

## **Interação Solo-Estrutura e Módulo de Reação Vertical do Solo na Análise de uma Fundação em Radier**

**Irani Pereira dos Santos Vilela<sup>1</sup>, Emil de Souza Sánchez Filho<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Engenheira Civil, M. Sc. | iranivilela@gmail.com

<sup>2</sup>D. Sc., Professor Titular UFF | emilsanchez@uol.com.br

### **Resumo**

Este artigo apresenta a análise de uma fundação em radier, abordando a avaliação da capacidade de carga do solo e a estimativa dos recalques totais e diferenciais. Como parâmetro básico, avalia-se o módulo de reação vertical do solo  $\kappa$ . As limitações desse parâmetro estão relacionadas ao fato que o mesmo não é intrínseco ao solo e depende tanto das dimensões da fundação quanto da rigidez do solo. A análise criteriosa do efeito da interação solo-estrutura por meio do parâmetro  $\kappa$  pode viabilizar uma solução de fundação que, de outro modo, seria inviável. Este artigo estuda as expressões empíricas e as correlações para obter-se o módulo de reação vertical do solo, além de comparar duas alternativas de solução de uma fundação em radier. Apresenta também uma sistemática para a obtenção do módulo de reação por meio de expressões empíricas e de uma forma indireta.

**Palavras-chave:** fundação em radier; módulo de reação; interação solo-estrutura.

### **Introdução**

Radier é uma fundação superficial de grandes dimensões que recebe os carregamentos dos elementos estruturais e os transmite diretamente ao solo (NBR 6122:2010). Na análise rígida, os recalques são mínimos e as pressões do solo são uniformes em toda a área do radier. Porém, há recalques diferenciais que causam variação nas pressões do solo e nas tensões de flexão na placa.

O módulo de reação vertical do solo  $\kappa$  é um parâmetro aceitável na obtenção das estimativas dos recalques, embora esse parâmetro apresente algumas limitações. O módulo de reação do solo não é uma propriedade intrínseca do solo e depende tanto da rigidez do solo quanto das dimensões da fundação. As molas simuladas por esse parâmetro são independentes e não interagem. Neste trabalho são estudados aspectos da interação solo-estrutura e da escolha do módulo de reação do solo.

### **Interação solo-estrutura – aspectos**

A superestrutura, a fundação e o solo em geral são considerados como elementos independentes no projeto. Na realidade, a edificação provoca mudanças no estado de tensões do solo. Assim, os elementos, a edificação, a fundação e o solo funcionam como

partes de um sistema. A deformação do solo provoca uma redistribuição das solicitações atuantes nos elementos estruturais, especialmente nos pilares.

Em métodos conservadores de análise e dimensionamento das fundações, a ênfase é dada às solicitações resultantes da atuação das forças impostas pela superestrutura na fundação e na capacidade de suporte do solo. Pouca atenção é dada às deformações do solo em resultado dessas ações. Para levar em consideração o efeito dessas deformações é necessária a introdução dos parâmetros de rigidez das diferentes partes desse sistema: estrutura, fundação e solo. A estimativa desses deslocamentos permite uma melhor compreensão do comportamento do sistema estrutura-fundação-solo.

Ao analisar os fatores ligados ao mecanismo estrutura-fundação-solo, observa-se que os elementos do sistema estão intrinsicamente ligados. Cada elemento interfere no desempenho e no comportamento do outro. A resposta da estrutura depende do solo, tal como a resposta do solo depende da edificação nele assente. Fatores como rigidez relativa do solo, influência das edificações vizinhas, efeito tridimensional do pórtico, forma da fundação e sequência construtiva influenciam a análise da interação solo-estrutura.

### Módulo de reação do Solo

Em geral, adota-se para as análises da fundação em radier um valor médio constante para o  $\kappa$ . Para obter o valor do módulo de reação vertical do solo, pode-se recorrer ao ensaio de placa, padronizado pela NBR 6489:1984, que permite obter o módulo de reação do solo por meio da curva pressão  $\times$  deslocamento. Outras opções para se obter o módulo de reação do solo são tabelas, cálculo do recalque direto, correlações, e expressões empíricas.

