



## **Estudo Analítico e Numérico dos Deslocamentos de Pilares de Pontes em Modelos com Arranjo Simples em Substituição aos Modelos com Arranjos Múltiplos**

**Sávio Torres Melo<sup>1</sup>, Gilberto Gomes<sup>2</sup>; José Neres da Silva Filho<sup>3</sup>, Mariana Silva Freitas<sup>4</sup>.**

<sup>1,2</sup> Universidade de Brasília – UnB / Departamento de Engenharia Civil /  
savio.melo@hotmail.com; ggomes@unb.br

<sup>3,4</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN / Departamento de Engenharia Civil/  
jneres@ect.ufrn.br; marianasf2@hotmail.com

### **Resumo:**

As 8.037 Obras de Arte Especiais no Brasil, incluindo as pontes, viadutos, túneis, passarelas, etc., inventariadas e apresentadas no Relatório Gerencial – Atlas de Manutenção Rodoviária pelo Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (DNIT) em dezembro de 2017, apresentam grande importância na nossa economia, pois com uma geografia bastante acidentada, estas obras são extremamente necessárias por proporcionar uma melhor funcionalidade das rodovias e ferrovias existentes no País, sem deixar de lado a mobilidade e segurança dos seus usuários. Em grande parte dessas estruturas, os pilares são responsáveis por transmitir cargas permanentes e acidentais da superestrutura à sua fundação, causando durante esta transmissão o surgimento dos efeitos de efeitos de segunda ordem que, em elementos estruturais de grande altura e com geometrias diferenciadas, influenciam no fenômeno da flambagem. Neste sentido, este artigo apresenta um estudo analítico e numérico, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do *software* ABAQUS 6.14 (2014), de pilares com arranjos simples e múltiplos, avaliando seus comportamentos, desde as suas esbeltezes até os seus deslocamentos finais. Para tanto, foram realizadas comparações entre as seções em análise (quadrada e circular), situações de arranjos simples e/ou múltiplos e, por fim, os métodos utilizados (analítico e numérico) a fim de analisar o comportamento na ruptura e em serviço desses pilares.

### **Palavra-Chave:**

Ponte; Pilar, Arranjo simples; Modelagem via MEF.

## Introdução

O projeto de pontes requer conhecimentos em diversas áreas da engenharia como hidrologia, geotecnia, topografia, materiais de construção e fundações. Nesse processo é necessário, portanto, assegurar que as Obras de Artes Especiais (OAEs) atendam às condições inerentes de funcionalidade, segurança, estética e durabilidade, da forma mais econômica possível, ao menos durante sua vida útil de projeto.

Deste fato surge a necessidade de estudar os problemas relacionados principalmente à mesoestrutura dessas OAEs, em especial os pilares, devido às suas rigidezes e tipos de solicitações, fatores que podem potencializar a ruptura por flambagem desses elementos. Entretanto, para que a influência da flambagem seja avaliada de forma correta, deve-se associar ao comportamento da estrutura, além da não linearidade geométrica, a não linearidade física.

A pesquisa busca realizar um estudo analítico e numérico da interação solo-estrutura de pilares de pontes em concreto armado, a fim de avaliar os deslocamentos horizontais da estrutura, com intuito de esquematizar um arranjo simples diante de um arranjo múltiplo.

## Modelo de Estudo Proposto

### Apresentação da Ponte

A ponte em estudo possui 45 m de comprimento divididos em dois tramos de 18 m e balanços nas extremidades de 4,5 m. A largura é de 13 m, obedecendo ao prescrito pelo manual do Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (DNIT, 1996) e respeita as características da rodovia (DNIT, 1973), como a faixa de rolamento, com um capeamento asfáltico de 9 cm de espessura e inclinação de 1% na laje do tabuleiro.

### Caracterização dos Modelos

Nesta pesquisa foram criados quatro grupos de estudos separados de acordo com a profundidade da fundação, altura do pilar, tipo de solo e seção transversal. Cada grupo apresentou duas seções transversais (quadrada e circular) e quatro situações de solos, a fim de realizar uma análise de deslocabilidade dos pilares da ponte em cada uma dessas situações considerando a interação solo-estrutura (ISE). Os solos estudados estão mostrados na Tabela 1 onde os coeficientes de reação horizontal foram considerados constantes em toda camada de solo para cada pilar em estudo.

