

Estudo Comparativo dos Métodos Analíticos Utilizados pela Norma Europeia EN 1993-1-5:2006 na Verificação de Almas Enrijecidas de Vigas Esbeltas com Seção Transversal do Tipo I de Aço

Denise Aparecida Barbosa¹, Rodrigo Barreto Caldas², Hermes Carvalho³

¹Universidade Federal de Minas Gerais / Departamento de Engenharia de Estruturas /
denbarbosa@yahoo.com.br

²Universidade Federal de Minas Gerais / Departamento de Engenharia de Estruturas /
caldas@dees.ufmg.br

³Universidade Federal de Minas Gerais / Departamento de Engenharia de Estruturas /
hermes@dees.ufmg.br

Resumo

Este artigo apresenta um estudo comparativo dos métodos analíticos utilizados pela norma europeia EN 1993-1-5:2006 na verificação de seções esbeltas: Método da Tensão Reduzida (MTR) e Método da Largura Efetiva (MLE). O estudo tem como foco as almas enrijecidas de vigas esbeltas com seção transversal do tipo I de aço, submetidas a tensões normais longitudinais e de cisalhamento. Para realização deste estudo são analisadas oito almas enrijecidas, com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida, utilizando planilhas de cálculo desenvolvidas no programa computacional Mathcad 2001, e o programa computacional EBPlate 2.01. Os resultados obtidos são comparados entre si, para cada caso de alma enrijecida estudada, avaliando assim as diferenças entre os métodos analíticos com suas vantagens e desvantagens. Observam-se diferenças entre os valores dos dois métodos aplicados, sendo que as espessuras obtidas para as almas verificadas conforme o Método da Tensão Reduzida (MTR) são maiores que as obtidas conforme o Método da Largura Efetiva (MLE).

Palavras-chave

Método da largura efetiva; método da tensão reduzida; vigas de aço de alma esbelta; tensão crítica de flambagem elástica.

Introdução

Em elementos estruturais com grande razão largura/espessura como vigas de pontes e viadutos, ou vigas de rolamento para pontes rolantes pesadas em edifícios industriais, as chapas são os elementos básicos, e, portanto, a instabilidade das chapas é um dos pontos mais críticos nesses tipos de estrutura. Na prática, a forma de contornar o problema da instabilidade das placas das seções esbeltas é através do reforço destas placas por meio de enrijecedores transversais e/ou longitudinais. A verificação de instabilidade das seções esbeltas, como por exemplo, das vigas esbeltas com seção transversal do tipo I, permite determinar a espessura da alma, e o uso ou não de enrijecedores longitudinais, o que afeta diretamente no peso da estrutura de aço. Portanto, considera-se necessário avaliar os métodos analíticos utilizados pelas normas empregadas na verificação das seções esbeltas.

Métodos de verificação da capacidade resistente aos efeitos das tensões normais de seções transversais esbeltas

A verificação da capacidade resistente de seções transversais esbeltas pode ser realizada pelo Método da Largura Efetiva (MLE) ou pelo Método da Tensão Reduzida (MTR).

Método da Largura Efetiva

As seções transversais Classe 4 são aquelas em que a flambagem local irá ocorrer antes da tensão de compressão na fibra extrema alcançar a resistência ao escoamento, em uma ou mais partes da seção transversal.

Para uma seção de Classe 4 submetida a tensões normais, uma distribuição de tensão elástica ao longo da seção transversal denominada “efetiva” (“reduzida”) é considerada, e a capacidade resistente da seção é governada pelo início do escoamento na fibra mais comprimida da seção transversal “efetiva”. Normalmente a seção transversal “reduzida” é designada como seção transversal “efetiva” porque se baseia no conceito de “largura efetiva”, segundo o qual ao ocorrer uma flambagem local de placa, na parte comprimida da seção, esta parte deixa de ser eficiente (não efetiva) na transmissão de tensões normais.