O conceito do módulo de reação considera que o comportamento do solo atende à hipótese de Winkler:

$$\kappa = \frac{q}{w} \quad (1)$$

onde

$\kappa$  = módulo de reação vertical;  
 $q$  = carga aplicada;  
 $w$  = deslocamento.

Expressões empíricas são propostas para estimar o valor do módulo de reação vertical do solo. A seguir, apresentam-se três dessas expressões.

PERLOFF (1975) 
$$\kappa = \frac{E_s}{1 - \nu^2} \frac{1}{I_s} \frac{1}{B} \quad (\text{kN/m}^3) \quad (2)$$

$$\text{BOWLES (1997)} \quad \kappa = 36q_a \text{ (lb/ft}^3\text{)} \quad (3)$$

$$\text{VÉSIC (1961)} \quad \kappa = 0,65 \sqrt[12]{\frac{E_s B^4}{EI} \frac{E_s}{1 - \nu^2} \frac{1}{B}} \text{ (kN/m}^3\text{)} \quad (4)$$

onde

$E_s$  = módulo de deformabilidade do solo;

$E$  = módulo de Young do material da fundação;

$\nu$  = coeficiente de Poisson;

$I_s$  = fator de forma do radier e de sua rigidez (tabela 1);

$I$  = momento de inércia da fundação;

$q_a$  = tensão admissível em kips/ft<sup>2</sup>;

$B$  = menor dimensão da fundação.

**Tabela 1 – Valores do coeficiente de forma  $I_s$ . VELLOSO e LOPES (2014).**

Forma	Flexível			Rígido
	Centro	Borda	Média	
Círculo	1,00	0,64	0,85	0,79
Quadrado	1,12	0,56	0,95	0,99
Retângulo L/B=1,5	1,36	0,67	1,15	
2,0	1,52	0,76	1,30	
3,0	1,78	0,88	1,52	
5,0	2,10	1,05	1,83	
10	2,53	1,26	2,25	
100	4,00	2,00	3,7	
1000	5,47	2,75	5,15	
10000	6,90	3,50	6,60	

Na ausência de valores experimentais é possível recorrer a tabelas para determinar o valor do módulo de reação.

**Tabela 2\* – Valores de  $\kappa$  para solos não coesivos. Adaptada de GUPTA (1997).**

Compacidade	SPT (N)	Módulo de reação do solo $\kappa$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	
		Solo seco ou saturado	Solo submerso
Fofo	< 10	1,5	0,9
Medianamente compacto	10 - 30	1,5 – 4,7	0,9 – 2,9
Compacto	> 30	4,7 – 18	2,9 – 10,8

**Tabela 3\* – Valores de  $\kappa$  para solos coesivos. Adaptada de GUPTA (1997).**

Coesão	Resistência não confinada à coesão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Módulo de reação do solo (kgf/cm <sup>3</sup> )
Rija	1 – 2	2,7
Muito rija	2 – 4	2,7 – 5,4
Dura	> 4	5,4 – 10,8

\*Valores acima aplicam-se a uma placa 30 cm X 30 cm ou viga com 30 cm de largura.

**Tabela 4 – Valores de  $\kappa$  em, kN/m<sup>3</sup> adaptada por VELLOSO e LOPES (2014).**

Argilas	Rija	Muito rija	Dura
$q_u$ (kN/m <sup>2</sup> )	100 – 200	200 – 400	400
faixa de valores	160 – 320	320 – 640	640
Valor proposto	240	480	960
Areias	Fofa	Medianamente compacta	Compacta
Faixa de valores	60 – 190	190 – 960	960 – 320
Areia acima N.A.	130	420	1600
Areia submersa	80	260	960