Tabela 1 - Especificação dos Solos

Tipo de Solo	Coefficiente Horizontal do Terreno (kN/m <sup>2</sup> )	Coefficiente Vertical do Terreno (kN/m <sup>2</sup> )	Especificação
Argila Arenosa	2000	2500	Solo 1
Argila com Silte	4000	5000	Solo 2
Argila Dura	7000	10000	Solo 3
Maciço Rígido	-	-	Solo 4

Para o Maciço Rígido, foi tomado um coeficiente lateral infinito a fim de impedir o deslocamento lateral da fundação, ou seja, situação um engaste perfeito na base do pilar.

Os Modelos de Pilares (MP) analisados foram agrupados obedecendo à nomenclatura MPIJK, conforme especificados na Tabela 2.

Tabela 2 - Definição dos modelos de pilares analisados

I (Grupo)	J (Solo)	K (Seção)	Altura do Pilar (m)	Profundidade do Pilar (m)	Índice de Esbeltez (λ)
A			6,50	8,00	47,27
B	1,2,3 e 4	Q e C		16,00	
C			13,00	8,00	94,55
D				16,00	

Legenda:

MP - Modelos do Pilar  
I - Grupos A, B, C e D  
J - Tipos de Solo: 1, 2, 3 e 4  
K - Seção Transversal: Quadrada e Circular

MPA1Q → Tipo de Solo  
MPA1Q → Seção  
MPA1Q → Grupo  
MP: Modelo de Pilar

## Etapa Analítica

Na grande maioria das vezes os métodos são cercados de incertezas e limitações devido às suas hipóteses simplificadoras e, sobretudo devido à heterogeneidade do solo. Neste sentido, e com intuito de analisar os resultados dos deslocamentos de uma ponte modelo, optou-se por utilizar na pesquisa dois métodos analíticos clássicos (MAC1-2), um método analítico misto proposto pelos autores (MAC3) para a obtenção dos deslocamentos horizontais das pontes, conforme mostra a Tabela 3.

Tabela 3 - Métodos de cálculo

Método	Nomenclatura	Equação	Descrição
Baseado em Darkov e Kuznetsov (1970) adaptado por Pfeil (1978)	MAC 1	$y = \frac{q}{k_h \cdot z} e \Delta = \frac{H_0 h_0^3}{3EI}$ <p>Onde: y é o deslocamento transversal do fuste da fundação, z é a profundidade do ponto considerado, H<sub>0</sub> é a força horizontal, h<sub>0</sub> é a altura do pilar, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da seção transversal.</p>	Darkov e Kuznetsov (1970) mostram que a determinação se inicia pela carga lateral expressa pela equação da linha elástica obtida pela resistência dos materiais. Na equação citada por Pfeil (1978) para terrenos com solo não coesivos, argilas e siltes normalmente adensados, a carga lateral é proporcional ao deslocamento transversal do fuste da fundação e da profundidade do ponto considerado, originando a equação para a carga lateral.
Equação Diferencial da Linha Elástica	MAC 2	$\Delta_{final} = \frac{H_0 h_e (2h_e + 3h_0)(2h_e + \pi h_0)}{1 + 0,01407 c_r h_e^5} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI}$ <p>Onde: Δ<sub>final</sub> é o deslocamento final, c<sub>r</sub> é uma constante relativa ao coeficiente lateral do terreno, h<sub>0</sub> é a altura do pilar, h<sub>e</sub> é a altura da fundação, H<sub>0</sub> é a força horizontal, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da seção transversal.</p>	Marchetti (2008) apresenta uma solução particular através da utilização de série de Fourier, com posterior superposição dos efeitos dos esforços externos atuantes (força horizontal e momento fletor) e uma análise de cada elemento através da sua rigidez, a fim de determinar o deslocamento total do conjunto fundação-pilar.
Misto (Autor)	MAC 3	$\Delta = \frac{q}{k_h z} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI} + \overline{\Delta}$ <p>Onde: q é a carga lateral, k<sub>h</sub> é o módulo de reação horizontal, z é a profundidade da fundação e (Δ<sub>L</sub>) é o deslocamento causado pela deformação angular.</p>	Este método corresponde à combinação do modelo MAC 1 em conjunto com o modelo MAC 2. Na junção dos dois modelos é necessário ainda considerar um acréscimo de deformação angular da seção da extremidade livre proveniente da rotação na seção do pilar (parte engastada e livre do pilar girando como corpo rígido).