Flambagem global Tipo Placa, para placas não enrijecidas longitudinalmente

A largura efetiva da parte comprimida, $b_{c,eff}$, de uma placa não enrijecida é uma proporção ρ_{loc} da atual largura geométrica da parte comprimida desta placa, b_c :

$$b_{c,eff} = \rho_{loc} b_c \quad (1)$$

O fator de redução para flambagem de placa é obtido de uma fórmula de Winter modificada, e depende da distribuição de tensão normal longitudinal, ψ , ao longo da largura do elemento de placa, b , e das condições de contorno ao longo das bordas longitudinais.

Flambagem global Tipo Placa, para placas enrijecidas longitudinalmente

O comportamento Tipo Placa de placas enrijecidas longitudinalmente está associado a uma flambagem global de toda a placa, ou seja, da composição de placa e enrijecedores.

A largura efetiva, $b_{c,eff}$, da parte comprimida de uma placa enrijecida, similarmente à placa não enrijecida, é uma proporção, ρ_{loc} , da largura real b_c desta parte comprimida. A expressão do fator de redução aplicável, ρ_{loc} , é a mesma que para placa não enrijecida, como segue:

$$\rho_{loc} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,0055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{para} \quad \bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (2)$$

Quando os subpainéis são esbeltos e submetidos à flambagem local (na placa, entre enrijecedores longitudinais), a interação de flambagem local e global deve ser considerada. Esta interação é obtida por meio da modificação da esbelteza relativa da placa equivalente, sendo:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (3)$$

onde, $\sigma_{cr,p}$ é a tensão crítica de flambagem elástica da placa enrijecida, que pode ser obtida de gráficos para placas com enrijecedores ou simulações computacionais, em que a flambagem local da placa não é avaliada. O valor de $\beta_{A,c}$ é dado por:

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} \quad (4)$$

onde, $A_{c,eff,loc}$ é a soma das áreas efetivas dos subpainéis e enrijecedores total ou parcialmente comprimidos; A_c é a área bruta da parte comprimida da placa enrijecida.

Flambagem global Tipo Pilar

A flambagem global Tipo Pilar, é representada pelo fator de redução χ_c , sendo a equação a mesma que para a flambagem de pilar:

$$\chi_c = \frac{1}{\phi + (\phi^2 - \bar{\lambda}_c^2)^{0,5}} \quad (5)$$

onde,

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2 \right] \quad (6)$$

onde, α é o fator de imperfeição; $\bar{\lambda}_c$ é a esbeltez normalizada para o comportamento Tipo Pilar. O valor de $\bar{\lambda}_c$ é dado por:

a) Para placas não enrijecidas longitudinalmente

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (7)$$

onde, $\sigma_{cr,c}$ é a tensão crítica de flambagem elástica para comportamento Tipo Pilar.

b) Para placas enrijecidas longitudinalmente

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (8)$$

onde, $\sigma_{cr,c}$ é a tensão crítica de flambagem elástica para comportamento Tipo Pilar .

Interpolação entre os comportamentos Tipo Placa e Tipo Pilar

Os fatores de redução para flambagem global são calculados baseados em um comportamento Tipo Placa (fator de redução ρ) e um comportamento Tipo Pilar (fator de redução χ_c).

A capacidade resistente de uma placa enrijecida longitudinalmente computa um comportamento intermediário, por meio de um fator de redução final, ρ_c , tal que, $\chi_c \leq \rho_c \leq \rho$.

A fórmula de interpolação para obter o fator de redução final, ρ_c , é dada por:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c \quad (9)$$

onde, ξ é o parâmetro que indica a “susceptibilidade” de flambagem Tipo Placa ou Tipo Pilar, ou o quanto a tensão crítica elástica Tipo Placa está “distante” da tensão crítica elástica Tipo Pilar, para placas enrijecidas ou não enrijecidas. O parâmetro ξ é dado por:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{sendo } 0 \leq \xi \leq 1 \quad (10)$$

A Figura 1 mostra os limites atribuídos ao parâmetro ξ , que representam fisicamente o seguinte: para placas “curtas” ($\alpha \leq 1,0$) onde prevalece a flambagem Tipo Pilar

($\rho_c = \chi_c$), a razão $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ é próxima de 1,0 e o valor de ξ é próximo de zero; para placas “longas” ($\alpha > 1,0$) a razão $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ aumenta para um valor maior ou igual a 2, e $\xi \geq 1$, logo prevalece a flambagem Tipo Placa ($\rho_c = \rho$).