**Tabela 5 – Valores módulo de reação vertical. Adaptada de MORAES (1976).**

Tipo de solo	$\kappa$ (kN/m <sup>3</sup> ) 10 <sup>3</sup>
turfa leve – solo pantanoso	5 a 10
turfa pesada – solo pantanoso	10 a 15
areia fina de praia	10 a 15
aterro de silte, de areia e cascalho	10 a 20
argila molhada	20 a 30
argila úmida	40 a 50
argila seca	60 a 80
argila seca endurecida	100
silte compactado com areia e pedra	80 a 100
silte compactado com areia e muita pedra	100 a 120
cascalho miúdo com areia fina	80 a 120
cascalho médio com areia fina	100 a 120
cascalho grosso com areia grossa	120 a 150
cascalho grosso com pouca areia	150 a 200
cascalho grosso com pouca areia compactada	200 a 250

A proposta de SCOTT (1981) correlaciona  $\kappa$  com o NSPT em solos granulares:

$$\kappa_{\text{SPT}(0,3)} = 1,8N_{60} \quad (5)$$

onde

$\kappa_{\text{SPT}(0,3)}$  = módulo de reação do solo corrigido para o ensaio de placa (placa de 300 mm) em MN/mm<sup>3</sup>;

$N_{60}$  = NSPT corrigido para levar em conta a energia dissipada do martelo.

Brasil:

$$N_{60} = \frac{0,72N_{\text{SPT}}}{0,60} \quad (6)$$

BAROUNIS *et al* (2013) propuseram uma metodologia para correlacionar  $\kappa$  com os valores de resistência obtidos do *Cone Penetration Test* (CPT).

$$\kappa_{\text{CPT}} = 100q_c \quad (7)$$

$$\kappa_{\text{CPT}(0,3)} = 0,12\kappa_{\text{CPT}} \quad (8)$$

$$\kappa_{\text{FCPT}} = \kappa_{\text{CPT}(0,3)} \frac{\left(\frac{L}{B} + 0,5\right)}{1,5\left(\frac{L}{B}\right)} \quad (9)$$

onde

$\kappa_{\text{CPT}}$  = módulo de reação do solo em MN/m<sup>3</sup>;

$q_c$  = resistência não drenada do solo em MPa;

$\kappa_{\text{CPT}(0,3)}$  = módulo de reação do solo, corrigido o ensaio de placa (placa de 300 mm) em MN/m<sup>3</sup>;

$\kappa_{\text{FCPT}}$  = módulo de reação do solo da fundação em MN/m<sup>3</sup>;

B, L = respectivamente largura e comprimento da fundação em m.

BAROUNIS e ARMAOS (2016) comparam os resultados obtidos por correlações do módulo de reação do solo com o CPT e SPT para solos granulares em Christchurch, Nova Zelândia. A conclusão dos autores é que ambas as correlações (CPT e NSPT) resultam em valores para o módulo de reação do solo na faixa proposta por BOWLES (1997). A correlação com o CPT resultou em recalques diferenciais de 9% – 12% maiores que a correlação com o SPT. Porém, os momentos de flexão foram menores na correlação com o CPT, com uma faixa menor de variação entre 19% e 23%.

### Metodologia adotada no estudo

O radier, de altura constante e geometria regular, foi dividido em regiões e foi resolvido por um método estático, como vigas independentes. Os parâmetros geotécnicos, como

módulo de deformabilidade do solo, coeficiente de Poisson, foram adotados com base no trabalho de TEIXEIRA e GODOY (1996). Considerou-se que a fundação está assente em uma camada com 20 m de espessura  $N_{SPT} = 10$ , peso específico  $\gamma = 17\text{kN/m}^3$  e ângulo de atrito  $\phi = 30^\circ$ . As especificações para o concreto foram adotadas segundo o proposto pela NBR 6118:2014.