Para apresentar um melhor controle dos carregamentos e dos deslocamentos, foi realizada uma modificação na mesoestrutura, transformando o arranjo múltiplo em um arranjo simples. Para realizar esses ajustes foi feito o cálculo da inércia equivalente de um pilar, obtendo assim às dimensões que se equivalem ao pórtico da ponte original. Isso foi feito realizando a seguinte procedimento:

$$(EI)_{Pilar} = \frac{F_{ht} H^3}{3\Delta_{Pórtico}} \Rightarrow I_{Pilar} = \frac{F_{ht} H^3}{3E_{Pilar} \Delta_{Pórtico}} \quad (1)$$

Sendo: F<sub>ht</sub> a força horizontal transversal ao pórtico, H a altura do pórtico, Δ<sub>Pórtico</sub> o deslocamento do pórtico e (EI)<sub>Pilar</sub> o módulo de elasticidade junto do momento de inércia do pilar.

A carga referente à força horizontal transversal correspondente ao maior esforço encontrado diante dos pórticos no que diz respeito ao carregamento do vento e da água, tendo os seguintes valores:

Tabela 4 - Carregamento Transversal no Pórtico

Carga	Valor (kN)	Carga Total (kN)
Vento	63	80
Água	17	

Os autores analisaram dois casos de seção: (a) uma quadrada e (b) uma circular, ambas sendo maciças, a fim de calcular os deslocamentos que seriam impostos ao pilar equivalente supracitado. É importante destacar cada aspecto alterado, para deixar de forma clara e objetiva todas as modificações. Com a inércia equivalente calculada, encontrou-se o valor de cada dimensão da seção transversal do concreto, como pode ser observado na Tabela 5.

Tabela 5 - Dimensões da Seção Transversal do Concreto

Inércia Equivalente (m <sup>4</sup> )	Seção	Representação da Inércia	Dimensão da Seção Transversal (m)
0,0102	Quadrada	$\frac{a^4}{12}$	0,59
	Circular	$\frac{\pi D^4}{64}$	0,68
0,0577	Quadrada	$\frac{a^4}{12}$	0,91
	Circular	$\frac{\pi D^4}{64}$	1,04

Em que “a” é o lado da seção quadrada e D é o diâmetro da seção circular.

A análise dos carregamentos verticais nos pilares ocorreu nas alturas estabelecidas nos grupos (6,5 e 13m) a fim de observar a resposta de cada elemento estrutural. O carregamento acidental vertical proveniente da superestrutura não se alterou, pois o mesmo estava isolado da ponte. Porém, o mesmo apresentou um valor máximo e um mínimo devido ao carregamento móvel aplicado no tabuleiro. A alteração existente de carga foi devido ao peso próprio da estrutura (pilar + travessa) relativo ao tipo de seção transversal do pilar. A Tabela 6 apresenta este carregamento para cada grupo:

Tabela 6 - Carregamento Vertical

Pilar				Carregamento (kN)						
Grupo	Seção	Dimensão da Seção Transversal (m)	Altura do Pilar (m)	Permanente	Móvel Máxima	Móvel Mínima	Peso Próprio	Solicitação atuando na Seção do Pilar	Solicitações de Projeto Máxima	Solicitações de Projeto Mínima
A	Quadrada	0,59	6,50	1848,40	904,80	-127,60	176,57	2024,97	4090,90	2606,10
	Circular	0,68	6,50				179,01	2027,41	4094,21	2609,41
B	Quadrada	0,59	6,50				176,57	2024,97	4090,90	2606,10
	Circular	0,68	6,50				179,01	2027,41	4094,21	2609,41
C	Quadrada	0,91	13,00				389,13	2237,53	4377,87	2893,07
	Circular	1,04	13,00				396,08	2244,48	4387,25	2902,45
D	Quadrada	0,91	13,00	389,13	2237,53	4377,87	2893,07			
	Circular	1,04	13,00	396,08	2244,48	4387,25	2902,45			

Com as dimensões dos pilares e os carregamentos verticais já especificados, foi possível realizar o cálculo das armaduras nos pilares. Posteriormente fez-se a

transformação da área de aço em uma área de concreto equivalente a fim de se obter a nova seção transversal homogeneizada dos pilares, através do cálculo mencionado anteriormente, conforme mostra a Tabela 7.

