

Análise de hastes delgadas em grelhas hiperestáticas de tabuleiro de pontes.

Antônio Luis Alves da Cunha¹, Luiz Carlos Mendes².

¹Aluno do Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense.

/Email: antonioluiscunha@hotmail.com

² Professor Titular da Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense

/Email: lcarlos@predialnet.com.br

Resumo

Estruturas em hastes de paredes delgadas se caracterizam pelo fato de a espessura do perfil apresentar uma dimensão bem pequena em relação às suas dimensões da seção transversal que, por sua vez, são pequenas em relação ao comprimento do perfil (KOSCIA, 1967).

Nestas estruturas ocorre um efeito que não pode ser desconsiderado: o efeito do empenamento (MEGSON, 1974). Ele se estende ao longo de todo o comprimento do perfil não podendo mais ser tratado com um simples fenômeno localizado possuindo a conotação de um deslocamento importante em que a peça, dependendo do seu grau de esbeltez, deverá ser submetida. Na bibliografia corrente de hastes de paredes delgadas é, praticamente, inexistente o tratamento de grelhas dotadas de perfis sujeitos ao empenamento, principalmente em tabuleiros de pontes. Dessa forma, justifica-se o mérito e o objetivo do presente estudo pela sua originalidade, uma vez que envolve uma série de contribuições na análise de resultados até então pouco investigados.

O trabalho tem por objetivo determinar as tensões de flexão e bimomento nas interseções entre as vigas que compõem grelhas hiperestáticas com 5 vigas dispostas na direção horizontal e 5 vigas na direção longitudinal pertencentes a um tabuleiro de vigas múltiplas. Assim, foi possível determinar as tensões nos flanges dos perfis que compõem a grelha e observar o comportamento destas tensões por meio de gráficos que foram obtidos variando-se as dimensões geométricas dos perfis soldados. Para análise desses gráficos foram utilizados perfis VS 200x19, VS 300x38, VS 400x44, VS 500x97, VS 600x152, VS 700x166, VS 800x160, VS 900x191 e VS 1000x217. O principal parâmetro observado e que molda o formato dos gráficos é o comprimento característico inverso (k), uma vez que ele é proporcional à tensão de bimomento (ILG, 1982). Ao todo nove pontos são analisados nas interseções entre as vigas principais e transversinas. Tais resultados permitiram uma análise do comportamento das tensões de flexão e de bimomento nas interseções entre as vigas que compõem a grelha e, além disso, foi realizada uma comparação relacionando a magnitude entre essas tensões. A importância do bimomento no estudo das hastes de paredes delgadas é confirmada, pois, em alguns pontos da grelha, representa mais de 15,3% da magnitude da tensão de flexão atuante na mesma seção. Além disso, os gráficos mostram que, com a variação do perfil, diminui-se muito pouco a variação das tensões, tanto de flexão quanto de bimomento, e as possíveis aplicabilidades de cada perfil poderiam tornar o tabuleiro da ponte economicamente otimizado.

Palavras-chave

Hastes delgadas; vigas metálicas, grelhas em hastes delgadas; pontes metálicas; perfis esbeltos.

Introdução

O método da flexibilidade é um processo clássico para determinação de estruturas hiperestáticas na qual é feita a superposição de soluções básicas isostáticas. Dessa forma, cria-se uma estrutura isostática auxiliar, chamada sistema principal (SP), que é obtida da estrutura original hiperestática pela eliminação de alguns vínculos (SENJANOVIC, 1973). A solução do problema do método das forças aplicado à grelha hiperestática para tabuleiro de pontes em estruturas metálicas é encontrar os valores que os hiperestáticos X_1 , X_2 , X_3 , X_4 ... X_n devem ter para que, juntamente com o carregamento externo aplicado, possa-se recompor os vínculos dos apoios eliminados com os valores determinados dos hiperestáticos.

Método da flexibilidade aplicada a grelhas hiperestáticas de tabuleiros de pontes

A grelha a ser analisada neste trabalho é composta por três vigas dispostas na direção horizontal e três vigas dispostas na direção longitudinal como mostra a Figura 1. As condições de bordo nas extremidades de cada viga são consideradas como vínculos de apoio simplesmente, sem a presença de engastamentos. O termo grelha 5x5 se deve ao fato de ela possuir cinco apoios ao longo do seu eixo longitudinal.