O recalque imediato foi calculado por meio da expressão 10 (PERLOFF, 1975) para os casos de meio contínuo, elástico, homogêneo e semi-infinito, cujos parâmetros são da mesma natureza daqueles definidos nas expressões 1 e 2 e tabela 1.

$$w_i = qB \left( \frac{1 - \nu^2}{E_s} \right) I_s \quad (10)$$

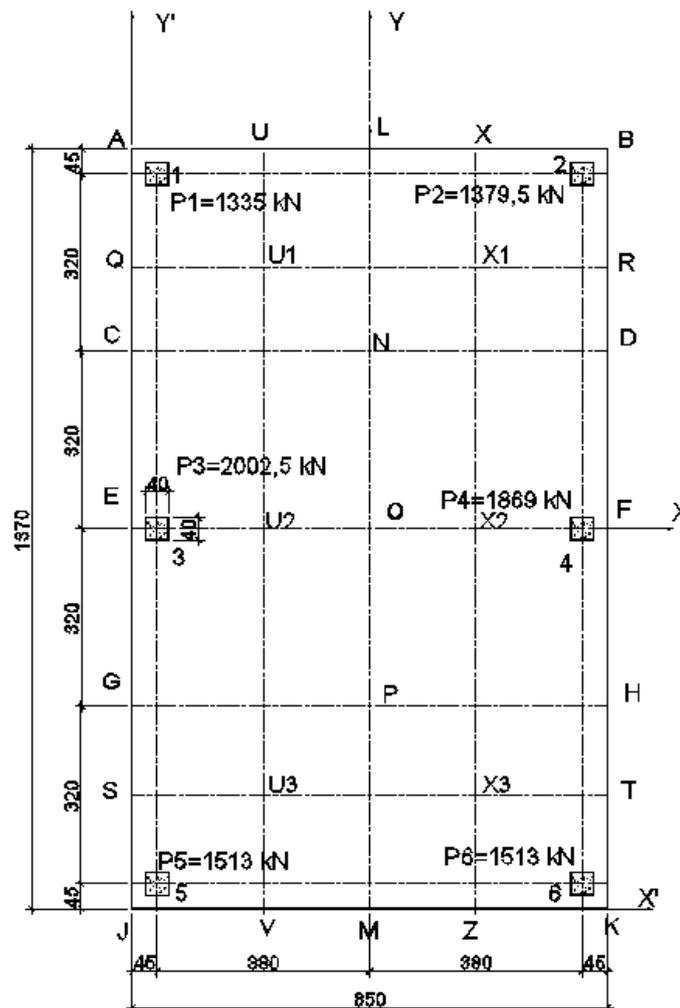


Figura 1 – Radier 13,70 m X 8,5 m X 0,50 m.

As tensões no solo foram obtidas a partir da expressão 11.

$$q = \frac{P_{\text{total}}}{A} \pm \frac{M_y}{I_y} x \pm \frac{M_x}{I_x} y \quad (11)$$

onde

$A$  = área do radier;

$I_x = \frac{1}{12} BL^3$  = momento de inércia em torno do eixo X;

$I_y = \frac{1}{12} B^3 L$  = momento de inércia em torno do eixo Y;

$M_x$  = momento da resultante  $P$  pela excentricidade  $e_y$  em torno do eixo X;

$M_y$  = momento da resultante  $P$  pela excentricidade  $e_x$  em torno do eixo Y;

### Valores teóricos do módulo de reação e estimativa dos recalques

As tabelas 6 e 7 apresentam a estimativa dos recalques ( $w$ ) na extremidade e nos pontos internos do radier. Os valores desses recalques foram calculados segundo a expressão 10. O módulo de reação do solo (tabela 8), foi obtido segundo as expressões 2 e 4.