Tabela 7 - Dimensões da Seção Transversal com o acréscimo da Armadura

Seção	Altura do Pilar (m)	Área da Seção Transversal (cm <sup>2</sup> )	Intervalo de Esbeltez	Armadura (cm <sup>2</sup> )	Área Equivalente (cm <sup>2</sup> )	Área Total (cm <sup>2</sup> )	Dimensões Econtradas com Acréscimo do Aço (m)	Dimensão Adotada (m)
Quadrada	6,50	3481,00	35 < 47,27 ≤ 90	100,08	746,31	4227,31	0,65	1,00
	13,00	8281,00	90 < 94,55 ≤ 140	240,19	1791,15	10072,15	1,00	
Circular	6,50	3631,68	35 < 47,27 ≤ 90	140,11	1044,84	4676,52	0,77	1,10
	13,00	8494,87	90 < 94,55 ≤ 140	240,19	1791,15	9586,01	1,10	

Diante do cálculo da armadura, obteve-se o acréscimo na seção transversal. Nota-se que o acréscimo referente a cada altura de pilar apresentou dimensões diferentes, porém foram uniformizadas em 1 m para todas as seções quadradas e 1,1 m para todas as seções circulares.

As posições das cargas horizontais compostas pelas parcelas longitudinal e transversal correspondem aos carregamentos: (a) horizontal longitudinal, formados pela frenagem, aceleração, vento longitudinal e, (b) horizontal transversal, formado pelo vento transversal e a pressão da água. O carregamento horizontal resultante nos pilares com eixos de simetria foi assumido como a soma vetorial das parcelas longitudinal e transversal das ações, conforme mostra a Tabela 8.

Tabela 8 - Carregamentos no Pilares

Seção	Carregamento Horizontal (kN)		
	Longitudinal	Transversal	Resultante
Quadrada	68,59	72,94	100,12
Circular	68,59	68,24	96,75

## Etapa Numérica

Nesta etapa, apresenta-se uma modelagem tridimensional dos pilares de forma isolada da superestrutura considerando os dois tipos de seções (quadrada e circular), as duas alturas de pilar (6,5m e 13m), as duas alturas de fundação (8m e 16m) e os quatro tipos de solo (argila arenosa, argila com silte, argila dura e maciço rígido), conforme mostrado na Tabela 1.

Os pilares foram modelados no ABAQUS 6.14 (2014) no qual se executaram os procedimentos esquematizados na Figura 1 e descritos a seguir:

- Materiais e Armadura: apresentam-se as propriedades ao quais os pilares estão submetidos e o posicionamento da armadura;
- Carregamento: fornece informações sobre a sequência de eventos ou cargas aplicadas, que podem ser caracterizadas como forças pontuais, de superfície, de corpo, geradas por variação de temperatura, etc.;
- Apoios: mostra as condições aos quais os pilares estão posicionados;
- Malha: contem a descrição do nos, tipos de elementos e suas respectivas conectividades.