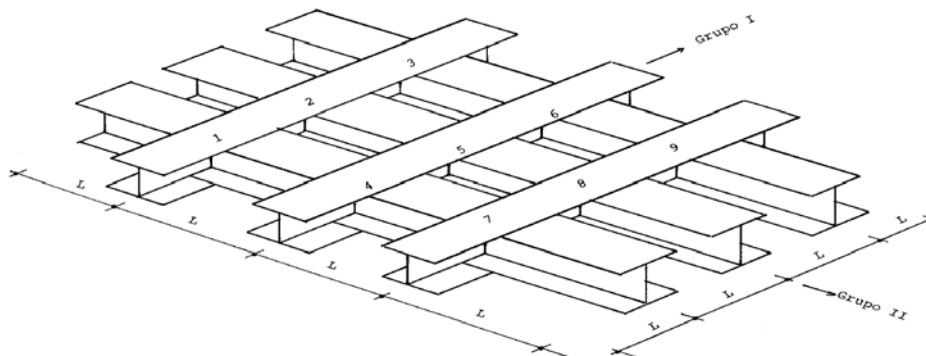


Figura 1 – Esquema estrutural grelha 5 x 5.

Para que fosse possível chegar à análise desejada foi adotado um valor de carregamento bidimensional perpendicular à placa da laje $p = 1\text{kN/m}^2$ e um espaçamento entre vigas igual a $L = 3\text{m}$. Como se trata de um elemento estrutural composto por duas direções (longitudinal e transversal), o carregamento externo isolado aplicado sobre o sistema principal é apresentado sob a solicitação de momentos fletores em cada direção, conforme a Figura 2.

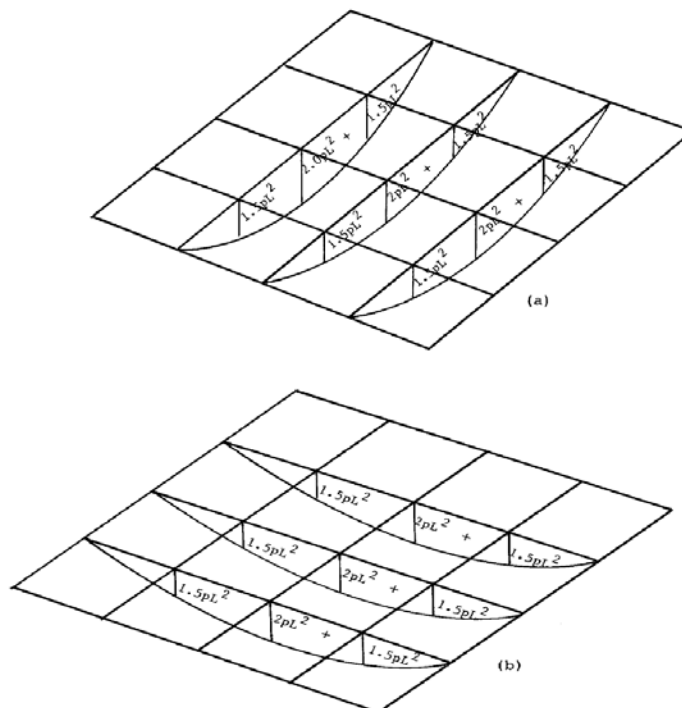


Figura 2 – Aplicação do carregamento externo gerando diagramas do momento fletor na direção horizontal e diagramas do momento fletor na direção transversal.

Ao todo foram aplicados cinco carregamentos virtuais (hiperestáticos) unitários ao longo da grelha para que fosse possível determinar as tensões de flexão e bimomento atuantes nas interseções entre as vigas. Em cada ponto na qual se desejava calcular um valor de tensão, foi aplicado um hiperestático unitário, possibilitando a determinação das incógnitas por meio da resolução da equação de coerência, que incorpora a matriz de flexibilidade.

A Figura 3 mostra os momentos fletores gerados na grelha pela aplicação de hiperestáticos sob a forma de cargas verticais.