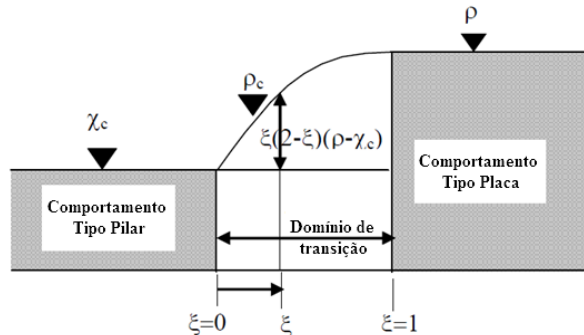


Figura 1 – Interpolação entre comportamento Tipo Placa e comportamento Tipo Pilar (JOHANSSON et al., 2007, modificado).

Verificação

A verificação de seções transversais formadas por placas não enrijecidas ou enrijecidas é realizada de acordo com a seguinte equação para momento fletor biaxial com esforço axial:

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{(M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{y,N})}{W_{eff,y} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{(M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{z,N})}{W_{eff,z} f_y / \gamma_{M0}} \leq 1 \quad (11)$$

onde, A_{eff} é a área efetiva da seção transversal devido à compressão pura; $e_{y,N}$, $e_{z,N}$ são as variações na posição da linha neutra elástica calculada em compressão pura, em relação aos eixos y e z, respectivamente; $M_{y,Ed}$, $M_{z,Ed}$ são os momentos fletores de cálculo, em relação aos eixos y e z, respectivamente; N_{Ed} é o esforço axial de cálculo; $W_{y,eff}$, $W_{z,eff}$ são os módulos elásticos da seção efetiva devido ao momento fletor puro, em relação aos eixos y e z, respectivamente; γ_{M0} é o fator parcial.

Método da Tensão Reduzida

O Método da Tensão Reduzida (MTR) usa o critério de *von Mises* para analisar a interação entre os diferentes tipos de tensões, e compara as tensões solicitantes (a análise da placa é realizada com base no campo de tensão total) no painel com tensões limites definidas pelo elemento de placa que flamba primeiro. No MTR a capacidade resistente é determinada em um único passo de verificação.

O MTR assume uma distribuição linear de tensões até alcançar o limite de tensão da região da placa que flamba primeiro. Até esta tensão limite ser alcançada, a seção transversal é totalmente efetiva. Logo, as seções transversais verificadas conforme o MTR podem ser consideradas como membros de Classe 3. Portanto, o elemento de placa “mais fraco” em uma seção transversal de aço comanda a capacidade resistente da seção transversal inteira.

No MTR todos os fatores de redução da resistência ao escoamento do aço (ρ_x , ρ_z e χ_w) são calculados com uma única esbeltez para o painel com base no campo de tensão total, a chamada esbeltez global modificada da placa $\bar{\lambda}_p$, sendo dada por:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (12)$$

onde, α_{cr} é o fator crítico (mínimo) para o qual a tensão equivalente de cálculo, $\sigma_{eq,Ed}$, deve ser aumentada afim de atingir a tensão equivalente crítica elástica, $\sigma_{eq,cr}$, da placa submetida ao campo de tensão completo; $\alpha_{ult,k}$ é o fator crítico (mínimo) para o qual a tensão equivalente de cálculo, $\sigma_{eq,Ed}$, deve ser aumentada afim de atingir a resistência ao escoamento característica, f_y , no ponto mais crítico ponto da placa, sem levar em conta a instabilidade fora do plano.

