



**Confiabilidade em Estruturas de Concreto Armado:  
Estudo Comparativo entre Enfoques de Estado Limite Último e de  
Segurança Global**  
**Claudia Interlandi<sup>1</sup>, Luiz Fernando Martha<sup>2</sup>,  
Sergio Hampshire de Carvalho Santos<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Doutoranda/Engenharia Civil/Estruturas/ PUC-Rio/clauinterlandi@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Professor Associado/Departamento de Engenharia Civil e Ambiental/PUC-Rio/  
lfm@tecgraf.puc-rio.br

<sup>3</sup>Professor Titular/Departamento de Estruturas/Escola Politécnica/  
UFRJ/sergiohampshire@poli.ufrj.br

## **Resumo**

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo comparativo da segurança disponível em uma estrutura de concreto armado, projetada com os critérios normativos usuais no Estado Limite Último e com os critérios de Segurança Global, na forma em que estes são propostos no *Model Code 2010* da *fib*. Para isso, um edifício idealizado é analisado, segundo os dois formatos de segurança, inicialmente de forma determinística. Em seguida é feita uma análise probabilística de segurança, seguindo os dois enfoques. Mostra-se que o enfoque de Segurança Global, em que a disponibilidade de resistência da estrutura é integralmente aproveitada, pode levar à avaliação de índices de confiabilidade mais elevados dos que os obtidos com o dimensionamento usual no Estado Limite Último, permitindo uma eventual otimização da solução estrutural.

## **Palavras-chave**

Confiabilidade, concreto armado, segurança global.

## **Introdução**

Na abordagem da segurança por Estados Limites Últimos, a verificação da segurança consiste em se comparar, com seus valores últimos, nas diversas seções de uma estrutura, as grandezas solicitantes  $S_d$  com as grandezas resistentes  $R_d$ , procurando-se garantir que tenha-se sempre  $S_d \leq R_d$ . Se esta condição for cumprida, nas diversas seções e para os diferentes estados limites últimos, diz-se que está satisfeita a segurança.

A abordagem por Segurança Global trata as diversas incertezas presentes no comportamento estrutural através de uma condição de estado limite pré-definida, em que se majora uma condição de carregamento por um fator  $\lambda$  até que uma situação de colapso se configure. Nesta avaliação, tanto as variáveis ligadas às solicitações quanto as ligadas à resistência, são tomadas com seus valores médios ou representativos, de forma que o processo fique isento de definições arbitrárias dos valores característicos.

Os valores obtidos para o fator  $\lambda$  devem ser compatíveis, do ponto de vista de segurança, com índices de confiabilidade  $\beta$  adequados ao nível de segurança requerido.

Consideram-se neste estudo, os aspectos conceituais expostos por CERVENKA (2013), que foram considerados na redação do texto do *Model Code 2010* da *fib* (2013), em seu item 4.6.

## Estrutura analisada

A estrutura analisada neste trabalho é um prédio estilizado de treze andares, conforme é mostrado nas Figuras 1 (esquema do pórtico plano central do edifício) e 2 (esquema da planta do edifício).

Os dois carregamentos que são considerados, compatíveis com os de uma estrutura real, são uma carga transversal de vento, resultante em uma fachada, de  $1 \text{ kN/m}^2$  e uma carga distribuída permanente, resultante por piso, de  $8 \text{ kN/m}^2$ . As resultantes destas cargas são aplicadas diretamente nos nós do pórtico central, com valores de  $18 \text{ kN}$  (vento) e  $240 \text{ kN}$  (carga permanente).

As dimensões consideradas e as armaduras necessárias para resistir aos esforços resultantes, no Estado Limite Último são:

- Dimensões das vigas:  $b \times h = 15 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$ , armadura  $A_s = 15,7 \text{ cm}^2$  (na face solicitada pelo momento, com  $d' = 8 \text{ cm}$ )

- Dimensões dos pilares:  $b \times h = 50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ , armadura  $A_s = 2 \times 32,5 \text{ cm}^2$  (em cada uma de duas faces opostas, com  $d' = d'' = 4 \text{ cm}$ ).