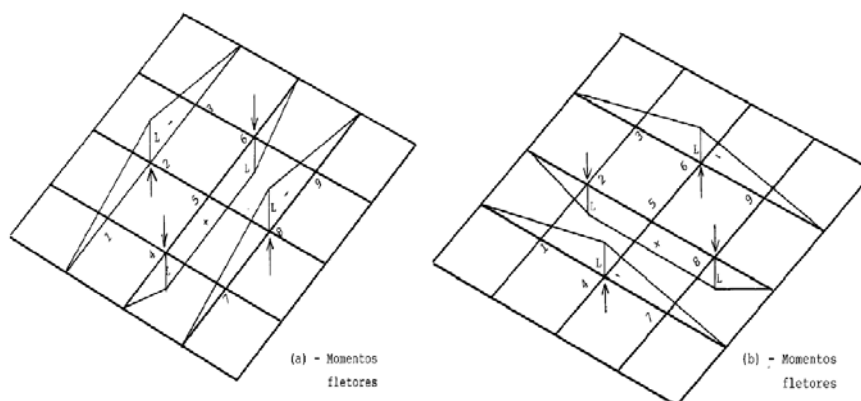


Figura 3 – Aplicação do hiperestático X_1 .

A Figura 4 mostra os esforços de momentos fletores e torçores gerados na grelha pela aplicação de hiperestáticos unitários sob a forma de momentos torçores em cruz.

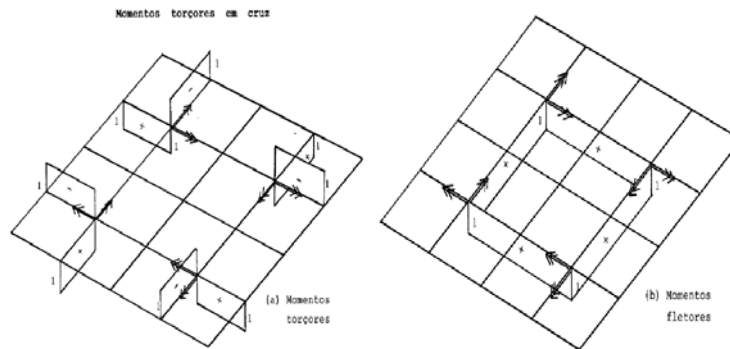


Figura 4 – Aplicação do hiperestático X₂.

A Figura 5 mostra os esforços de momentos fletores e torçores gerados na grelha pela aplicação de hiperestáticos unitários sob a forma de momentos torçores cíclicos. Eles têm de formar um ciclo em torno do ponto central da grelha.

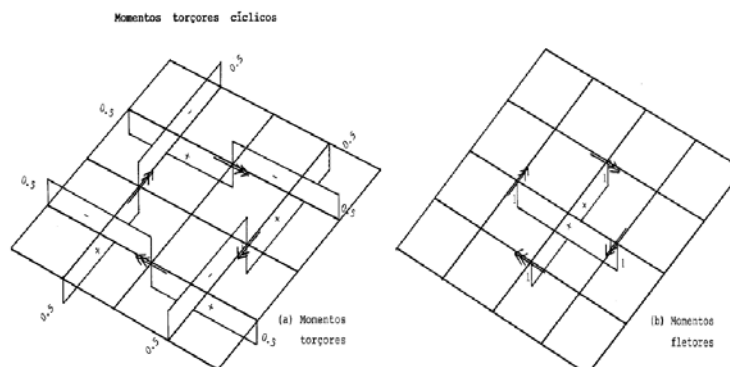


Figura 5 – Aplicação do hiperestático X₃.

A Figura 6 mostra os esforços de bimomentos gerados na grelha pela aplicação de hiperestáticos unitários sob a forma de bimomentos cíclicos. Eles têm de formar um ciclo em torno do ponto central da grelha da mesma forma que os momentos torçores.

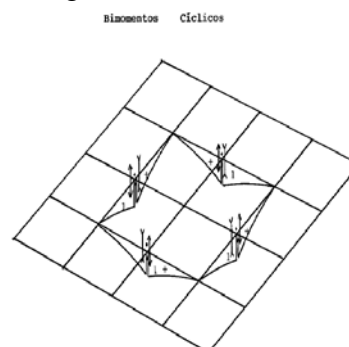


Figura 6 – Aplicação do hiperestático X₄.

A Figura 7 mostra os esforços de bimomentos gerados na grelha pela aplicação de hiperestáticos unitários sob a forma de bimomentos em cruz.

