

Dimensionamento Ótimo de Pórticos de Aço com Ligações Semirrígidas Utilizando Elementos Finitos Híbridos

Sérgio da Silva Ferreira Júnior¹, Gines Arturo Santos Falcón²

¹Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro/ Estruturas /ssferreira.jr@gmail.com

²Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro/ Estruturas /gines@uenf.br

Resumo

O presente projeto objetiva a obtenção de pórticos de aço com ligações semirrígidas mecanicamente eficientes e conseqüentemente mais econômicos. Foram desenvolvidos dois módulos computacionais independentes, um para Análise Estrutural baseada em técnica de elementos finitos e o outro para Otimização Estrutural mediante Algoritmos Genéticos. Para a avaliação da influência da rigidez rotacional das ligações viga-coluna propõe-se um modelo computacional que considera a utilização de elementos finitos híbridos. Isto é, as ligações semirrígidas são representadas por elementos mola localizados nas extremidades das vigas, simulando assim o comportamento da ligação. A partir do elemento clássico de viga com extremidades rígidas foi realizado a modificação da matriz de rigidez dos elementos, possibilitando a inclusão do efeito da semirrígidez da ligação. Desta maneira, apresenta-se uma metodologia computacional para o dimensionamento de pórticos planos de aço visando custo mínimo de fabricação, tanto dos perfis quanto das ligações. As variáveis de projeto são as rigidezes rotacionais das ligações viga-coluna e uma codificação para identificadores dos perfis de aço. Sendo as primeiras, variáveis contínuas e as últimas variáveis discretas disponibilizadas num banco de dados de perfis comerciais nacionais. As restrições de projeto estão baseadas no comportamento mecânico da estrutura, em conformidade com a NBR 8800/2008 complementada pela EUROCODE 3/2005. Assim, deslocamentos laterais do pórtico, flechas nas vigas, resistência, esbeltez, delimitam o projeto. Foram desenvolvidos códigos computacionais próprios para análise estrutural e funções de otimização global disponíveis no ambiente computacional MATLAB.

Palavras-chave

Otimização Estrutural; Ligações Semirrígidas; Pórticos de Aço; Elemento Híbrido; Elementos Finitos.

Introdução

No projeto clássico de pórticos de aço, frequentemente são adotados dois modelos hipotéticos de comportamento para as ligações segundo a sua rigidez: articulada ou rígido. Esses modelos são utilizados visando a simplificação da análise e projeto, diferindo os resultados obtidos na prática e nas análises experimentais.

Na Figura 1 observa-se que a ligação articulada permite a rotação dos elementos (ϕ), não transmitindo momentos fletores entre os elementos do pórtico. Já as ligações rígidas não permitem a rotação dos elementos, causando então a transferência de momentos fletores entre os elementos. O comportamento real de uma ligação apresenta

um comportamento intermediário entre os casos citados, sendo classificadas como: semirrígida.

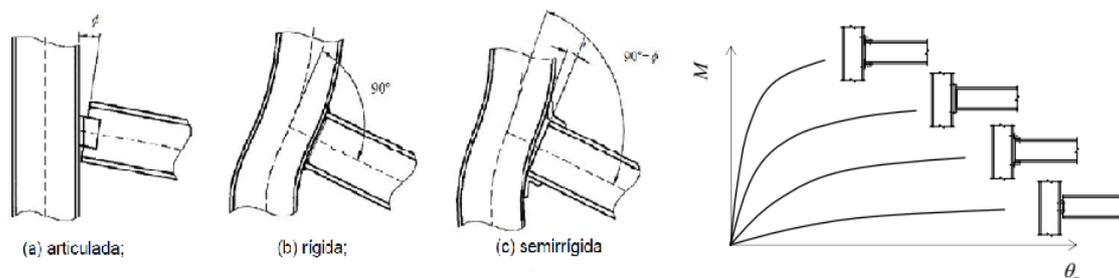


Figure 1 – Classificação e curva momento-rotação das ligações.