A resistência características do concreto e do aço são respectivamente de  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  e  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ .

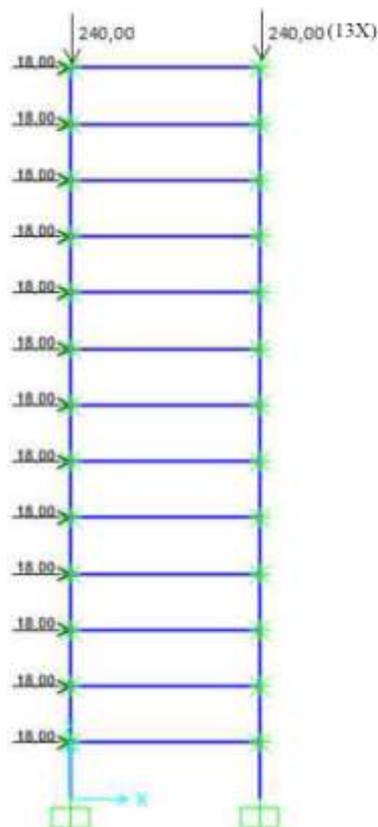


Figura 1 – Pórtico plano transversal

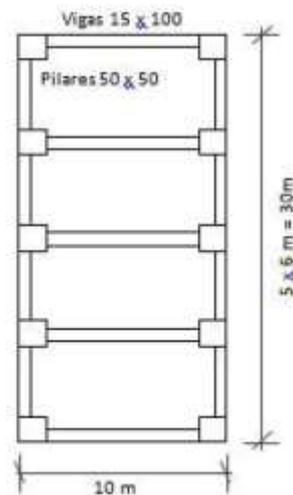
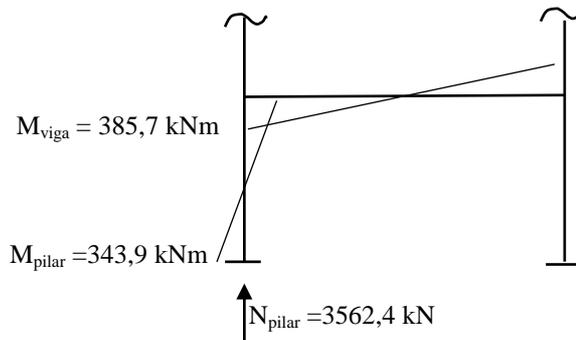


Figura 2 - Planta

### Análise Determinística – Estado Limite Último

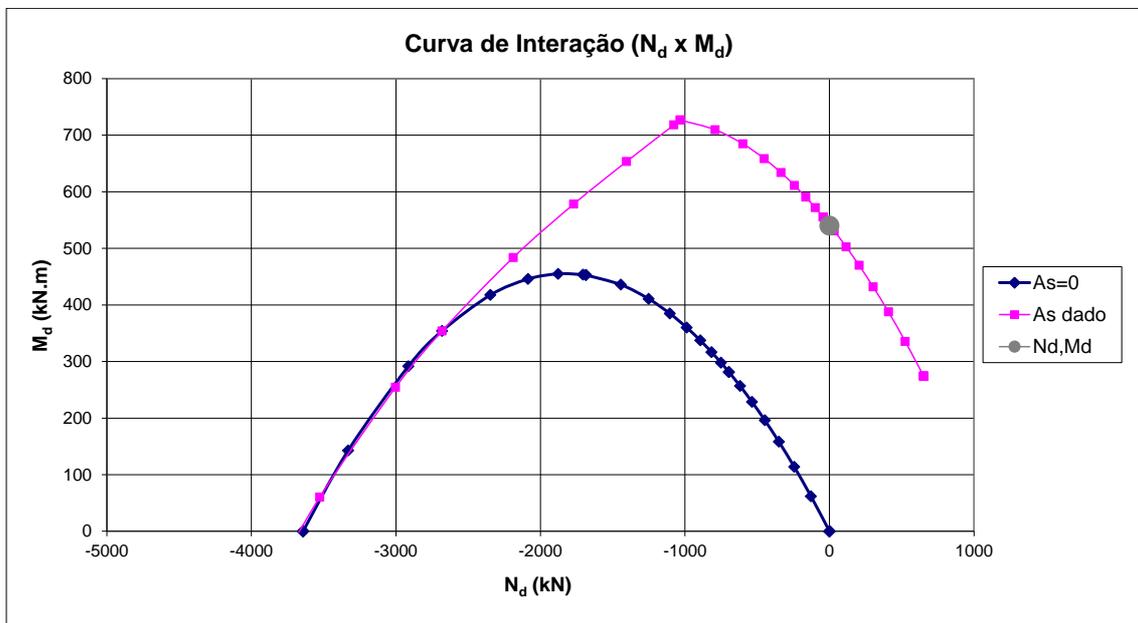
Os resultados mais relevantes da análise estrutural do pórtico central são indicados na Figura 3: momento máximo nas extremidades das vigas e força normal e momento fletor máximo na base dos pilares.