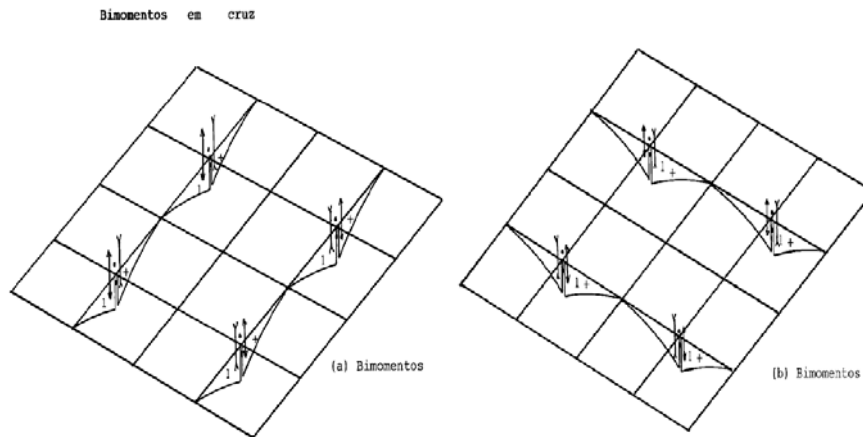


Figura 7 – Aplicação do hiperestático X_5 .

Após a formação dos gráficos dos esforços gerados pelo carregamento externo e pelos hiperestáticos unitários foi possível obter a matriz de flexibilidade da grelha, para a determinação das incógnitas dos hiperestáticos necessários á compatibilidade estática. A resolução da equação de coerência pode ser feita resolvendo o seguinte sistema de equações lineares.

$$\begin{aligned}
 f_{10} + f_{11} \cdot X_1 + f_{12} \cdot X_2 + f_{13} \cdot X_3 + f_{14} \cdot X_4 + f_{15} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{20} + f_{21} \cdot X_1 + f_{22} \cdot X_2 + f_{23} \cdot X_3 + f_{24} \cdot X_4 + f_{25} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{30} + f_{31} \cdot X_1 + f_{32} \cdot X_2 + f_{33} \cdot X_3 + f_{34} \cdot X_4 + f_{35} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{40} + f_{41} \cdot X_1 + f_{42} \cdot X_2 + f_{43} \cdot X_3 + f_{44} \cdot X_4 + f_{45} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{50} + f_{51} \cdot X_1 + f_{52} \cdot X_2 + f_{53} \cdot X_3 + f_{54} \cdot X_4 + f_{55} \cdot X_5 &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Os coeficientes da matriz de flexibilidade podem ser obtidos pelas tabelas de Kollbrunner Hajdin (1972), que possibilitam encontrar a formulação precisa para o cálculo desses coeficientes. Dessa forma, foram obtidas as seguintes expressões que permitem calcular os coeficientes de flexibilidade e o vetor de carregamento externo da grelha.

$$\begin{aligned}
 f_{10} &= -\frac{23}{6} \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot p \cdot L^4 & f_{11} &= \frac{32}{3} \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot L^3 & f_{12} &= -6 \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot L^2 \\
 f_{13} &= 4 \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot L^2 & f_{14} &= f_{15} = 0 & f_{20} &= \frac{44}{3} \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot p \cdot L^3 \\
 f_{21} &= f_{12} = -6 \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot L^2 & f_{22} &= \frac{8}{(kL^2)} \cdot T \cdot T \cdot L^3 + \frac{I_\omega}{I_y} \cdot 8 \cdot L & f_{30} &= \frac{22}{3} \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot p \cdot L^3 \\
 f_{23} &= \frac{8}{(kL^2)} \cdot T \cdot T \cdot L^3 & f_{24} &= f_{25} = 0 & & \\
 f_{31} &= f_{13} = 4 \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot L^2 & f_{32} &= f_{23} = \frac{8}{(kL^2)} \cdot T \cdot T \cdot L^3 & & \\
 f_{33} &= \frac{16}{(kB^2)} \cdot L^3 + 4 \cdot \frac{I_\omega}{I_y} \cdot L, \text{ onde } B=2L & f_{34} &= f_{35} = 0 & & \\
 f_{40} &= \frac{8}{(kL)^2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\cosh(kL) - 1}{kL \cdot \sinh(kL)} - 1 \right) \cdot m_D \cdot L^3 \cdot M\omega^2 & f_{41} &= f_{42} = f_{43} = 0 & & \\
 f_{44} &= \frac{8}{kL} \cdot \left(\frac{1}{\tanh(kL)} - \frac{1}{kL} \right) \cdot L \cdot M\omega^2 & f_{45} &= \frac{8}{kL} \cdot \left(\frac{1}{kL} - \frac{1}{\sinh(kL)} \right) \cdot L \cdot M\omega^2 & & \\
 f_{50} &= \frac{16}{(kL)^2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\cosh(kL) - 1}{kL \cdot \sinh(kL)} - 1 \right) \cdot m_D \cdot L^3 \cdot M\omega^2 & f_{51} &= f_{52} = f_{53} = 0 & & \\
 f_{54} &= f_{45} = \frac{8}{kL} \cdot \left(\frac{1}{kL} - \frac{1}{\sinh(kL)} \right) \cdot L \cdot M\omega^2 & f_{55} &= \frac{16}{kL} \cdot \left(\frac{1}{\tanh(kL)} - \frac{1}{kL} \right) \cdot L \cdot M\omega^2 & & \\
 \end{aligned} \tag{2}$$