Na Figura 1, observa-se a não linearidade da curva e o grau de flexibilidade da mesma. Nota-se também que ligações articuladas apresentam patamar de escoamento bem definido, adquirindo uma boa capacidade de redistribuição dos esforços, diferente das ligações com significativa rigidez, caracterizando-se por apresentar pequena deformação rotacional causando uma ruptura frágil.

Neste trabalho foram estudados e desenvolvidos métodos computacionais para análise do comportamento mecânico de pórticos planos de aço com ligações viga-coluna semirrígidas e sua aplicação no dimensionamento ótimo. O processo de análise de estrutura foi implementado usando o software educacional MATLAB, modificando funções do toolbox chamado CALFEM.

Análise Estrutural de pórticos de aço plano com ligações semirrígidas

O método de análise desenvolvido visa estudar a influência do grau de rigidez rotacional das ligações semirrígidas no comportamento mecânico da estrutura, como a não linearidade resultante do comportamento do material e a geometria da estrutura. Neste estudo considera-se uma matriz de rigidez elementar híbrida, onde as ligações viga-coluna são representadas através de um elemento mola (fictício) nas extremidades do elemento barra. Esses elementos possuem uma relação predeterminada entre as forças e os deslocamentos, simulando o comportamento da ligação como um todo.

Os efeitos da flexibilidade da ligação são modelados pela rigidez rotacional R_1 e R_2 atuando nas extremidades da barra, como pode ser visto na Figura 3.

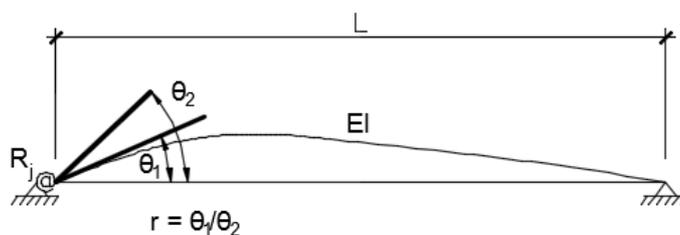


Figure 2– Representação do elemento híbrido.

Análise Linear

Segundo SÁNCHEZ (2013) para análise estrutural de primeira ordem, a matriz de rigidez do elemento plano com ligações semirrígidas pode ser representada pela matriz de rigidez K_i do elemento rígido modificado por uma matriz de correção:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} \frac{r_1 + r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{6EI}{L^2} \frac{2r_1 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} \frac{r_1 + r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{6EI}{L^3} \frac{2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} \\ \frac{4EI}{L} \frac{(3r_1)}{4 - r_1 - r_2} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \frac{2r_1 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} \frac{r_1 + r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & -\frac{6EI}{L^3} \frac{2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L^3} \frac{2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{4EI}{L} \frac{(3r_2)}{4 - r_1 - r_2} & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} \frac{r_1 + r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & -\frac{6EI}{L^3} \frac{2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} \\ \frac{2EI}{L} \frac{3r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{6EI}{L} \frac{2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^3} \frac{2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 - r_2} & \frac{4EI}{L} \frac{(3r_2)}{4 - r_1 - r_2} \end{bmatrix}$$

(1)

onde E é o módulo de Young, e A , L e I são a área da seção transversal, comprimento e momento de inércia do elemento, respectivamente. Os parâmetros r_1 e r_2 são definidos como fatores de rigidez de cada extremidade do elemento, e estão relacionados com a rigidez rotacional da mola R_1 e R_2 , da seguinte forma:

$$r_j = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{R_j L}}, \quad j = 1, 2 \quad (2)$$

Análise Não-linear

A análise não-linear permite avaliar a estrutura no seu estado deformado, os chamados efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$, aplicando tensões adicionais. Com isso, quando os efeitos de não-linearidade geométricos são propostos na análise e no desenho de estruturas de pórticos semirrígidos, a matriz de rigidez geométrica da estrutura deve ser desenvolvida.