**Figura 3 – Resultados relevantes da análise**

A verificação das vigas com as armaduras adotadas para o momento máximo utiliza a planilha desenvolvida por SANTOS (2018) para flexão composta reta. O ábaco de interação correspondente é apresentado na Figura 4 para o momento fletor de cálculo:

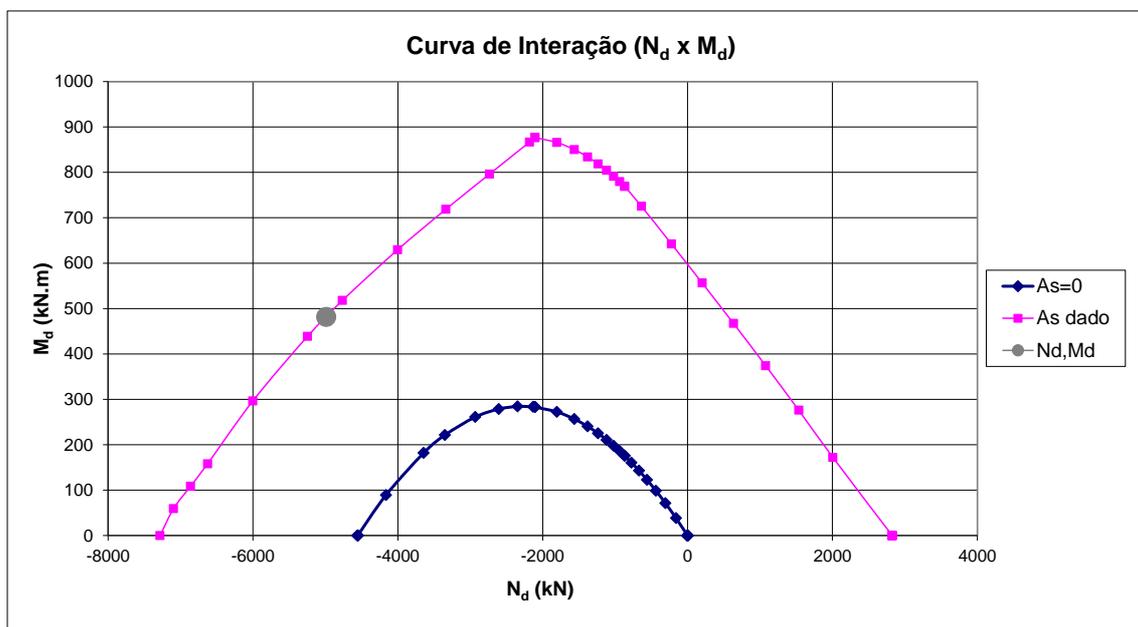
$$M_{sd} = 1,4 \cdot 385,7 = 540,0 \text{ kNm}$$