O cálculo dos coeficientes da matriz de flexibilidade envolve grandezas como comprimento característico inverso (k), comprimento entre vigas que compõem a grelha (L), bimomento proveniente do momento torçor aplicado (m_D), momento torçor unitário aplicado (T), carregamento bidimensional aplicado sobre a laje (p), momento de inércia setorial (I_ω) e momento de inércia com relação ao eixo y (I_y). Como está sendo feita uma análise variando-se as seções e os parâmetros necessários para obtenção dos coeficientes de flexibilidade, também são necessárias as características geométricas desses perfis. Ao ser trocado o perfil será preciso determinar uma nova matriz de flexibilidade para cada perfil adotado durante a análise (ODEN, 1967).

O momento fletor e bimomento atuante nas interseções entre as vigas foi obtido somando-se a parcelas de carregamento externo e a parcela proveniente dos hiperestáticos unitários aplicados sobre a grelha. Para cada interseção entre as vigas existem quatro locais específicos para determinação das tensões de flexão e bimomento. Elas são as calculadas acima, imediatamente à esquerda, imediatamente à direita e abaixo das interseções entre as vigas do esquema estrutural. Dessa forma o momento fletor foi obtido conforme equação (3) a seguir:

$$M_f = M_0 + \overline{M}_1 \cdot X_1 + \overline{M}_2 \cdot X_2 + \overline{M}_3 \cdot X_3 + \overline{M}_4 \cdot X_4 + \overline{M}_5 \cdot X_5 \quad (3)$$

onde o M_0 coeficiente é proveniente do carregamento externo atuante, os coeficientes \overline{M}_1 , \overline{M}_2 , \overline{M}_3 , \overline{M}_4 e \overline{M}_5 são encontrados a partir dos gráficos obtidos pelos hiperestáticos unitários. A resolução das equações de coerência fornece o valor dos hiperestáticos X_1 , X_2 , X_3 , X_4 e X_5 (ALVES, 2008).

A tensão de flexão foi calculada em cada ponto da grelha será obtido e as características geométricas dos perfis utilizando a equação (4).

$$\sigma_f = \frac{M_f}{I_y} \cdot y \quad (4)$$

Com relação ao bimomento, o método utilizando para obtenção das tensões é análogo sendo obtido somando-se a parcela de carregamento real com as parcelas de carregamento virtual oriundas dos hiperestáticos adotados.

$$M_{\omega} = M_{\omega_0} + \overline{M}_{\omega_1} \cdot X_1 + \overline{M}_{\omega_2} \cdot X_2 + \overline{M}_{\omega_3} \cdot X_3 + \overline{M}_{\omega_4} \cdot X_4 + \overline{M}_{\omega_5} \cdot X_5 \quad (5)$$

O carregamento real foi obtido através de formulação obtida por Kollbrunner Hajdin (1972) e M_{ω_0} foi obtida usando a equação abaixo:

$$M_{\omega_0} = \frac{1}{k^2} \cdot \left(1 - \frac{\sinh(kx) + \sinh(k(L-x))}{\sinh(kl)} \right) \quad (6)$$

Finalmente a tensão de bimomento é obtida com base nas características geométricas dos perfis adotados.

$$\sigma_{\omega} = \frac{M_{\omega}}{I_{\omega}} \cdot \omega \quad (7)$$

Análise dos resultados

Tomando como base os perfis VS 200 x 19, VS 300 x 38, VS 400 x 44, VS 500 x 97, VS 600 x 152, VS 700 x 166, VS 800 x 160, VS 900 x 191 e VS 1000 x 217, considerando que todos se enquadram na categoria de hastes delgadas, foram obtidos os seguintes resultados de tensões de flexão nos pontos nodais da grelha, utilizando-se um comprimento de célula de 3 metros e um carregamento externo bidimensional $p = 1 \text{ kN/m}^2$.