A matriz de rigidez geométrica G_i é obtida com os termos de primeira ordem da matriz polinomial (XU, 1992):

$$G_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & G_{22} & G_{23} & 0 & G_{25} & G_{26} \\ & & G_{33} & 0 & G_{35} & G_{36} \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & G_{55} & G_{56} \\ \text{simétrica} & & & & & G_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

sendo:

$$G_{23} = \frac{N}{10(4 - r_1 r_2)^2} (r_1^2 r_2^2 - 12r_1^2 r_2 + 16r_1 r_2^2 - 28r_1 r_2 + 32r_1^2) \quad (4)$$

$$G_{22} = \frac{2N}{5L(4 - r_1 r_2)^2} (3r_1^2 r_2^2 + r_1^2 r_2 + r_1 r_2^2 + 8r_1^2 + 8r_2^2 - 34r_1 r_2 + 40) \quad (5)$$

$$G_{33} = \frac{2NL}{5(4 - r_1 r_2)^2} (2r_1^2 r_2^2 - 7r_1^2 r_2 + 8r_1^2) \quad (6)$$

$$G_{36} = \frac{-NL}{10(4 - r_1 r_2)^2} (7r_1^2 r_2^2 - 16r_1^2 r_2 - 16r_1 r_2^2 + 28r_1 r_2) \quad (7)$$

$$G_{26} = \frac{N}{10(4 - r_1 r_2)^2} (r_1^2 r_2^2 - 12r_1 r_2^2 - 16r_1^2 r_2 - 28r_1 r_2 + 32r_2^2) \quad (8)$$

$$G_{66} = \frac{2NL}{5(4 - r_1 r_2)^2} (2r_1^2 r_2^2 - 7r_1 r_2^2 + 8r_2^2) \quad (9)$$

no qual:

$$G_{55} = -G_{25} = G_{22}, G_{35} = -G_{23}, G_{56} = -G_{26} \quad (10)$$

Por fim, tendo a matriz de rigidez para um elemento semirrígido, K_i^{SR} , em que as propriedades elásticas de primeira e segunda ordem são consideradas, é obtida como:

$$K_i^{SR} = K_i + G_i \quad (11)$$

Validação do elemento híbrido

Uma forma de quantificar a influência da ligação é através do conceito de fator de rigidez (r). O fator de rigidez, é a relação entre a rotação da extremidade da viga devido à aplicação de um momento unitário, e a rotação devido a este mesmo momento acrescida da rotação devido à flexibilidade da própria ligação.

A fim de quantificar os efeitos do fator de rigidez, considere a viga W 150x18 da Figura 3, analisada com ligações flexíveis nas suas extremidades (apoios) com fator de rigidez variando de 0 (ligação flexível) a 1 (ligação rígida).

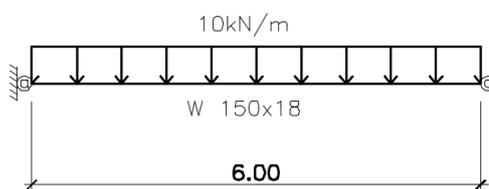


Figure 3 – Viga com ligações semirrígidas.

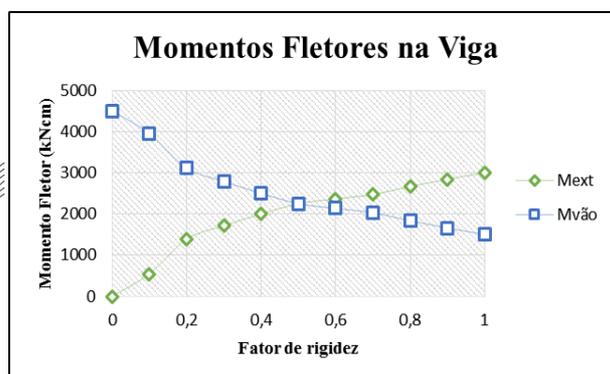


Figure 4 – Momentos fletores na viga.

Analisando esta viga no programa de análise desenvolvido, obtém-se os resultados apresentados na Figura 4.

Observando os resultados, o aumento do fator de rigidez, da ligação provoca um aumento do momento nas extremidades da viga (M_{ext}) e uma diminuição do momento no meio do vão ($M_{vão}$). Pode ser observado também uma diminuição nas rotações que variam de $qL^3/24EI$, para ligação rotulada ($r = 0$), até 0, para ligação rígida ($r = 1$). Enquanto que a flecha no meio do vão varia do valor $5qL^4/384EI$, quando $a = 0$, até $qL^4/384EI$, quando $r = 1$.