**Figura 4 – Verificação das vigas no Estado Limite Último**

Na verificação dos pilares, o ábaco de interação correspondente é apresentado na Figura 5 para o momento fletor e a força normal de cálculo:

$$M_{sd} = 1,4 \cdot 343,9 = 481,5 \text{ kNm} \quad ; \quad N_{sd} = 1,4 \cdot 3562,4 = 4987,4 \text{ kN}$$



**Figura 5 – Verificação dos pilares**

### **Análise por Segurança Global**

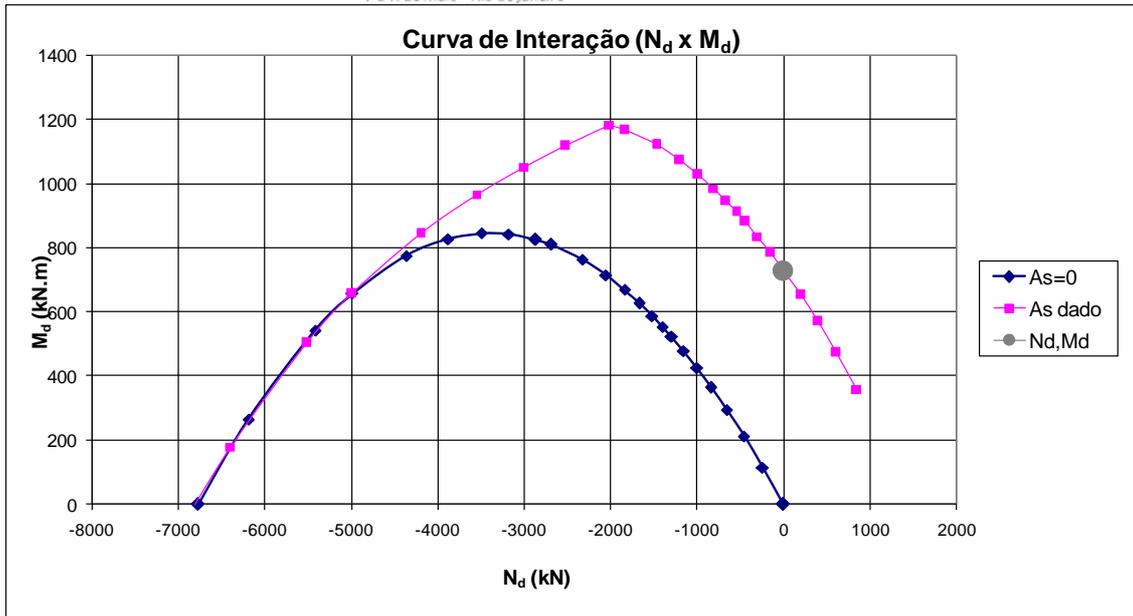
Na Análise por Segurança Global é necessário inicialmente obter-se os ábacos de interação da resistência das vigas e dos pilares, considerando os valores médios da resistência dos dois materiais, de acordo com o item 4.6.2.1 do *Model Code 2010* da *fib* (2013). Assim, são apresentadas curvas de interação das seções previamente analisadas para se avaliar os momentos fletores por elas resistidos nesta condição.

Na obtenção dos valores médios das resistências, deve-se inicialmente levar em conta que a definição dos valores característicos dos materiais pela Norma Brasileira NBR 6118 (2018) considera o quantil de 5%.