Para cada ponto de interseção entre vigas foram calculadas as tensões à esquerda ($\sigma_{f,e}$), à direita ($\sigma_{f,d}$), superior ($\sigma_{f,s}$) e inferior ($\sigma_{f,i}$) no ponto nodal em questão. Ao todo foram tratados nove pontos nodais e o comportamento das tensões de alguns pontos são ilustrados na Figura 8. Dessa forma foram determinadas as tensões de momentos fletores em 36 situações diferentes. Os valores das tensões de flexão obtidos estão representados em N/m^2 .

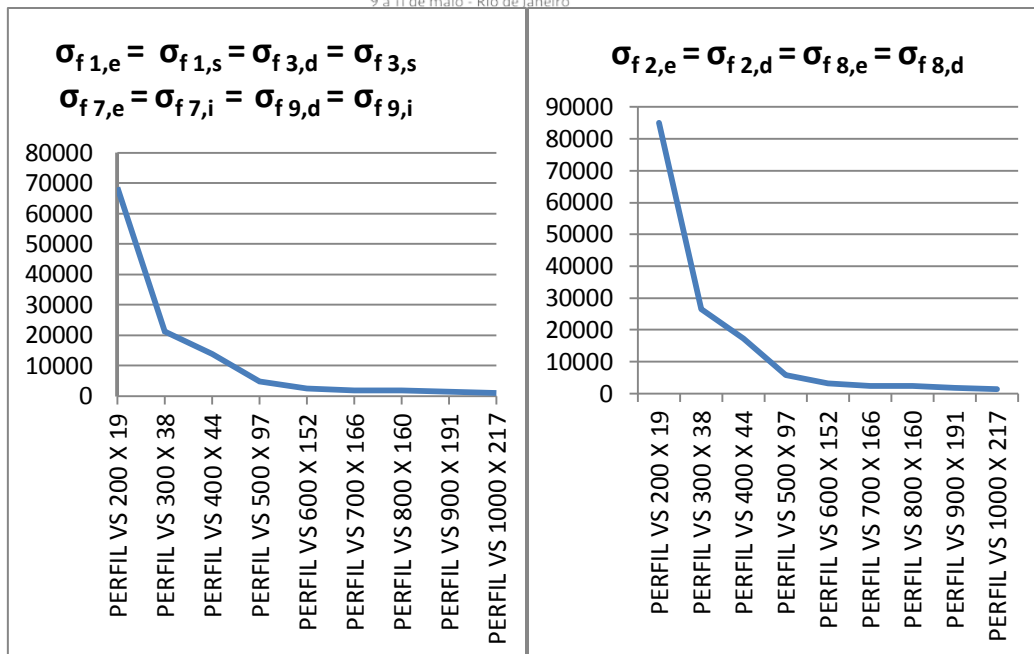


Figura 8 – Tensões de flexão nos pontos nodais da grelha.

Os mesmos perfis adotados para o cálculo das tensões de flexão foram utilizados para determinar as tensões de bimomento atuante nas interseções entre as vigas. A Figura 9 ilustra as tensões de bimomento nos pontos nodais nos pontos 1,3,7 e 9 de extremidade e nos pontos 2 e 8 em cruz.