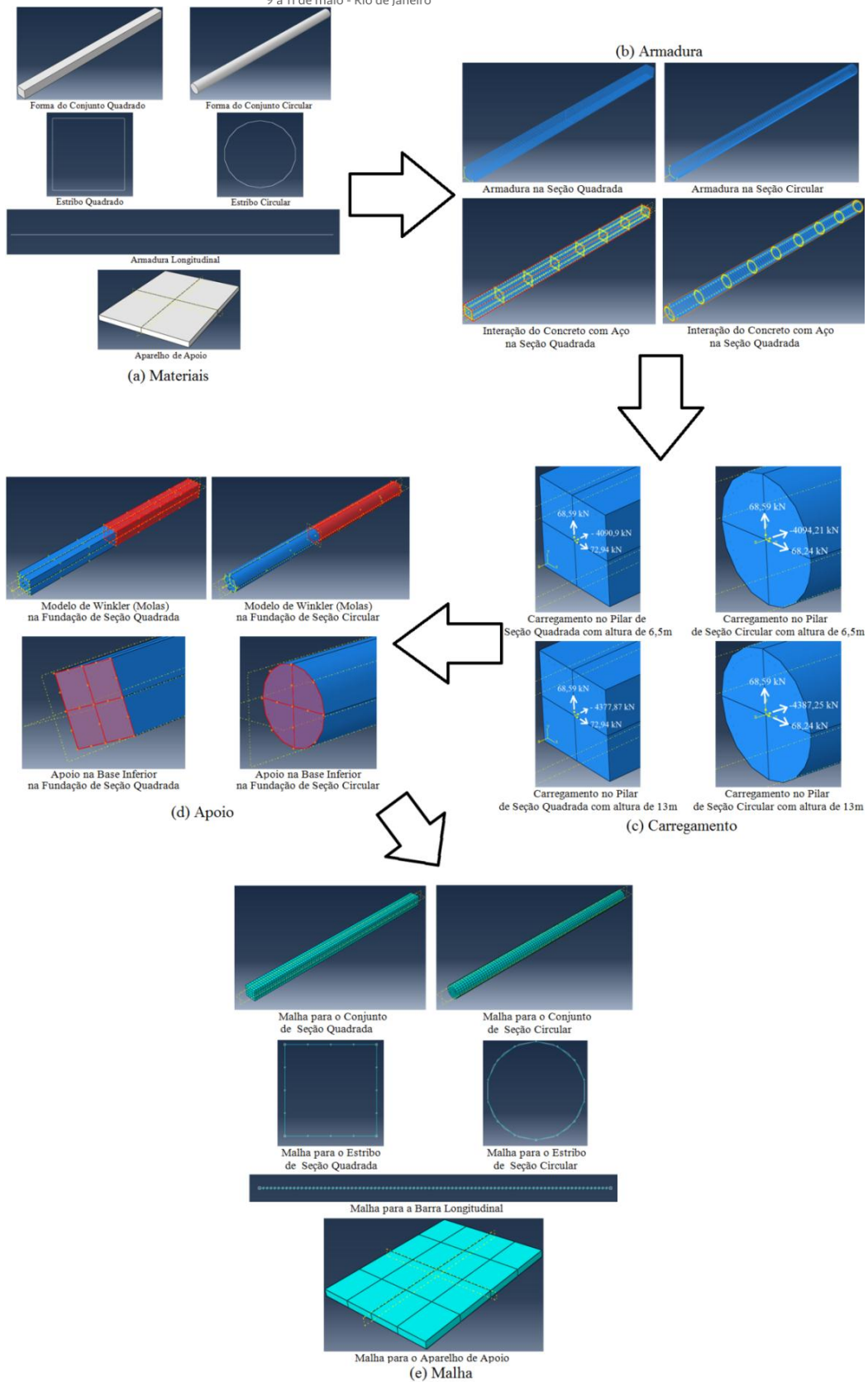


Figura 1 - Esquema do ABAQUS 6.14 (2014)

A Figura 1a mostra a geometria do modelo de cada um dos elementos constituintes: o conjunto (pilar + fundação) e as armaduras (longitudinal e transversal), no qual foram introduzidas as propriedades mecânicas dos materiais envolvidos dos pilares modelados no *software*, a fim de representar toda a base linear e não linear. Depois de criar cada um dos elementos, foram realizadas partições, para impor o que de fato é pilar e o que é fundação no elemento conjunto, a fim de realizar uma análise acoplada, mas destacando os elementos separadamente.

Com os materiais definidos, o passo seguinte foi realizar o posicionamento de cada barra longitudinal, bem como dos estribos, para efetuar o acoplamento entre o concreto e o aço, como ilustrado na Figura 1b.

Após o término do detalhamento do conjunto, o passo seguinte foi o posicionamento dos carregamentos aos quais estes pilares estavam submetidos, conforme mostram as Tabela 6 e 8, referentes ao carregamento vertical e horizontal respectivamente. Vale salientar que o programa não apresenta a opção de trabalhar o carregamento resultante devendo então ser realizada a análise com cada componente da força horizontal (transversal e a longitudinal). No que se refere ao carregamento vertical máximo e mínimo optou-se por utilizar o máximo, a fim de considerar a situação mais desfavorável, ou seja, com a presença do carregamento móvel. A Figura 1c ilustra estes carregamentos no pilar.