As curvas de momento fletor da Figura 4 mostram que, o emprego de ligações semirrígidas permite uma redistribuição de esforços entre os momentos nas extremidades e no meio do vão. Para uma viga bi apoiada isso pode representar a escolha de um perfil menos robusto, pois o crescimento de momentos nas extremidades diminui a solicitação no meio do vão. E para uma viga bi engastada pode representar na escolha de ligações menos rígidas, significando menos detalhes de fabricação e montagem, isso está diretamente relacionado com a redução de custo da ligação. PFEIL (1986), dentro outros autores que usam esses argumentos como incentivo ao emprego de ligações semirrígidas em pórticos de aço.

Algoritmo Genético

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são técnicas heurísticas evolucionistas de otimização baseado na evolução natural das espécies, utilizando operadores inspirados no processo de evolução. Estes operadores manipulam indivíduos de uma população para melhorar a adaptação gradativamente, gerando um processo de evolução natural (RAO, 2009). Esses algoritmos são adequados para problemas não-lineares, tendo em vista que eles são capazes de analisar grandes e complexas regiões de busca e permitem a escolha dos melhores indivíduos dentro de uma população de candidatos a solução (DIAZ *et al.*, 2012).

O processo de otimização usando algoritmo genético envolve os seguintes passos: 1) Definição das coordenadas dos elementos da estrutura; 2) Definição dos candidatos da população (banco de dados) que podem ser solução do problema; 3) Criação de uma nova população através dos operadores de reprodução, mutação e *crossover* de acordo com os valores de aptidão; 4) os passos 2) e 3) repetem usando a nova população gerada em cada iteração até obter a convergência desejada.

Otimização de projeto

O modelo matemático para obtenção de pórticos de aço de custo de fabricação mínimo através da determinação de perfis e rigidezes ótimas, considerando as restrições da norma reguladora nacional, é alcançado pela expressão através da Equação 12:

$$\text{Minimizar} \quad f(x) = C_{\text{perfis}} + C_{\text{ligações}} \quad (12)$$

$$\text{Sujeito à} \quad g_{\sigma,i} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$g_{\delta,j} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

onde $f(x)$ representa a função objetivo, C_{perfis} é o custo das vigas e colunas e n e m são o total de elementos e graus de liberdade da estrutura, respectivamente. As restrições g_{σ} representa as restrições associadas à resistência do elemento e g_{δ} representa o deslocamento nodal.

A NBR 8800 (ABNT, 2008), contém requisitos para que a estrutura satisfaça as condições do Estado Limite Último (ELU) e o Estado Limite de Serviço (ELS).

Os elementos que compõem o sistema estrutural estão submetidos a combinação de esforços, o chamado conceito de flexocompressão, que são restringidos pelas equações 13 e 14:

$$\text{para} \quad \frac{N_d}{N_{dres}} \geq 0,2 \quad \rightarrow \quad \frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{dx}}{M_{dxres}} + \frac{M_{dy}}{M_{dyres}} \right) \leq 1,0 \quad (13)$$

$$\text{para} \quad \frac{N_d}{N_{dres}} < 0,2 \quad \rightarrow \quad \frac{N_d}{2N_{dres}} + \left(\frac{M_{dx}}{M_{dxres}} + \frac{M_{dy}}{M_{dyres}} \right) \leq 1,0 \quad (14)$$

onde N_d é o esforço de tração ou compressão solicitante de projeto, M_{dx} e M_{dy} são os momentos fletores solicitantes de projeto nos eixos x e y , N_{dres} é o esforço axial, M_{dxres} e M_{dyres} são os momentos fletores resistentes de projeto.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), as restrições de deslocamento (flecha) para as vigas que limitam a flexão máxima, são dadas pela expressão:

$$\delta_v = \frac{L}{350} \quad (15)$$

onde δ_v é o deslocamento vertical máximo da viga. O deslocamento horizontal máximo da estrutura, nós superiores das colunas, é limitado por:

$$\delta_h = \frac{H}{400} \quad (16)$$

onde δ_h é o deslocamento horizontal máximo dos pórticos de aço e H é a altura da coluna.