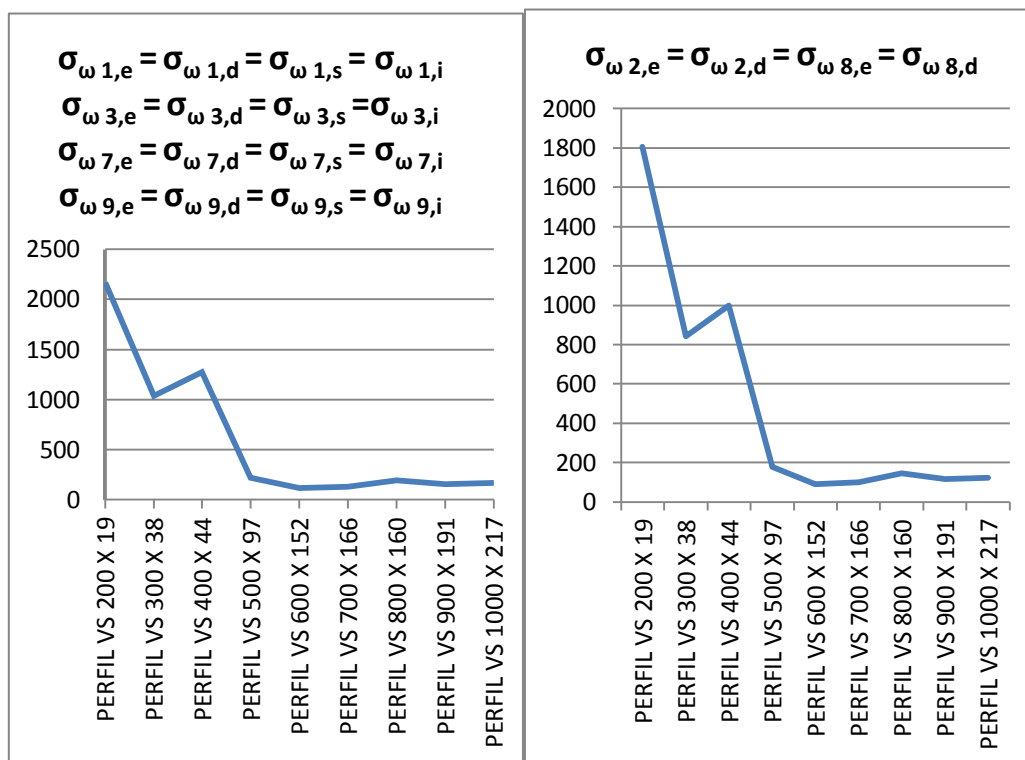


Figura 9 – Tensões de bimomentos nos pontos nodais da grelha

Após a obtenção dos valores de tensão de bimomento e flexão, foi analisado o percentual entre as tensões obtidas, para se observar qual a relação entre as tensões de bimomento e de flexão, variando-se os perfis e mantendo-se as características geométricas iniciais adotadas. Os gráficos obtidos na Figura 10 apresentam formato semelhante ao gráfico das tensões devidas ao bimomento nos pontos 1, 3, 7 e 9.

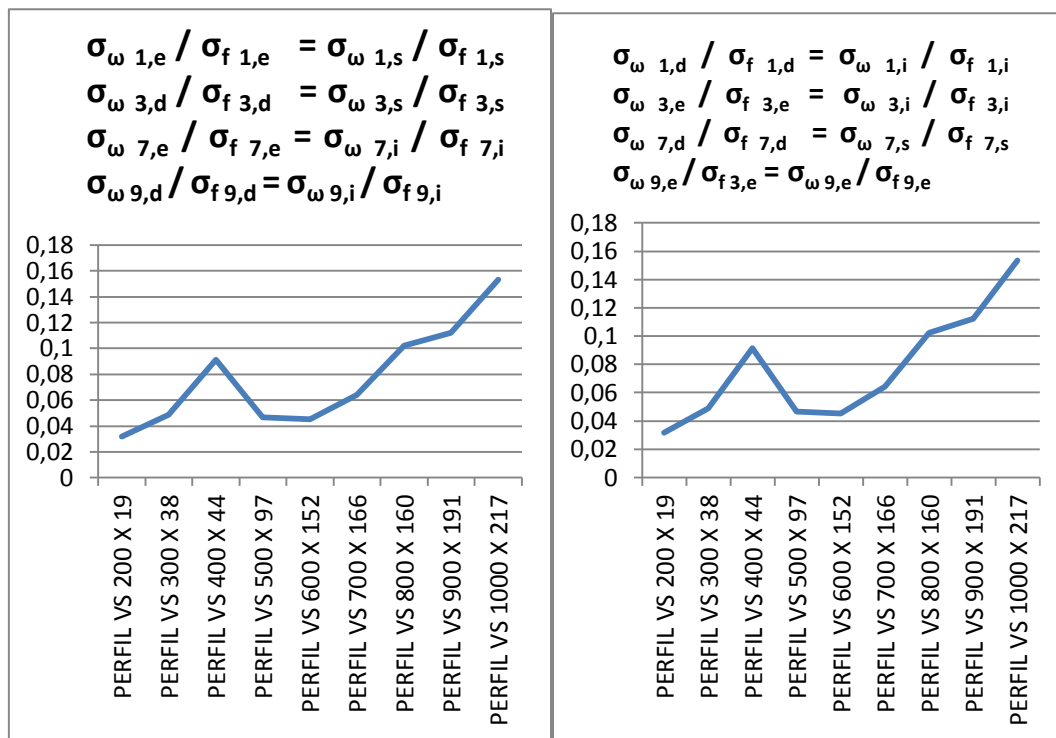


Figura 10 – Razões entre as tensões de bimomento e flexão.