Considerando-se para a resistência do concreto e do aço coeficientes de variação (COV = desvio padrão/média) iguais respectivamente de 0,15 e de 0,05, as relações entre valores médios e valores característicos (*bias factors*) serão respectivamente de 1,328 e 1,089 (ver BASTOS, 2012). Assim os valores médios de resistência a serem adotados serão:

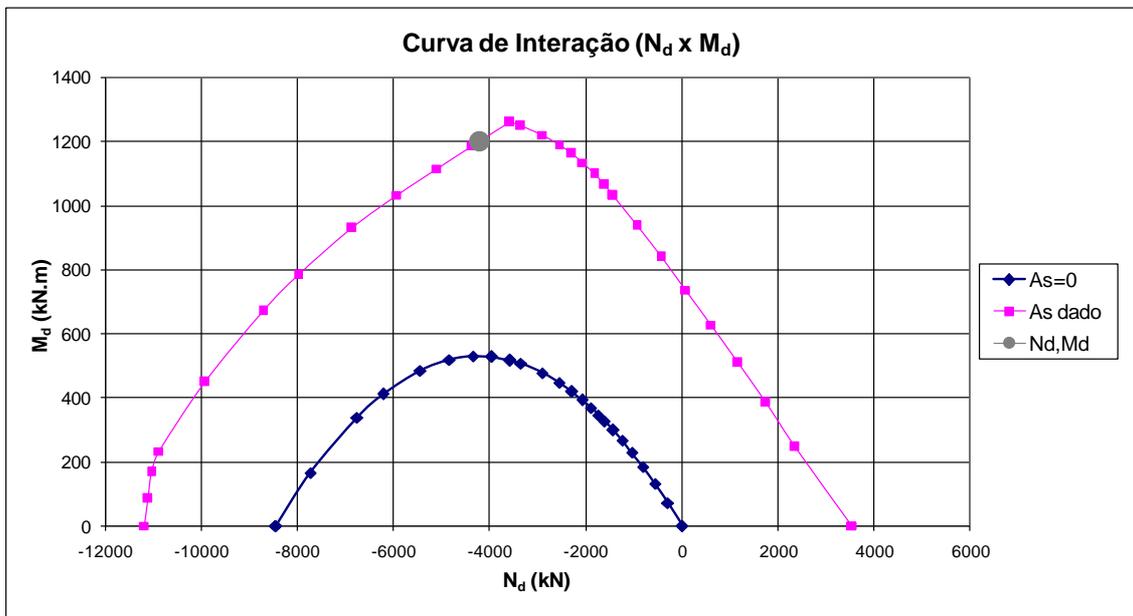
$$\begin{aligned} \text{Concreto:} \quad & f_{cm} = 1,328 \cdot 30000 = 39840 \text{ kPa} \\ \text{Aço:} \quad & f_{ym} = 1,089 \cdot 500000 = 544500 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Para as vigas, com o ábaco de interação correspondente apresentado na Figura 6 e com a armadura de  $15,7 \text{ cm}^2$ , obtém-se o momento fletor de cálculo máximo resistente de 730 kNm.



**Figura 6 – Resistência das vigas para a Segurança Global**

Para os pilares, com o ábaco de interação correspondente apresentado na Figura 7 e com a armadura de  $65,0 \text{ cm}^2$ , obtém-se momento fletor de cálculo máximo resistente de 1200 kNm. Este valor é correspondente à força normal de cálculo de 4225 kN que será obtida na análise do pórtico apresentada a seguir.



**Figura 7 – Resistência dos pilares para a Segurança Global**

A análise do pórtico na Segurança Global assume uma situação última de ruptura, em que tanto as vigas como os pilares esgotam suas respectivas capacidades resistentes.

Considera-se a formação de rótulas plásticas nas vigas. Somente após a formação da última rótula plástica nas vigas são formadas rótulas na base dos pilares, dando início a uma cadeia cinemática.

Nesta situação, o esquema de cargas que é imaginado consiste em se manter o valor da carga permanente em seu valor médio e majorar progressivamente as cargas horizontais de vento multiplicando-as por um fator  $\lambda$ .

