igual a πG), a_0 refere-se à frequência adimensional, e k_z e c_z são os coeficientes de rigidez e de amortecimento adimensionais verticais, que são os utilizados no problema apresentado neste trabalho. Seguem as equações (15) e (16) referentes aos termos citados.

$$a_0 = \frac{\omega \times \Delta b}{c_s} \quad (15)$$

$$[S_{bb}] = [K_{bb}]([k_z] + ia_0[c_z]) \quad (16)$$

A massa adimensionalizada da estrutura é definida pela equação (17), na qual m corresponde à massa da estrutura e ρ , a massa específica da camada de solo à superfície.

$$\bar{m} = \frac{m}{\rho \times \Delta b^2} \quad (17)$$

A amplificação dinâmica é dada pela relação entre o deslocamento dinâmico w_{a0} (para uma frequência adimensional a_0) e o deslocamento estático w_0 (para uma frequência de excitação nula), conforme é apresentado na equação (18).

$$\frac{w_{a0}}{w_0} = \left[1 - \frac{a_0^2 \bar{m}}{\pi} (k_z + ia_0 c_z) \right]^{-1} \quad (18)$$

Validação do modelo

A fim de validar o modelo computacional elaborado, estudou-se um caso que foi exemplificado por WOLF e reproduzido por SOLDAN. O exemplo em questão compreende uma camada de solo (índice L) sobre o semiplano (índice R), cujas características são relacionadas no Quadro 1.

$d = 20\text{m}$	$G^L = 20000\text{kPa}$	$\xi^L = \xi^R = 0,001$	$\rho^L = \rho^R = 2\text{t/m}^3$
$\Delta b = 1,25\text{m}$	$G^R = 80000\text{kPa}$	$\omega = 35\text{rad/s}$	$\nu^L = \nu^R = 0,33$

Quadro 1 - Dados do problema para validação do modelo.

O deslocamento translacional $w(x)$, à superfície do perfil, é mostrado na Figura 6.

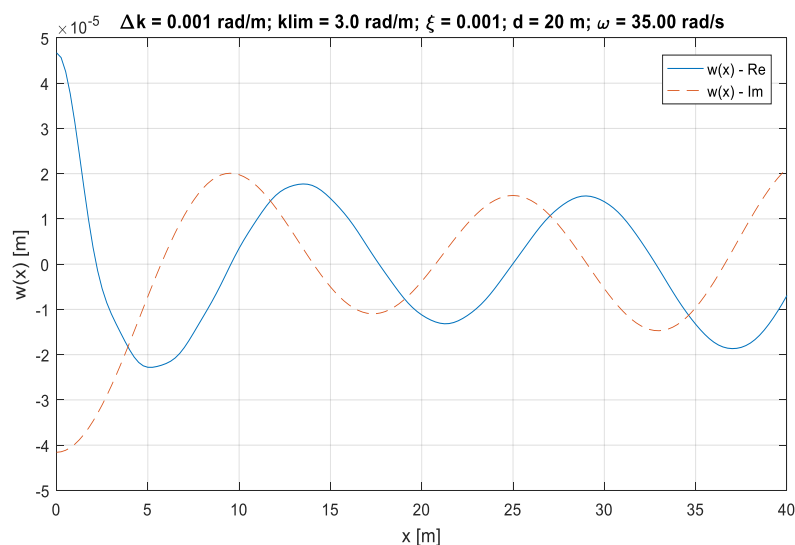


Figura 6 - Componentes real e imaginária do coeficiente $F_{ww}(k)$

Os gráficos supracitados estão de acordo com aqueles apresentados por WOLF e reproduzidos por SOLDAN, assim validando o modelo computacional desenvolvido.

Amplificação dinâmica e interação estrutura-solo-estrutura

Introduzindo-se o valor de massa adimensional, aplica-se a Equação (18) para o cálculo da amplificação dinâmica. Destaca-se que a referida expressão fornece um número complexo como resposta, sendo avaliado apenas o seu módulo, equivalente à amplitude do deslocamento considerado. A curva de amplificação dinâmica é obtida conforme é variado o valor da frequência de excitação.

Com o objetivo de avaliar a interação dinâmica entre fundações superficiais próximas, estuda-se o problema considerando o efeito combinado das duas estruturas e compara-se a resposta com a gerada por uma fundação isolada. Este estudo é desenvolvido na hipótese de contato sem acoplamento, ou seja, carregamentos verticais despertam apenas deslocamentos verticais. A Figura 7 define a situação investigada.

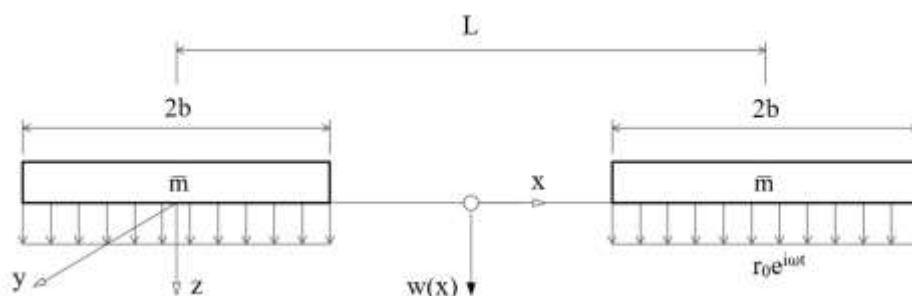


Figura 7 - Esquema para o problema de interação estrutura-solo-estrutura.