**Tabela 1 – Recalque imediato ( $w$ ).**

Região	Ponto	$w$ (mm)
Pontos internos do Radier	U1	29,8
	X1	30,5
	N	29,5
	U2	42,2
	O	41,7
	X2	42,2
	P	43,4
	U3	29,8
	X3	30,5
Pilares	1	30,0
	2	31,4
	3	42,7
	4	42,7
	5	31,4
	6	30,0

**Tabela 2 – Recalque imediato ( $w$ ).**

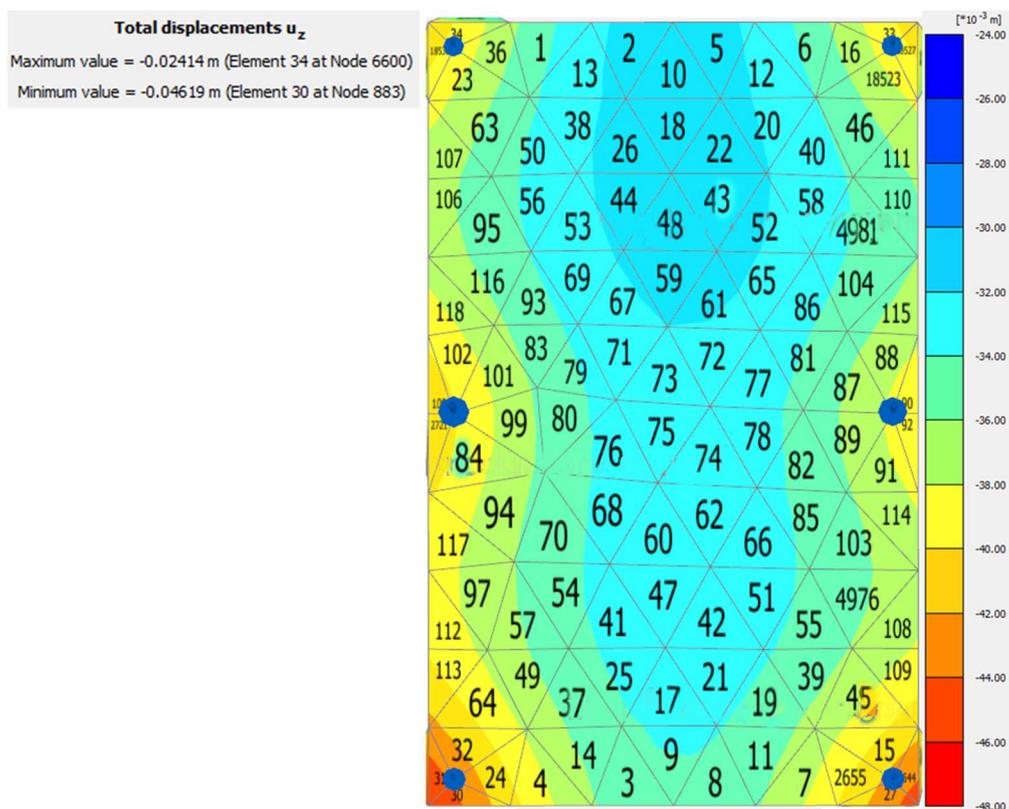
Região	Ponto	$w$ (mm)
Pontos na borda do radier	U	30,5
	L	29,7
	X	31,3
	Q	29,3
	R	30,9
	C	28,7
	D	30,3
	G	44,6
	H	42,3
	S	30,9
	T	29,3
	V	31,3
	M	30,9
Z	30,5	