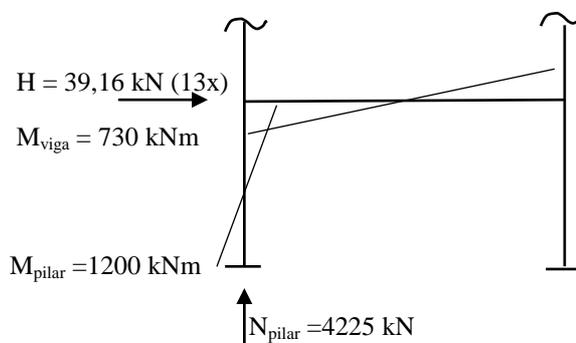
Na Análise por Segurança Global é necessário inicialmente obter-se os valores médios ou representativos das cargas, de acordo com o item 4.6.2.1 do *Model Code* 2010 da *fib* (2013).

Na obtenção destes valores médios, são consideradas as relações entre valores médios e valores característicos (*bias factors*) de 1,05 para a carga permanente e de 1,19 para o vento, este último valor correspondente a um período de recorrência de 50 anos e um coeficiente de variação de 0,35 (ver BASTOS, 2012).

Assim os valores médios das cargas pontuais no pórtico, em cada pilar, serão:

$$\begin{array}{lll} \text{Permanente:} & V_m = 1,05 \cdot 240 & = 252 \text{ kN} \\ \text{Vento:} & H_m = 1,19 \cdot 9 & = 10,71 \text{ kN} \end{array}$$

Os resultados mais relevantes obtidos na Análise por Resistência Global são mostrados na Figura 8.



**Figura 8 – Resultados da Análise na Segurança Global**

O fator de segurança global ( $\lambda$ ) é obtido como:

$$\lambda = \frac{39,157}{10,71} = 3,66$$

Observar que este fator de segurança relativamente elevado indica que, considerando os conceitos de Segurança Global, uma otimização de projeto seria possível, permitindo reduzir o custo da estrutura.

Para isso, seria necessária uma definição normativa para o fator  $\lambda$  a ser considerado, o que deve ser definido a partir de Análises de Confiabilidade, de forma que se possa manter o nível requerido de segurança.

## Análise probabilística para o Estado Limite Último - Vigas

No Estado Limite Último, a avaliação probabilística de segurança é seccional. Será avaliada a segurança nas seções críticas das vigas e dos pilares. Para as vigas, na flexão simples, é considerado o equilíbrio seccional com o bloco retangular equivalente de resistência do concreto, seguindo a NBR 6118 (2014), conforme mostra a Figura 9.

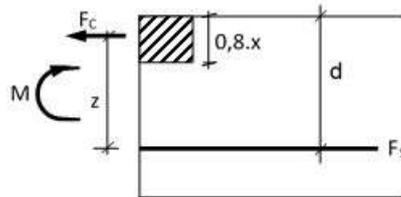


Figura 9- Seção simplificada de concreto armado

Considerando o equilíbrio na seção:

$$F_S = A_S \cdot f_y \quad (1)$$

$$F_C = 0,85 \cdot f_c \cdot b \cdot 0,8x \quad (2)$$

$$z = d - 0,4x \quad (3)$$

Então, com  $F_S = F_C$ :

$$M = A_S \cdot f_y \cdot z = A_S \cdot f_y \cdot (d - 0,4x) \quad (4)$$

$$M = A_S \cdot f_y \left( d - \frac{0,5}{0,85} \cdot \frac{A_S \cdot f_y}{f_c \cdot b} \right) \quad (5)$$

Para a definição probabilística das variáveis consideradas neste trabalho, consideram-se os valores resumidos por BASTOS (2012), reproduzidos na Tabela 1.

**Tabela 1- Características probabilísticas para o cálculo de confiabilidade**

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV ou $\sigma$
Carga Permanente	Normal	1,05	0,05
Vento (50 anos)	Gumbel	1,19	0,35
Resistência do concreto	Normal	1,328	0,15
Resistência do aço	Normal	1,089	0,05
Área de aço	Normal	1,00	0,015
Dimensões seccionais	Normal	1,00	4mm+0,006L≤10mm

A função de falha na flexão é dada por:

$$F_{lim} = A_S \cdot f_y \cdot \left( d - 0,588 \cdot A_S \cdot \frac{f_y}{b \cdot f_c} \right) - (L) \quad (6)$$

Nesta expressão as variáveis ainda não definidas são  $b$ , largura da seção e  $L$ , momento na viga causado pela ação do vento, igual a  $273.H$  (força horizontal no piso).