Na pesquisa foram consideradas quatro situações de solos nas fundações que vão influenciar nos pilares, conforme mostrado na Figura 1d. Primeiramente foi retirado do conjunto (pilar + fundação) o deslocamento vertical (eixo Z) na sua parte inferior. Depois se aplicou nas faces da fundação (conforme esquematizado em vermelho) ao redor da fundação representando as molas referentes ao modelo de Winkler, onde o dado de entrada foi a rigidez de cada situação de solo, a fim de esquematizar de forma simplificada o funcionamento do solo na estrutura.

A discretização da malha foi feita com elementos sólidos tridimensionais do tipo C3D8 contendo oito nós e cada nó com três graus de liberdade translacionais. Já as armaduras foram modeladas com elementos de treliça T3D2 com dois nós apresentando três graus de liberdade por nó, todos de translação. A Figura 1e ilustra a malha final de cada componente estrutural, pois a mesma sofreu alterações até apresentar pequenas variações de deslocamento final, ou seja, foi realizado um teste de sensibilidade da malha. Com isso foi necessário realizar uma aproximação dos resultados numéricos através de uma calibração do programa a um caso no qual já se tem conhecimento, tomando como orientação um pilar com engastamento perfeito, onde se obteve uma variação de aproximadamente 1%. Após a calibração do programa ABAQUS 6.14 (2014), pôde-se realizar as devidas comparações.

## **Análise e Resultados**

Foram confeccionadas as curvas “carga versus deslocamento” referentes a cada elemento estrutural (fundação e pilar) onde a não linearidade física nos modelos analíticos foi tratada de forma simplificada através da redução da rigidez flexional dos elementos estruturais e no modelo numérico realizada pelo próprio programa ABAQUS 6.14 (2014).

A rigidez flexional  $EI$  é significativamente sensível aos níveis de esforços internos atuantes nas peças de concreto armado. Assim, com intuito de considerar as perdas de rigidez dos pilares da ponte em estudo, foram realizadas calibrações nas curvas lineares de "carga versus deslocamento" a fim de compor novas curvas com rigidezes flexionais ( $EI$ ) reduzidas, através da manutenção da inércia da seção e da redução do módulo de elasticidade do concreto em cada passo de carga pré-definido na pesquisa, com o objetivo de computar o aumento dos deslocamentos com a aplicação dos carregamentos.

A curva calibrada da literatura (CCL) foi baseada em estudos de MACGREGOR & HAGE (1977) que indicaram reduções de valores de rigidezes flexionais após o aparecimento da 1ª fissura de até 60 % ( $0,4EI$ ) nas vigas e de até 20 % ( $0,8EI$ ) nos pilares. Já Vasconcelos & Franco (1991) sugerem uma redução de rigidezes flexionais de até 50 % ( $0,5EI$ ) para vigas e até 20 % ( $0,8EI$ ) para pilares, ou simplesmente  $0,7EI$  para a rigidez inicial na estrutura como um todo, sem fazer referência ao tipo de estrutura ou quaisquer outros fatores dos quais  $EI$  depende; e FURLOG (1980), referenciado por MACGREGOR (1993), que sugeriu o valor de redução de  $EI$  de até 40 % ( $0,6EI$ ) para os pilares; valor este adotado para esta pesquisa. Assim, na calibração, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 40% no último passo de carga, obtendo novos valores de valores de deslocamento, conforme ilustrado na Figura 2a.

A Figura 2b representa a curva gerada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicando incrementos de cargas e critérios de convergência do próprio programa ABAQUS 6.14 (2014), gerando a curva calibrada pelo autor (CCA).