**Tabela 3 – Valores teóricos para o módulo de reação do solo ( $\kappa$ ).**

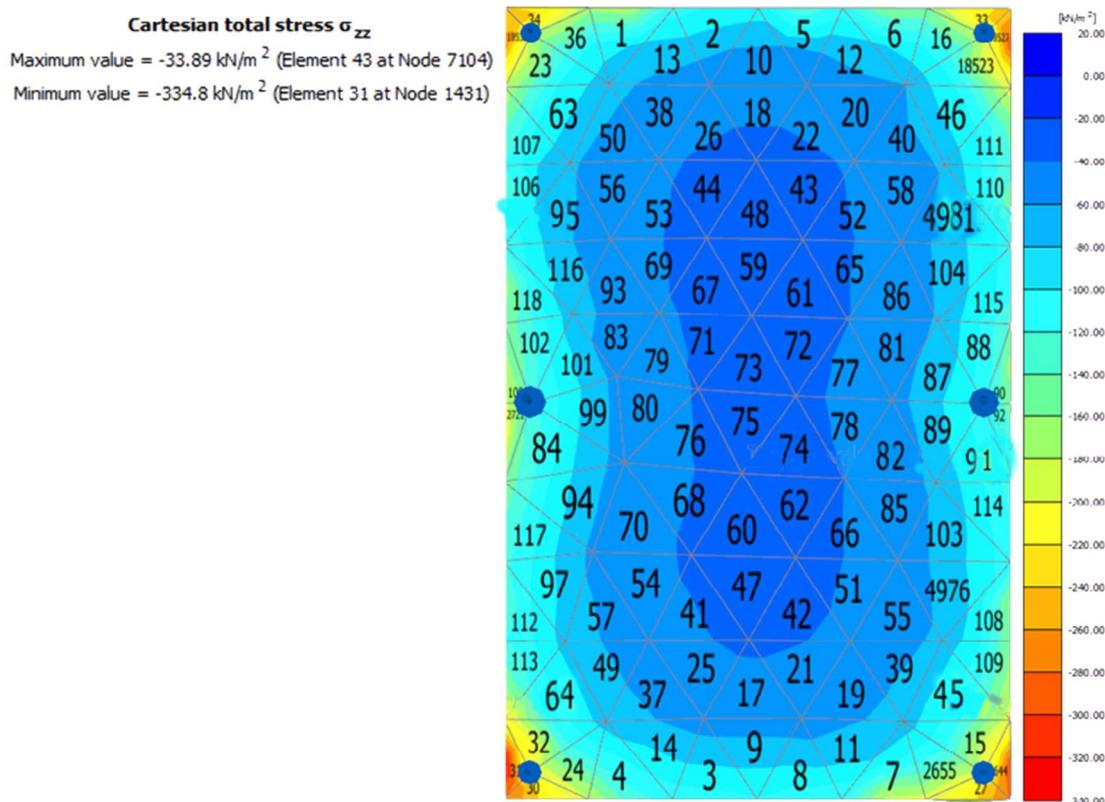
Região	Perloff (kN/m <sup>3</sup> )	Vésic (kN/m <sup>3</sup> )	Diferença %
ALMJ	2257,48	2501,29	9,7%
LBKM	2257,48	2501,29	9,7%
ABDC	3073,41	2803,73	8,8%
CDHG	1981,43	1840,01	5,1%
HPJG	3073,41	2803,73	8,8%

Na análise do modelo I, que foi resolvido como vigas independentes, observa-se que o recalque máximo ocorre na extremidade da faixa transversal central, sendo que o maior de 44,6 mm ocorre do lado esquerdo da borda do radier. As expressões teóricas 2 e 4 não apresentaram grande diferença entre si. A diferença nos valores do módulo de reação em cada faixa do radier é de, no máximo, 9,7%.

Em sequência, modelou-se o mesmo radier com o software Plaxis 3D com o objetivo de comparar os valores obtidos para o módulo de reação e o recalque obtidos pelo método dos elementos finitos. A figura 2 mostra a distribuição dos deslocamentos e a figura 3 a distribuição das pressões.



**Figura 2 – Deslocamentos do modelo implementado.**



**Figura 3 – Distribuição de tensões.**

A tabela 9 mostra os valores para tensão e deslocamento nos pontos, e elementos correspondentes aos pontos do primeiro modelo. A escolha foi analisar os valores para o módulo de reação nos pontos internos ao radier porque, nesses pontos, a distribuição de tensões é mais uniforme, sem os picos de tensão das bordas resultantes da descontinuidade (figura 3).