Aplicações

Os parâmetros de otimização foram configurados da seguinte forma: tamanho da população de 80, máximo de 100 gerações, fração de crossover de 0,85 e taxa de mutação de 10^{-2} .

Para todos os elementos das estruturas são considerados a tensão de escoamento do aço de $f_y = 250$ MPa, o módulo de elasticidade de $E = 210$ GPa e o custo unitário do aço de $c_a = 3,70$ reais/kg.

Aplicação 1''

A primeira aplicação, estudada por Simões (1996), é de um pórtico de dois pavimentos e um vão. Foram definidos seis grupos para os elementos da estrutura e mais dois grupos para as ligações. A geometria da estrutura, os carregamentos e os grupos dos elementos são representados na Figura 5.

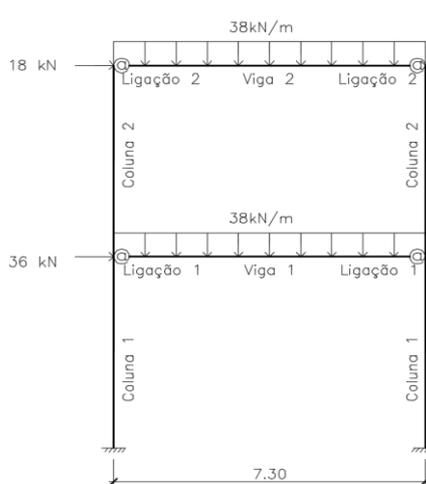


Figure 5 – Pórtico 2 pavimentos e 1 vão.

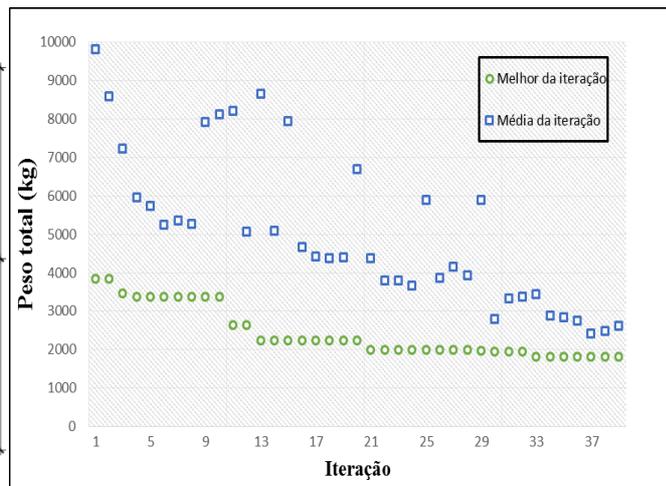


Figure 6 – Resultados de otimização em cada iteração.

Para a convergência do resultado, foram necessárias 39 iterações com um tempo de execução de 31 segundos. Na Figura 6, é apresentado o gráfico com a representação do peso encontrado para a estrutura a cada iteração executada até atingir o critério de parada. Como resultado tem-se o peso de 1802,35 kg, resultando num custo de R\$ 6668,70.

Os perfis encontrados no processo de otimização e as rigidezes das ligações estão apresentadas na Tabela 1, onde também é comparado com os resultados obtidos por Simões (1996).

Tabela 1 – Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

Variáveis de Projeto	Simões (1996)		Ferreira (2018)
	Rígida	Semirrígida	
Coluna 1	IPE 450 (77,6)	IPE 400 (66,3)	I 410 x 38,8
Coluna 2	IPE 450 (77,6)	IPE 400 (66,3)	I 250 x 44,8
Viga 1	IPE 550 (105,0)	IPE 500 (90,7)	I 460 x 52,0
Viga 2	IPE 450 (77,6)	IPE 400 (66,3)	I 530 x 82,0
Ligação 1	Rígida	59.000	27.425
Ligação 2	Rígida	38.000	34.017

O peso e o custo total do pórtico após a otimização estão representados na Tabela 2. O cálculo do custo total da estrutura obtida por Simões (1996) será estimado da mesma forma que foi obtido neste processo de otimização, Equação 12.