O fator α_{cr} é dado por:

$$\alpha_{cr} = \frac{1}{\frac{1+\psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1+\psi_z}{4\alpha_{cr,z}} + \sqrt{\left(\frac{1+\psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1+\psi_z}{4\alpha_{cr,z}}\right)^2 + \frac{1-\psi_x}{2\alpha_{cr,x}^2} + \frac{1-\psi_z}{2\alpha_{cr,z}^2} + \frac{1}{\alpha_{cr,\tau}^2}} \quad (13)$$

onde, $\alpha_{cr,x}$, $\alpha_{cr,z}$ são os fatores críticos (mínimos) para a flambagem da placa nas direções x e z, respectivamente; $\alpha_{cr,\tau}$ é o fator crítico (mínimo) para a flambagem da placa, para tensões de cisalhamento, sendo:

$$\alpha_{cr,x} = \frac{\sigma_{cr,x}}{\sigma_{x,Ed}}; \alpha_{cr,z} = \frac{\sigma_{cr,z}}{\sigma_{z,Ed}}; \alpha_{cr,\tau} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_{Ed}} \quad (14)$$

onde, $\sigma_{cr,x}$, $\sigma_{cr,z}$, τ_{cr} são as tensões críticas elásticas de flambagem.

O fator $\alpha_{ult,k}$ é dado por:

$$\alpha_{ult,k} = \frac{f_y}{\sigma_{eq,Ed}} \quad (15)$$

Casos estudados

Foram estudados painéis enrijecidos, mais especificamente almas de vigas com seção do tipo I enrijecidas com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida, submetidas a tensões normais longitudinais, σ , e tensões de cisalhamento, τ , conforme mostra a Figura 2.

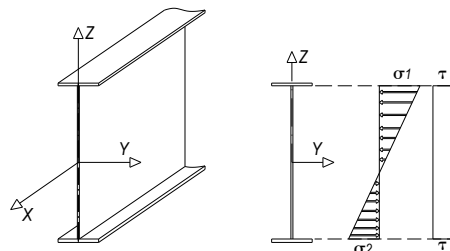


Figura 2 – Alma submetida à tensões normais longitudinais (σ) e tensões de cisalhamento (τ).

Foram estudados quatro tipos de painéis, classificados como M, V, MV e VM de almas com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida, totalizando oito painéis diferentes. A denominação dos painéis é descrita como segue:

- panel M: painel submetido somente a momento fletor;
- panel V: painel submetido somente a força cortante;

- c) painel MV: painel submetido a 75% do momento fletor solicitante no Painel M, e 25% da força cortante solicitante no Painel V;
- d) painel VM: painel submetido a 75% da força cortante solicitante no Painel V, e 25% do momento fletor solicitante no Painel M.

Para todos os painéis estudados foram feitas as seguintes considerações:

- a) resistência nominal ao escoamento do aço: $f_y = 345 \text{ MPa}$;
- b) fator parcial para capacidade resistente associada ao escoamento: $\gamma_{M0} = 1,0$;
- c) fator parcial para capacidade resistente associada à instabilidade: $\gamma_{M1} = 1,1$;
- d) módulo de elasticidade do aço: $E_a = 200000 \text{ MPa}$;
- e) coeficiente de Poisson do aço: $\nu = 0,3$;
- f) placa retangular simplesmente apoiada com comportamento isotrópico, carregada no seu plano, com espessura uniforme e tensões atuando ao longo das suas bordas;
- g) enrijecedores longitudinais em seção retangular sólida, somente em um dos lados da alma da seção transversal do tipo I.

As seções transversais do tipo I com almas enrijecidas têm as seguintes características, conforme mostram as Figuras 3, Figura 4 e a Tabela 1.

Tabela 1 – Características das almas enrijecidas estudadas.

Descrição	Alma com 1 enrijecedor	Alma com dois enrijecedores
Dimensões das mesas	300 mm x 12,5 mm	300 mm x 16 mm (superior), 700 mm x 37,5 mm (inferior)
Largura do painel enrijecido	3000 mm	3500 mm
Comprimento do painel enrijecido	5000 mm	5000 mm
Razão de aspecto	$5000/3000 = 1,68$	$5000/3500 = 1,43$
Dimensão do enrijecedor	100 mm x 12,5 mm	140 mm x 16mm
Posição do enrijecedor	$hw/4$	$hw/4, hw/4$
Razão entre as tensões normais	$\sigma_1/\sigma_2 = -1,0$	$\sigma_1/\sigma_2 = -0,60$