O módulo de reação do solo não é fornecido diretamente pelo programa. Assim, esse foi obtido por meio da expressão 1, a partir dos resultados fornecidos pelo programa. A tabela 10 apresenta também os resultados teóricos para o valor de  $\kappa$  resultantes das expressões 2 e 4.

**Tabela 9 – Tensão  $\sigma_{zz}$  e deslocamento  $u_{zz}$ , Plaxis.**

Elemento de solo	Ponto	Tensão $\sigma_{zz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	Deslocamento $u_{zz}$ (m)
El. 01	U	158,10	0,030
El. 04	V	118,70	0,037
El. 06	X	146,00	0,034
El. 07	Z	166,60	0,037

**Tabela 9 (continuação) – Tensão  $\sigma_{zz}$  e deslocamento  $u_{zz}$ , Plaxis**

Elemento de solo	Ponto	Tensão $\sigma_{zz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	Deslocamento $u_{zz}$ (m)
El. 19	X3	55,35	0,035
El. 20	X1	51,30	0,032
El. 31	G	284,80	0,043
El. 33	B	252,90	0,039
El. 34	A	248,40	0,024
El. 37	U3	55,71	0,035
El. 38	U1	51,05	0,033
El. 78	X2	46,62	0,034
El. 80	U2	47,90	0,035
El. 90	F	149,20	0,039
El. 100	E	185,60	0,042
El. 107	Q	142,71	0,038
El. 109	T	168,10	0,039
El. 111	R	148,20	0,037
El. 113	S	152,00	0,041
El. 2644	H	238,50	0,045

**Tabela 10 – Variação do módulo de reação no interior do radier.**

Posição	Plaxis $\kappa$ (kN/M <sup>3</sup> )	Perloff (kN/M <sup>3</sup> )	Vésic (kN/M <sup>3</sup> )	Perloff diferença %	Vésic diferença %
U1-EL.38	1547,00	1454,00	1558,00	6,01	0,71
U2-EL.80	1368,00	1454,00	1558,00	6,29	12,20
U3-EL.37	1591,00	1454,00	1558,00	8,61	2,12
X1-EL.20	1603,00	1454,00	1558,00	9,30	2,89
X2-EL.78	1371,00	1454,00	1558,00	5,71	12,00
X3-EL.19	1581,00	1454,00	1558,00	8,03	1,48

A análise dos resultados apresentados na tabela 10 indica que os resultados obtidos por meio do Plaxis conduzem a valores consistentes, quando comparados aos das expressões teóricas 2 e 4. A metodologia adotada para determinação do módulo de reação é aceitável. A maior diferença entre o resultado teórico e o resultado produzido pelo software Plaxis é de 12,2%.

A tabela 11 mostra os valores dos deslocamentos resultantes da análise pelo MEF no software Plaxis, e para a viga resolvida por um modelo estático. Observa-se uma compatibilidade entre os valores desses deslocamentos. O deslocamento máximo está localizado na linha que une os pontos G e H, em ambos os modelos. O modelo I apresenta 45 mm para o máximo deslocamento e, o modelo II, 43 mm.

**Tabela 11– Deslocamentos nos modelos I e II.**

Posição	$u_z$ Plaxis (m)	w Modelo I (m)	Diferença %
G	0,043	0,045	4,00
H	0,045	0,042	6,67
U	0,030	0,031	3,00
U1	0,033	0,030	9,00
U2	0,035	0,042	16,7
U3	0,035	0,030	14,3
V	0,037	0,031	16,2
X	0,034	0,031	12,9
X1	0,032	0,031	3,0
X2	0,034	0,042	19,1
X3	0,035	0,031	11,4
Z	0,037	0,031	16,2

Quanto às solicitações de flexão, o modelo gerado no Plaxis apresenta valores menos conservadores para os momentos, quando comparados ao modelo simplificado. A placa se comportou como esperado em relação aos momentos de flexão. As fibras inferiores são tracionadas na região sob os pilares, e na região entre os pilares, as fibras tracionadas são as superiores.