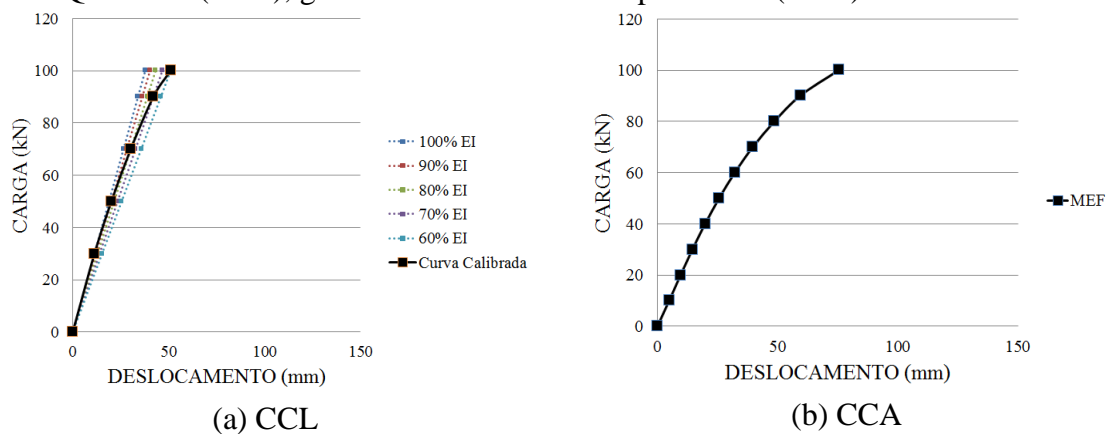


Figura 2 - Calibração (a) Literatura e (b) MEF

Após a obtenção das curvas representando o comportamento não linear dos pilares dos Grupos A a D, pôde-se realizar a comparação entre os deslocamentos horizontais finais no topo dos pilares para cada um dos modelos de cada um dos grupos, conforme pode ser observado na Figura 3.



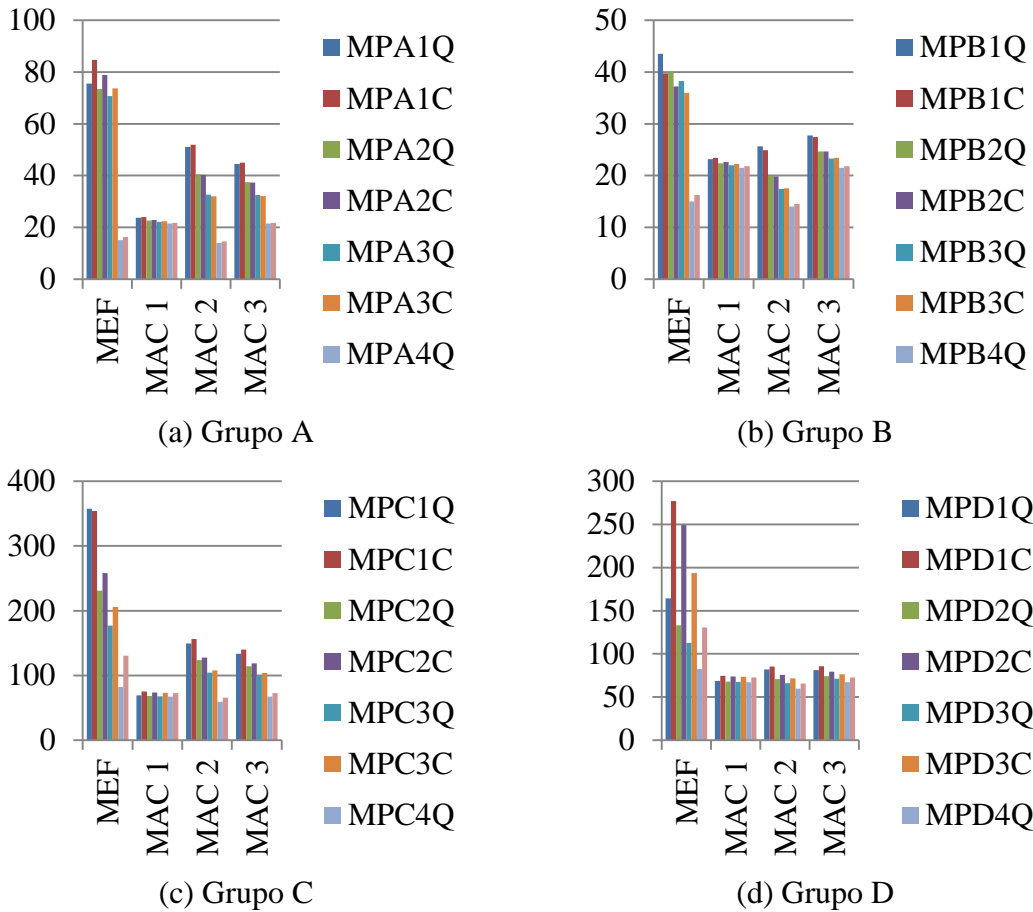


Figura 3 - Deslocamentos em cada Grupo

A Figura 3 apresenta os deslocamentos existentes em cada grupo analisado, com intuito de observar a perspectiva de arranjos simples no seu deslocamento final. Nota-se que, de todos os grupos mostrados nesta pesquisa, o grupo B obteve um deslocamento inferior a 50 mm, sendo o melhor resultado em relação aos demais. A Figura 4 mostra uma comparação entre deslocamentos de arranjos múltiplos e simples, destacando como arranjo múltiplo o trabalho de Khouri (2001), no qual ela apresenta um deslocamento final de 55 mm.