Tabela 2 – Custo total do pórtico (Simões x Ferreira).

	Simões (1996)		Ferreira (2018)
	Rígida	Semirrígida	
Custo total (R\$)	10339,0	8261,9	5877,37
Massa total (kg)	2469,6	2114,1	1588,48
Massa das colunas (kg)	1133,0	968,0	610,28
Massa das vigas (kg)	1336,6	1146,1	978,2

A metodologia desenvolvida em comparação ao estudo apresentado, possibilitou uma redução de 28% no custo total, e também uma redução de 24% no peso total de aço.

Aplicação 2

A segunda aplicação, estudada por Sánchez & Espín (2013), é de um pórtico de dois pavimentos e três vãos. Foram definidos quatro grupos para os elementos da estrutura e mais quatro grupos para as ligações. A geometria da estrutura, os carregamentos e os grupos dos elementos são representados na Figura 7.

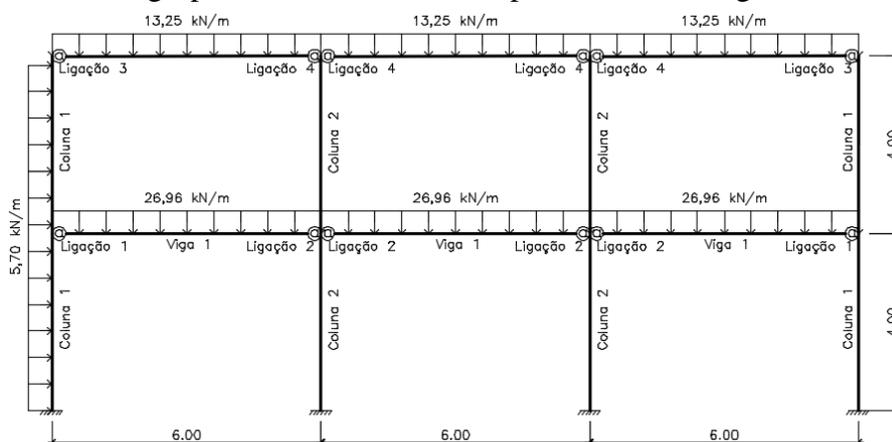


Figure 7 – Pórtico 2 pavimentos e 3 vãos.

Para a convergência do resultado, foram necessárias 48 iterações com um tempo de execução de 65 segundos. Na Figura 8, é apresentado o gráfico com a representação do peso encontrado para a estrutura a cada iteração executada até atingir o critério de parada. Como resultado tem-se o peso de 2226,40 kg, resultando num custo de R\$ 8237,68.

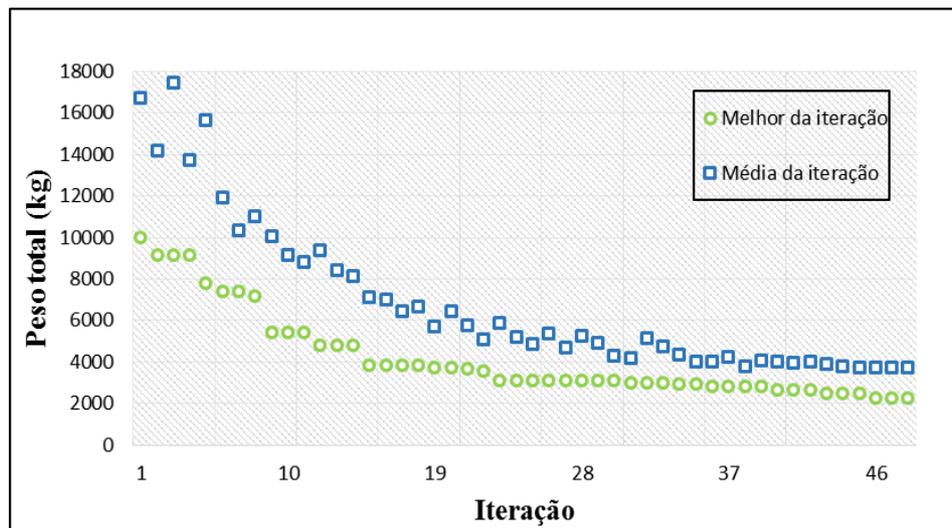


Figure 8 – Resultados de otimização em cada iteração.