Os gráficos das tensões devidas ao bimomento apresentam uma variação com relação ao gráfico das tensões de flexão, já que entre os perfis VS 300 x 38 e VS 400 x 44 ocorre uma linha ascendente devido ao aumento do comprimento característico inverso (k) que ocorre entre essas duas seções. O comprimento característico inverso tem uma influência maior nos resultados gerados para as tensões de bimomento do que para os valores obtidos com relação às tensões de flexão, pois causa uma variação maior no valor dos hiperestáticos X_4 e X_5 , que influenciam de forma direta nos cálculos das tensões de bimomento.

Os gráficos da Figura 10 mostram que a comparação entre as tensões de flexão e bimomento apresentam configuração semelhante a da tensão de bimomento. O aumento do comprimento característico inverso entre os perfis VS 300 x 38 e VS 400 x 44 causa um aumento significativo na comparação entre as tensões analisadas. A maior influência da tensão de bimomento aparece para o perfil VS 1000 x 217 e representa 15,3% do valor da tensão de flexão. Essa informação mostra que o bimomento considerado exclusivamente para hastes delgadas é representativo e que exerce grande influência no sistema estrutural do tabuleiro da ponte.

Conclusões

A influência do comprimento característico inverso (k), é de suma importância no cálculo das tensões de flexão e de bimomento.

O método da flexibilidade adotado permitiu calcular as tensões de flexão e de bimotoes de forma coerente e precisa, pois permite calcular com confiabilidade desde as estruturas mais simples até as estruturas mais complexas. O trabalho é original e aborda um tema inovador, pois contempla um assunto pouco estudado até o momento e com uma bibliografia muito restrita.

As propriedades geométricas e setoriais dos perfis são predominantes para a análise das tensões calculadas, pois à medida que o perfil aumenta de altura, o comprimento característico inverso diminui e, conseqüentemente, as tensões atuantes diminuem progressivamente.

Os gráficos obtidos permitiram uma análise do comportamento das tensões de flexão e de bimomento nas interseções entre as vigas que compõem a grelha e, além disso, foi realizada uma comparação relacionando a magnitude entre essas tensões. A verificação da importância das tensões bimomento no estudo das grelhas hastes de paredes delgadas é inegável, pois em alguns pontos, representa mais de 15,3% da magnitude da tensão de flexão atuante na mesma seção. Os gráficos observados mostram que após determinada dimensão do perfil, se diminui muito pouco a variação das tensões, tanto para flexão quanto para bimomento e, numa possível aplicabilidade desse perfil, poderia torna-lo economicamente inviável devido ao efeito do empenamento. A principal contribuição do trabalho foi evidenciar as tensões de bimotoes que causam empenamento, tornando os tabuleiros de pontes metálicas mais otimizados em se tratando de perfis em hastes de paredes delgadas.

Referências

- ALVES, Vancler Ribeiro. - Análise de perfis enrijecidos em hastes de paredes delgadas de aços formados a frio. Tese de Doutorado, UFF, Niterói, Rio de Janeiro, 2008.
- ILG, Ingrid. Vigas contínuas em Hastes de Paredes Delgadas, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1982.
- KOLLBRUNNER, C.F. e BASLER, K. Torsion in Structures - An Engineering Approach, Springer – Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, 1969.
- KOLLBRUNNER, C.F. e KRAJCINOVIC, D. Matrix Analysis of Thin-Walled Structures, Institute for Engineering Research, Verlag/ Leemann/ Zurich, 1969.
- KOLLBRUNNER, C.F. e HAJDIN, N. Dünnwandige Stäbe, band 1, Springer-Verlag, Berlin/ Heidelberg/New York, 1972.
- MEGSON, T. H. G. Linear Analysis of Thin Walled Elastic Structures, Surrey University Press, U.S.A, 1974.
- MENDES, Luiz Carlos. Análise de grelhas em Hastes de Paredes Delgadas sujeitas à bimotoes. Tese de Doutorado, UFF, Niterói, Rio de Janeiro, 1993.
- ODEN, J. T. Mechanics of Elastic Structures, McGrawHill Book Company, Inc., U.S.A, 1967.
- SENJANOVIC, I. Torsion of Thin-Walled Girders, Journal Brodograndja, vol.24, nº 01, 1973.
- ZBIROHWSKI-KOSCIA, K. Thin Walled Beams, Crosby Lockwood & Son Ltd., London, 1967.