Alma de perfil I, com 1 enrijecedor longitudinal na região comprimida

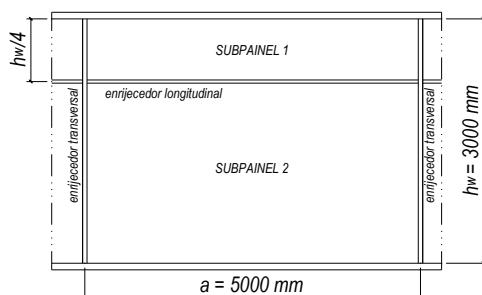


Figura 3 – Alma enrijecida com 1 enrijecedor longitudinal.

Tabela 2 – Esforços solicitantes de cálculo $M_{y,Ed}$ e $V_{z,Ed}$ nos painéis estudados, que esgotam a capacidade resistente de cálculo dos painéis Painel M e Painel V, com alma de espessura $t_w = 12,5$ mm.

Painel	Momento fletor solicitante de cálculo $M_{y,Ed}$ [kN.m]	Força cortante solicitante de cálculo $V_{z,Ed}$ [kN]
M	5967	0
V	0	1139,4
MV	$0,75 \cdot 5967 = 4475,25$	$0,25 \cdot 1139,4 = 284,85$
VM	$0,25 \cdot 5967 = 1491,75$	$0,75 \cdot 1139,4 = 854,55$

Alma de perfil I, com dois enrijecedores longitudinais na região comprimida

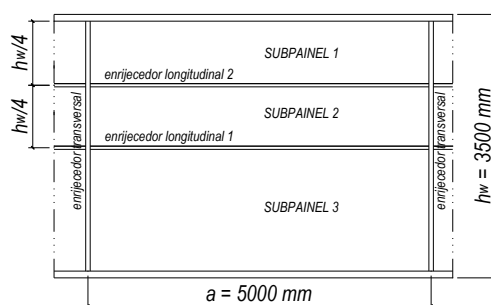


Figura 4 – Alma enrijecida com 2 enrijecedores longitudinais.

Tabela 3 – Esforços solicitantes de cálculo $M_{y,Ed}$ e $V_{z,Ed}$ nos painéis estudados, que esgotam a capacidade resistente de cálculo dos painéis Painel M e Painel V, com alma de espessura $t_w = 16$ mm.

Painel	Momento fletor solicitante de cálculo $M_{y,Ed}$ [kN.m]	Força cortante solicitante de cálculo $V_{z,Ed}$ [kN]
M	13689	0
V	0	3974,4
MV	$0,75 \cdot 13689 = 10266,75$	$0,25 \cdot 3974,4 = 993,6$
VM	$0,25 \cdot 13689 = 3422,25$	$0,75 \cdot 3974,4 = 2980,8$

Procedimentos de verificação dos casos estudados

A partir da seção transversal do tipo I com alma enrijecida com 1 enrijecedor longitudinal com espessura da alma enrijecida fixada em 12,5 mm ou da seção transversal em perfil I com alma enrijecida com dois enrijecedores longitudinais com espessura da alma fixada em 16 mm definem-se os esforços solicitantes de cálculo, momento fletor e força cortante, para os quais a alma enrijecida alcançará sua capacidade resistente nos seguintes painéis estudados: Painel M e no Painel V. A partir desses esforços solicitantes de cálculo definidos, considera-se a espessura da alma como parâmetro variável, e verificam-se os demais painéis estudados.

São considerados dois procedimentos, sendo: Procedimento A, no qual a tensão crítica de flambagem elástica é determinada por meio do programa computacional EBPlate 2.01, e a verificação da seção transversal é realizada no estado limite último pelo MTR explicitado no item 10 da norma EN 1993-1-5:2006; e procedimento B, no qual a tensão crítica de flambagem elástica também é determinada por meio do programa computacional EBPlate 2.01, porém a verificação da seção transversal no estado limite último ocorre pelo MLE explicitado nos itens 4 e 5 da norma EN 1993-1-5:2006. Em ambos os procedimentos, por meio de um processo iterativo obtém-se a espessura da alma com a qual a seção transversal do tipo I alcançará a capacidade resistente necessária. Portanto, a espessura do painel é o parâmetro variável.