## Conclusões

Ao iniciar a análise da variação do módulo de reação do solo na fundação em radier, a premissa da análise do radier como uma base sobre apoio elástico foi que o módulo de reação do solo não seria constante sob toda a base. Neste trabalho, ficou demonstrado por meio dos dois modelos que, tanto a análise simplificada, quanto a análise segundo o método dos elementos finitos, é possível considerar uma variação do módulo de reação do solo. Demonstrou-se também que, mesmo na ausência de investigações geotécnicas mais acuradas, pode-se obter o módulo de reação do solo a partir do  $N_{SPT}$ , de correlações e tabelas, e por meio das expressões teóricas. No modelo II, ficou demonstrado que a máxima variação do módulo de reação do solo em diferentes partes do radier não ultrapassou 12% em relação aos resultados obtidos por meio do PLAXIS, e aos obtidos com o uso de expressões teóricas.

Conclui-se que, para estruturas usuais, uma análise simplificada é adequada, visto que o refinamento da análise não altera os resultados significativamente. Porém, em plantas mais complexas, uma análise mais sofisticada e uma investigação que permita valores mais precisos do módulo de reação do solo pode viabilizar uma solução em radier que de outro modo não seria possível.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 6118: Projeto de estrutura de concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.
- \_\_\_\_\_. NBR 6122: Projeto e execução de fundações, Rio de Janeiro, 2010.
- \_\_\_\_\_. NBR 6489: Prova de carga direta sobre terreno de fundação, Rio de Janeiro, 1984.
- ALBUQUERQUE, R.C.B.L.; GUSMÃO A.D. Considerações da relevância da interação solo-estrutura em recalques: Caso de um prédio na cidade do Recife. ABMS, São Paulo, SP, 2006. Disponível em: <https://goo.gl/vZDjWB>. Acesso em 17/01/2017.
- BAROUNIS, N; SAUL, G; LALLY, D.; Estimation of vertical subgrade reaction from CPT investigations: Application in Christchurch. Proceedings 19<sup>th</sup> NZGS. Geotechnical Symposium, Queenstown, 2013.
- BAROUNIS, N; ARMAOS, P.; Sensitive analysis of the vertical modulus of subgrade reaction, as estimated from CPT for the design of foundations and comparison with values from SPT for a site in Christchurch. NZEE, Annual Technical Conference, Christchurch, 2016.
- BOWLES, J. E.; Foundation analysis and design. 5th ed. Singapore: McGraw-Hill, 1997.
- GUPTA, S. C.; Raft foundations design and analysis with a practical approach. New Delhi, New Age International (P) Limited, Publishers, 1997.
- GUSMÃO, A.D.; GUSMÃO FILHO, J.A. Avaliação da influência da interação solo-estrutura. In X COBRAMSEF, Foz do Iguaçu, PR, ABMS, Anais v. 1, p.68-74, 1994.
- MORAES, M. C.; Estruturas de fundações. 3ed. São Paulo: Editora McGraw Hill, 1976.
- PERLOFF, W. H., “Pressure Distribution and Settlement,” Foundation Engineering Handbook, Van Nostrand Reinhold Company, New York, NY, 1975.
- SCOTT, R; Foundation analysis. Prentice-Hall civil engineering an engineering mechanics series, Spectrum Book, S-642, New Jersey, 1981.
- TEIXEIRA, A.H; GODOY, N. S.; Análise, projeto e execução de fundações rasas. Fundações Teoria e Prática. São Paulo: Pini, cap 7, pp 227-264, 2ed. 1998.
- VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R.; Fundações Volume 1: Critérios de Projeto – Investigação de subsolo – Fundações superficiais. 2 ed., São Paulo: Oficina de textos, 2014.
- VESIC, A.B., “Beams on Elastic Subgrade and Winkler’s Hypothesis,” Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris, 1961.
- VILELA, I.P.S., Análise de Radiers de Concreto Estrutural. Dissertação de mestrado, UFF – Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia, Niterói, RJ, 2016.