Com base na Tabela 1, são definidas as variáveis probabilísticas a serem consideradas na Análise de Confiabilidade, mostradas na Tabela 2.

**Tabela 2- Características probabilísticas das vigas**

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	MÉDIA	DESVIO PADRÃO
B (m)	Normal	0,15	0,0049
L (kN.m)	Gumbel	459,0	160,6
FC (kN/m <sup>2</sup> )	Normal	39840	5976
FY (kN/cm <sup>2</sup> )	Normal	54,45	2,72
AS (cm <sup>2</sup> )	Normal	15,7	0,2355
D (m)	Normal	0,92	0.00952

A Análise de Confiabilidade é processada no programa VAP (2017), aplicando o método FORM (ver MELCHERS e BECK, 2018). Os resultados são reproduzidos abaixo.

Definition:  $G = AS \cdot FY \cdot (D - 0.588 \cdot AS \cdot FY / B / FC) - L$

[10] Results from FORM analysis :

```

pf = 7.245e-002 beta = 1.46
Name  x_d    alpha
AS    15.69  -0.03838
FY    53.94  -0.1289
D     0.9196 -0.03239
B     0.1499 -0.00935
FC    3.946e+04 -0.04332
L     706.9  0.9894

```

Índice de Confiabilidade  $\beta = 1,46$ ; Probabilidade de falha =  $7,245E-2$

Este valor do parâmetro  $\beta$  é compatível com a situação de uma peça submetida somente a carga variável de vento, que tem alto COV (coeficiente de variação)

### Análise probabilística para o Estado Limite Último - Pilares

Para os pilares é feita a suposição de que a taxa mecânica de armadura  $\omega$ , o esforço normal reduzido  $\eta$  e o momento reduzido  $\mu$  no pilar analisado obedecem a uma relação linear no entorno do ponto de projeto. Definem-se as variáveis adimensionais:

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot h \cdot f_c} \quad (7)$$

$$\eta = \frac{N}{b \cdot h^2 \cdot f_c} \quad (8)$$

$$\mu = \frac{M}{b \cdot h^2 \cdot f_c} \quad (9)$$

$$\omega = A + B\mu + C\eta \quad (10)$$

Para o pilar em análise chega-se aos valores:

$A = -0,7132$  ;  $B = 2,5$  ;  $C = 0,855$  (a compressão com valor positivo)

Fazendo-se as devidas substituições, chega-se à função de falha expressa em (11).

$$F_{lim} = A_S F_y - \frac{2,5M}{H} + 0,7132b \cdot h \cdot F_c - 0,855N \quad (11)$$

Com base na Tabela 1, são definidas as variáveis probabilísticas a serem consideradas na Análise de Confiabilidade dos pilares, mostradas na Tabela 3.

**Tabela 2- Características probabilísticas dos pilares**

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	MÉDIA	DESVIO PADRÃO
B (m) = H (m)	Normal	0,5	0,007
M (kN.m)	Gumbel	409,2	143,2
N (kN)	Normal	3740,5	187,0
FC (kN/m <sup>2</sup> )	Normal	39840	5976
FY (kN/cm <sup>2</sup> )	Normal	54,45	2,72
AS (cm <sup>2</sup> )	Normal	65,0	0,975

A Análise de Confiabilidade é processada no programa VAP (2017), aplicando o método FORM. Os resultados são reproduzidos abaixo.