Análise dos resultados

As espessuras, t_w , das almas estudadas, Figura 3 e Figura 4, obtidas conforme o MTR da norma EN 1993:1-5:2006 são maiores (1,1 a 1,3 vezes para a alma com 1 enrijecedor longitudinal, e 1,0 a 1,3 vezes para a alma com dois enrijecedores longitudinais) que as obtidas pelo MLE desta mesma norma, conforme mostram as Tabela 4 e Tabela 5.

Tabela 4 – Espessura de painel, com um enrijecedor, conforme os métodos de verificação para o estado limite último, da norma EN 1993:1-5:2006.

	Espessura t_w [mm]			
	Painel M	Painel V	Painel MV	Painel VM
Método da Largura Efetiva	5,5	7,3	3,6	6,2
Método da Tensão Reduzida	12,5	7,4	10,5	8,9

Tabela 5 – Espessura de painel, com dois enrijecedores, conforme os métodos de verificação para o estado limite último, da norma EN 1993:1-5:2006.

	Espessura t_w [mm]			
	Painel M	Painel V	Painel MV	Painel VM
Método da Largura Efetiva	8,4	12,3	4,6	10,3
Método da Tensão Reduzida	15,6	12,5	13,5	11,6

As Figura 5 e Figura 6 apresentam os valores dos momentos resistentes de cálculo obtidos para as almas estudadas utilizando o MLE e o MTR conforme a norma EN 1993-1-5:2006. Observam-se diferenças relevantes entre os valores dos dois métodos, sendo que quando se aplica o MLE para almas menos espessas (3,6; 4,6; 5,5; 6,2 e 8,4 mm) os momentos resistentes são 3,3 a 5,7 vezes superiores aos valores referentes ao MTR, enquanto que para almas mais espessas (8,9; 10,5; 12,5; 10,3; 11,6; 13,5 e 15,6

mm) essas diferenças são menores e os momentos resistentes são 1,4 a 2,5 vezes superiores aos valores referentes ao MTR.

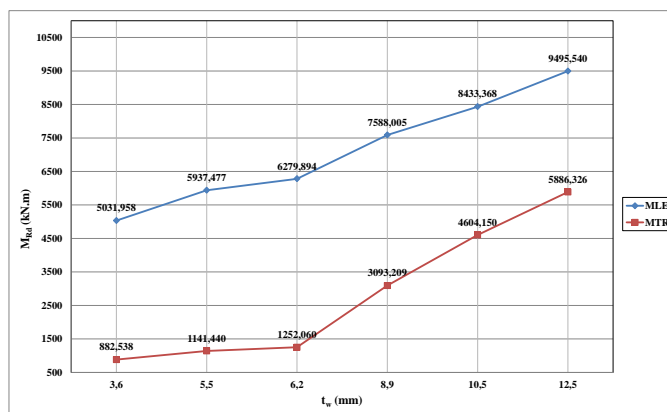


Figura 5 – Momento resistente de cálculo para almas com um enrijecedor, conforme o MLE e o MTR, conforme a norma EN 1993-1-5:2006.

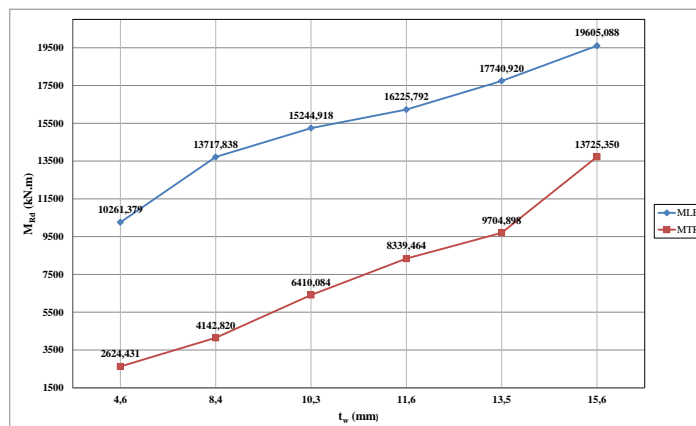


Figura 6 – Momento resistente de cálculo para almas com dois enrijecedores, conforme o MLE e o MTR, conforme a norma EN 1993-1-5:2006.