Os perfis encontrados no processo de otimização e as rigidezes das ligações estão apresentadas na Tabela 3, onde também é comparado com os resultados obtidos por Sánchez & Espín (2013).

Tabela 3 – Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

Variáveis de Projeto	Sánchez & Espín (2013)	Ferreira (2018)
Coluna 1	HEB 120 (26,7)	H 150 x 22,5
Coluna 2	HEB 160 (42,6)	H 150 x 29,8
Viga 1	IPE 300 (42,2)	I 310 x 28,3
Viga 2	IPE 240 (30,7)	I 310 x 44,5

O peso e o custo total do pórtico após a otimização estão representados na Tabela 4. O cálculo do custo total da estrutura obtida por Simões (1996) será estimado da mesma forma que foi obtido neste processo de otimização, Equação 12.

Tabela 4 – Custo total do pórtico (Sánchez & Espín x Ferreira).

	Sánchez & Espín (2013)	Ferreira (2018)
Custo total (R\$)	8960,29	7944,64
Massa total (kg)	2421,7	2147,2
Massa das colunas (kg)	1108,6	836,8
Massa das vigas (kg)	1313,1	1310,4



A metodologia desenvolvida em comparação ao estudo apresentado, possibilitou uma redução de 11% no custo total, e também uma redução de 11% no peso total de aço.

Conclusões

Mediante às aplicações apresentadas, observou-se que a metodologia e o programa propostos reafirmam que a consideração de ligações semirrígidas favorece na diminuição dos perfis de uma estrutura, se comparado com estruturas com ligações rígidas.

Estes resultados sugerem que o método proposto de otimização leva em consideração, de forma prática, o comportamento das ligações semirrígidas, proporcionando uma escolha mais apropriada dos elementos estruturais do que o método convencional de cálculo.

Vale ressaltar, que utilizando Algoritmos Genéticos, tem-se uma solução precisa, tanto na obtenção dos perfis estruturais quanto na rigidez rotacional das ligações.

O dimensionamento ótimo satisfaz as restrições da NBR 8800 (ABNT, 2008) que descreve os procedimentos de cálculo por uma definição de carga crítica e máximo deslocamento.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- CALFEM: A FINITE ELEMENT TOOLBOX. Versão 3.4. Lund University, 2004.
- CHEN, W. F.; TOMA, S. Advanced Analysis of Steel Frames. Boca Raton, Fla, CRC Press, 1994.
- DIAZ, C.; MARTI, P.; VICTORIA, M. Review on the Modelling of Jpoint Behaviour in Steel Frames. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 67, 2011.
- MATLAB. Software Documentation, Versão R2015b. MathWorks Inc, 2015.
- SÁNCHEZ, G.; ESPÍN, A.T. Design of Planar Semi-Rigid Steel Frames Using Genetic Algorithms and Component Method. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 88, 2013.
- SÁNCHEZ, G.; MARTÍ, P. Diseño Óptimo de Estructuras de Acero con Uniones Semirrígidas. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial, Universidad Politécnica de Cartagena, 1999.
- SIMÕES, L.M.C. Optimization of Frames with Semi-Rigid Connections. Computer & Structures, Vol. 60, p. 531-539, 1996.
- XU, L.; GRIERSON, D. E. Computer-Automated Design of Semirigid Steel Frameworks. Journal of Structural Engineering, p. 1740-1760, 1993.
- KAMESHKI, E. S.; SAKA, M. P. Genetic Algorithm Based Optimum Design of Nonlinear Planar Steel Frames with Various Semi-Rigid Connections. Journal of Constructional Steel Research, 59, pp. 109-134, 2003.