Os exemplos avaliados a seguir visam ilustrar, além da interação dinâmica, como este efeito se comporta sob diferentes características do perfil de solo, bem como da massa do conjunto de fundação direta rígida. Para alcançar este objetivo, são modelados perfis apenas com o semiplano e com uma camada sobre o semiplano, fazendo variar a espessura da camada e a massa adimensional da fundação.

As propriedades do semiplano são escolhidas de modo a simular um saprolito de basalto, enquanto que a camada é composta por solo arenoso. Estas considerações são feitas baseando-se num exemplo encontrado em SOLDAN.

Para a distância entre fundações, assume-se que estas são adjacentes ($L=2b$), a fim de se observar o maior efeito da interação dinâmica. Desta forma, a Tabela 1 enumera as propriedades dos materiais empregados, bem como as características da fundação, parâmetros comuns a todos os exemplos. Os parâmetros que variam, definindo cada exemplo, são resumidos na Tabela 2.

Nas Figuras 8 a 10, são apresentadas as curvas obtidas para cada situação estudada.

Tabela 1 - Parâmetros comuns aos exemplos de 1 a 4

ξ	b [m]	L [m]	$v_{\text{areia}} = v_{\text{saprolito}}$
2%	2,5	5,0	0,33
$\rho_{\text{areia}} [\text{t/m}^3]$	$\rho_{\text{saprolito}} [\text{t/m}^3]$	$G_{\text{areia}} [\text{kPa}]$	$G_{\text{saprolito}} [\text{kPa}]$
2	2,4	11500	55000

Tabela 2 - Parâmetros particulares aos exemplos de 1 a 4

Exemplo	Camada	$\Delta k [\text{rad/m}]$	$k_{\text{lim}} [\text{rad/m}]$	d (m)	\bar{m}
1a	NÃO	0,005	6	-----	1
1b	NÃO	0,005	6	-----	5
2a	SIM	0,005	6	5	1
2b	SIM	0,005	6	5	5
3a	SIM	0,005	6	10	1
3b	SIM	0,005	6	10	5