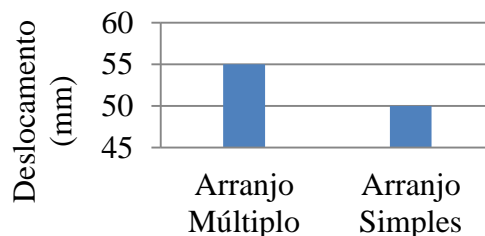


Figura 4 - Comparação entre os deslocamentos de Arranjo Simples e Múltiplo

Diante de tudo isso, observar um arranjo simples apenas pelo fato de ser um único pilar e afirmar que provavelmente geraria uma instabilidade excessiva pôde-se perceber que o fato de ser um arranjo simples não significa afirmar que o mesmo apresente deslocamentos elevados, esclarecendo o ponto de vista do arranjo simples em um arranjo múltiplo.

## Conclusões

Existem na literatura alguns métodos de cálculo analíticos que permitem considerar a interação do solo com a estrutura (ISE) em pilares de pontes. Contudo a pesquisa mostrou que há uma variação muito grande nos resultados dos deslocamentos horizontais fruto das simplificações introduzidas em cada modelo sendo necessária uma experiência do projetista de pontes no sentido de escolher o melhor modelo que se adapte ao tipo de solo, de fundação e de sistema estrutura adotado. Vale ressaltar a necessidade da calibração dos modelos preferencialmente com resultados experimentais ou, no caso de pré-projeto, com resultados numéricos já calibrados.

Acerca dos deslocamentos horizontais, verificou-se para todos os modelos analisados que os máximos (maiores deslocamentos) ocorreram para o solo arenoso (1), devido à baixa rigidez que este solo apresenta, tornando-o bastante deslocável. Os menores deslocamentos, por sua vez, ocorreram para o solo maciço rígido (4), por causa da sua elevada rigidez, eliminando praticamente qualquer deslocamento na fundação. No ponto de vista de cada seção, os maiores deslocamentos ocorreram para a seção circular (C), devido à baixa rigidez na seção transversal em relação à seção quadrada (Q).

O grupo B, em ambas as seções e para todos os métodos analisados nesta pesquisa, mostrou uma melhor perspectiva para casos reais, devido ao fato da proporção entre altura de pilar e de fundação propiciar menores deslocamentos na fundação e, conseqüentemente, no pilar, caracterizando um pilar medianamente esbelto. Os valores do grupo B foram eficazes para mostrar o posicionamento do arranjo simples diante de um arranjo múltiplo e o que se deve observar são os aspectos que influenciam no cálculo do deslocamento como altura do pilar, dimensões da seção transversal, módulo de elasticidade, tempo de escoramento do pilar.

## Referências Bibliográficas

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118/2014: Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado, Rio de Janeiro;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187/2003: Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido, Rio de Janeiro;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188/2013: Carga Móvel Rodoviária e de Pedestres em Pontes, Viadutos e Passarelas, Rio de Janeiro;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800/2008: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, Rio de Janeiro;
- DARKOV, A. & KUZNETSOV, V. – *Baustatik*, Editora MIR, Moscou, 1970;
- DNIT, Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais, 1996;
- DNIT, Normas para Projeto de Estradas de Rodagem, 1973;
- MACGREGOR, J.G. HAGE, S. E. (1977). Stability Analysis and Design of Concrete, Proceedings, ASCE, V. 103, No ST10, October;
- MARCHETTI, O. Pontes de Concreto Armado, São Paulo: Bluncher, 2008;
- PFEIL, W. Pontes em Concreto Armado, 1ª edição, Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1978;
- PFEIL, W. Pontes em Concreto Armado, 3ª edição, volume 2 - Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1985;
- SIMULIA. ABAQUS 6.14 User Subroutines Reference Manual. [S.1.], 2014.