O estudo realizado por Caballero e Simón-Talero (2010) também mostra diferenças significativas entre os resultados obtidos pelo MLE e pelo MTR, ambos conforme a EN 1993-1-5:2006, sendo que para almas mais esbeltas a capacidade resistente é significativamente diminuída quando se aplica o MTR, e menos diminuída quando se aplica o MLE (conduz a capacidades resistentes até três vezes o valor obtido com o MTR), enquanto que para almas mais espessas a diferença entre os dois métodos é menos pronunciada.

Conclusões

Os resultados das verificações dos oito diferentes painéis estudados neste artigo comprovam o esperado, isto é, que as diferenças entre as considerações do MLE e do MTR levam a resultados significativamente diferentes, visto que ao utilizar o MLE para

almas com espessuras de 3,6 a 8,4 mm, os momentos resistentes obtidos são 3,3 a 5,7 vezes superiores aos valores obtidos utilizando o MTR, enquanto que para almas com espessuras de 8,9 a 15,6 mm, essas diferenças diminuem e os momentos resistentes obtidos são 1,4 a 2,5 vezes superiores aos valores obtidos utilizando o MTR. E ainda, essas verificações aplicando o MTR resultam em espessuras das almas maiores que as espessuras obtidas conforme o MLE desta mesma norma.

Logo, apesar do MLE ter a vantagem de fornecer almas com espessuras inferiores às fornecidas pelo MTR, este método apresenta a desvantagem de abranger somente elementos estruturais com seções transversais típicas (viga I ou caixão) e largura uniforme, além disso, é mais trabalhoso para ser programado. Entretanto, o MTR tem a vantagem de ser aplicável também às seções transversais não típicas e não uniformes (por exemplo, vigas com mísulas, painéis não retangulares e placas com enrijecedores não ortogonais), sendo assim mais apropriado para uma situação mais complicada (por exemplo, diferentes fases de construção), e ainda proporciona mais agilidade nas verificações por se tratar de um método fácil de ser programado. Porém, apesar do MTR ser de aplicação geral para qualquer tipo de estrutura e carga, o atual desenvolvimento deste método apresenta lacunas significativas de definição na forma de aplicação e no seu desenvolvimento.

Referências

- ACERO, R. L.; RODRÍGUEZ, P. G. La revisión del Eurocódigo 3, parte 1-5: “placas planas cargadas en su plano”. Hormigón y acero, n. 272, p. 85-96, 2014.
- CABALLERO, A.; SIMÓN-TALERO, J. M. In: SDSS’Rio 2010 STABILITY AND DUCTILITY OF STEEL STRUCTURES. Plate buckling according to eurocode 3: comparison of the effective width method and the reduced stress method. Rio de Janeiro: September 8 – 10, 2010.
- DA SILVA, L. S.; GERVÁSIO, H. Manual de dimensionamento de estruturas metálicas: métodos avançados. CMM, Mem Martins (in Portuguese), 2007.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. EN 1993-1-5. Eurocode 3 – Design of steel structures – part 1-5: general rules - plated structural elements. 2006.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. EN 1993-2. Eurocode 3 – Design of steel structures - Part 2: Steel Bridges. 2007.
- JOHANSSON, B.; MAQUOI, R.; SEDLACEK, G.; MÜLLER, C.; BEG, D. Commentary and worked examples to EN 1993-1-5: Plated structural elements. Joint report JRC-ECCS, 2007.
- MARTIN, P. O.; GALÉA, Y. Contraintes critiques de voilement de plaques rectangulaires. Presentation du logiciel libre EBPlate. Construction métallique, n. 3, p. 33-74, 2007.
- PAVLOVČIČ, L.; BEG, D.; KUHLMANN, U. Shear resistance of longitudinally stiffened panels—Part 2: Numerical parametric study. Journal of Constructional Steel Research, v. 63, n. 3, p. 351-364, 2007.