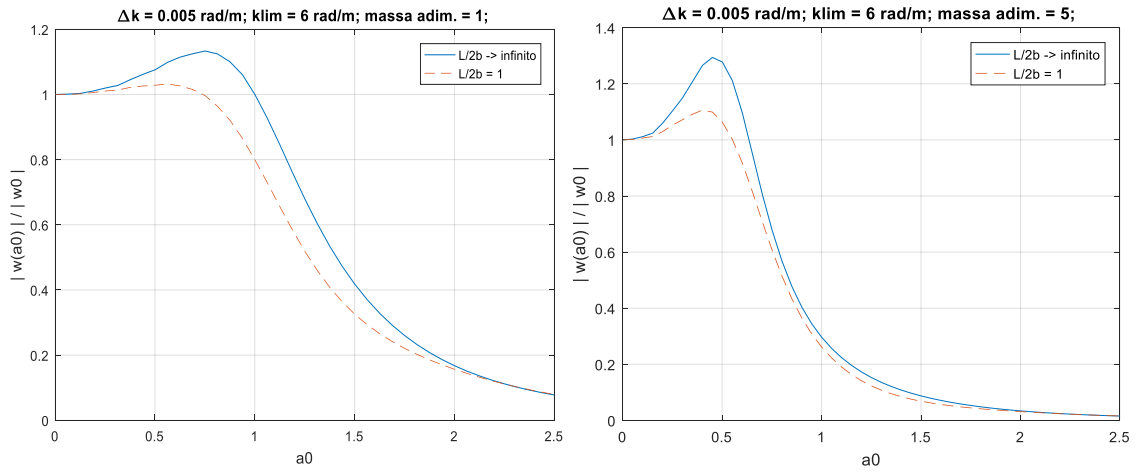


Figura 8 - Exemplo 1 (semiplano): Amplificação dinâmica

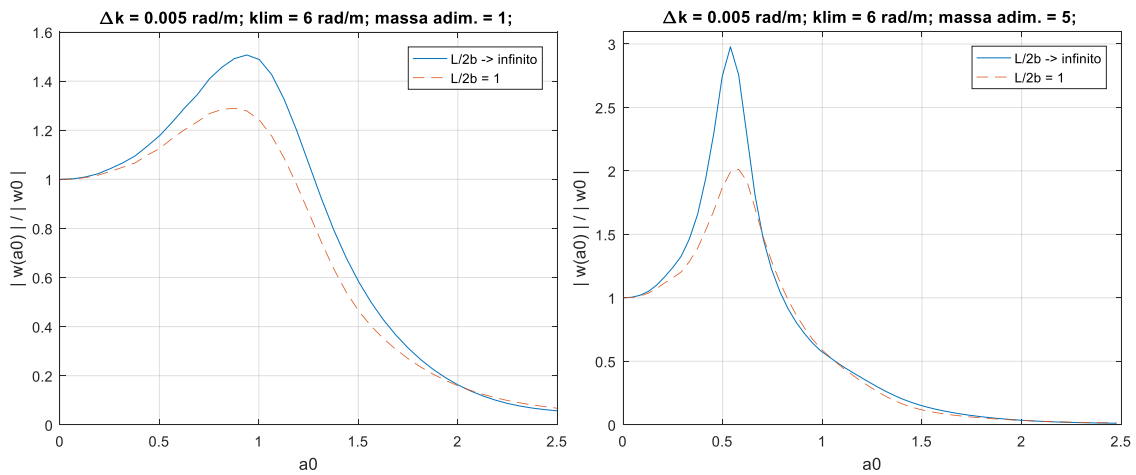


Figura 9 - Exemplo 2 ($d = 5\text{m}$): Amplificação dinâmica

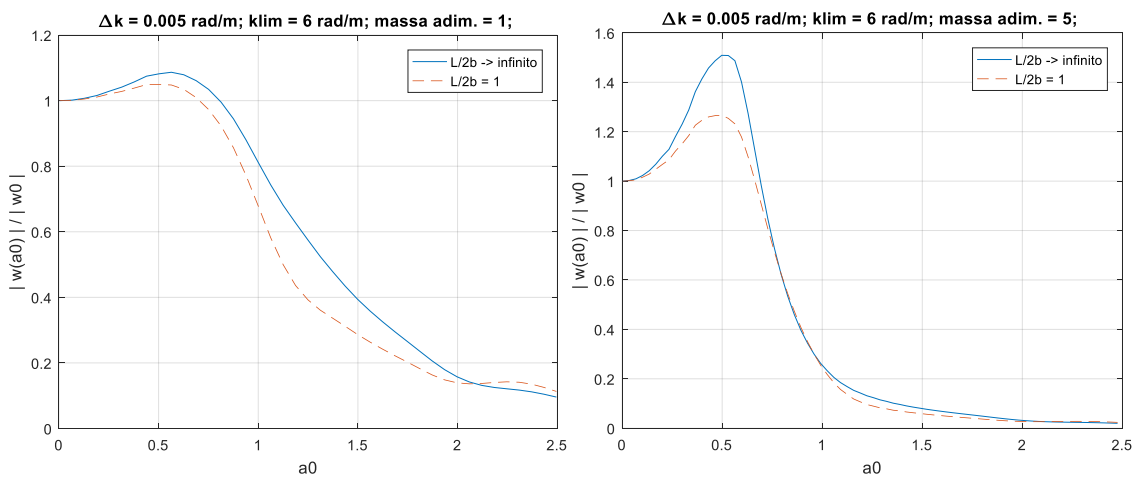


Figura 10 - Exemplo 3 ($d = 10\text{m}$): Amplificação dinâmica

Conclusões

Com base na formulação apresentada, foi implementado um programa computacional para automatizar os cálculos e gerar as respostas. A validação do mesmo tomou como referência um exemplo do trabalho original de WOLF, que foi reproduzido por SOLDAN.

Nas respostas obtidas nos exemplos numéricos, foram reafirmadas as ponderações feitas por SOLDAN, a respeito da sensibilidade da resposta do solo quanto aos parâmetros do incremento Δk e do limite de integração k_{lim} . Isto foi notado durante a elaboração dos exemplos, reforçando a ideia de que, para cada problema analisado, devem-se escolher parâmetros particularmente adequados.

Na sequência, o código implementado foi ajustado para o estudo da amplificação dinâmica e da interação entre estruturas e o solo. Com os resultados dos exemplos apresentados, pode-se notar que o efeito da interação dinâmica, de modo geral, é pequeno, implicando numa redução em torno de 10% a 15% dos deslocamentos críticos obtidos para fundação isolada. Entretanto, casos onde o efeito da interação é maior, como o ilustrado no exemplo 2b, podem surgir, demandando estudos focados na situação avaliada. Para fundações pesadas, notou-se que este fenômeno se manifesta de maneira mais intensa e particular, para frequências de excitação próximas das de ressonância, tendendo a se dissipar rapidamente para frequências afastadas daquela. No caso de fundações leves, notou-se que a interação é sensível num intervalo de frequências de excitação maior que aquele no caso de fundações pesadas, embora menos intensa. Também se pode notar que, conforme a espessura da camada aumenta, o comportamento da curva de amplificação dinâmica tende a representar um semiplano com o mesmo material da camada.

Referências

- RICHART, F. E., WOODS, R. D. e HALL Jr., J. R., Vibrations of Soils and Foundations. 1st ed. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1970.
- SANTOS, M. F. F., Estudo Bidimensional da Interação Dinâmica Estrutura-Solo-Estrutura. Projeto Final de Graduação, Escola Politécnica/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2018.
- SOLDAN, C., Estudo Bidimensional da Rigidez do Solo Estratificado sobre o Semi-espaço para Análise Dinâmica. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999.
- WOLF, J. P., Dynamic Soil-Structure Interaction. 1st ed. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1985.