Definition:  $G = (AS \cdot FY - 2.5 \cdot M / H + 0.7132 \cdot B \cdot H \cdot FC) - 0.855 \cdot V$

[7] Results from FORM analysis :

```

pf = 2.161e-004 beta = 3.52
Name  x_d    alpha
AS    64.92  -0.02429
FY    53.72  -0.0819
M     1092   0.8599
H     0.4983 -0.06979
B     0.4992 -0.03403
FC    2.95e+04 -0.4917
V     3789   0.07416

```

Índice de Confiabilidade  $\beta = 3,52$ ; Probabilidade de falha =  $2.161E-4$

Este valor do parâmetro  $\beta$  é compatível com a situação de uma peça submetida a ação simultânea de cargas permanentes e variáveis (é típico um  $\beta_{limite} = 3,8$ ).

### Análise probabilística do dimensionamento para Segurança Global

A equação de equilíbrio na ruptura postulada, na seção mais inferior dos pilares, supondo que todas as vigas plastificam com seu valor máximo de momento, é dada por:

$$M_{pilar} = 13 \cdot M_{viga} + 273 \cdot F_{horizontal} \quad (12)$$

O momento no pilar ( $M_{pilar}$ ) a ser considerado na função de falha é inicialmente expresso por uma manipulação da equação (11):

$$M = 0,4 \cdot A_S F_y h + 0,285 \cdot b \cdot h^2 \cdot F_c - 0,342 N \cdot h \quad (13)$$



As variáveis e a expressão do momento na viga têm os mesmos valores já definidos nas avaliações anteriores. A Análise de Confiabilidade é processada no programa VAP (2017), aplicando o método FORM. Os resultados são reproduzidos abaixo.

Definition:  $G = ((0.4*ASP*FY*HP+0.2654*BP^2*HP*FC)-0.342*PP*HP+13*ASV*FY*(D-0.59*ASV*FY/BW/FC))-273*H$

[13] Results from FORM analysis :

```

pf = 3.922e-005 beta = 3.95
Name   x_d      alpha
ASP    64.99   -0.003094
FY     53.01   -0.1339
HP     0.4998  -0.005767
BP     0.4997  -0.01113
FC     3.726e+04 -0.1092
PP     3747    0.009571
ASV    15.67   -0.03612
D      0.9188  -0.03078
BW     0.1498  -0.009281
H      37.91   0.9836

```

Índice de Confiabilidade  $\beta = 3,95$ ; Probabilidade de falha =  $3,922E-5$

Este valor do parâmetro  $\beta$  elevado indica que com o enfoque de Segurança Global poderia haver uma otimização da estrutura, tornando-a mais econômica. Observar que não foi realizada neste trabalho a necessária verificação da capacidade de rotação das rótulas plásticas nas extremidades das vigas, de acordo com a NBR 6118 (2014).

## Conclusões

O estudo conceitual apresentado indica, a partir de Análises de Confiabilidade, que a aplicação do Método de Segurança Global pode levar a estruturas mais econômicas. Para isso é necessária uma definição normativa para o fator  $\lambda$  a ser utilizado. Ressalte-se que este fator de segurança deverá ter valores mais altos em situações em que ocorra uma ruptura do tipo frágil do que em situações em que a ruptura é do tipo dúctil.

## Referências

- ABNT NBR 6118. Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. 2014.
- BASTOS, F. P. S. Análise de confiabilidade de seções submetidas à flexão simples e composta pelo método de Monte Carlo. Projeto de Graduação. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012.
- CERVENKA, V.. Reliability-based non-linear analysis according to *fib* Model Code 2010. Structural Concrete, 14, No. 1, 2013.
- fib* - International Federation for Structural Concrete – Model Code for Concrete Structures 2010. 2013.
- MELCHERS, R. E., BECK, A. T., Structural Reliability Analysis and Prediction. John Wiley & Sons Ltd, Third Edition, 2018.
- SANTOS, S. H. C., Fundamentos de Concreto Armado II, Apostila, Escola Politécnica da UFRJ, 2018.
- VAP – Variables Processor, Version 4.0, PSP Software, 2017.