



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Detecção dinâmica de danos em passarelas metálicas utilizando variação de modos de vibração

Vítor A. Gonçalves¹, Cassio Marques R. Gaspar¹, Elisa D. Sotelino¹

¹ Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro / Departamento de Engenharia Civil e Ambiental /
vitorag18@aluno.puc-rio.br, cassiogaspar@esp.puc-rio.br, sotelino@puc-rio.br

Resumo

Diversos danos em estruturas ao longo de sua vida útil são refletidos em variações nas suas características físicas. Dessa forma, com o objetivo de detectá-los, vários métodos dinâmicos não destrutivos, com base na verificação de alterações nas propriedades dinâmicas da estrutura, têm sido extensivamente estudados. De forma rápida e prática, visam primordialmente acelerar o processo decisório dos gestores dos sistemas estruturais investigados em respeito às inspeções e possíveis manutenções. Nesse sentido, diversos índices como a variação das frequências naturais, dos modos de vibração, da curvatura modal e da variação da flexibilidade modal têm sido relatados na literatura. Portanto, este trabalho investiga as características de cada índice e suas aplicações. Além disso, apresenta-se uma aplicação numérica da variação das frequências naturais e dos modos de vibração como índice de detecção de danos em uma passarela metálica curva com modos de vibração tridimensionais.

Palavras-chave

Monitoramento estrutural, detecção de danos, dinâmica, passarela metálica

1 Introdução

As estruturas em geral estão sujeitas a diversas ações ao longo de sua vida útil que são capazes de causar desgastes e danos em seus elementos, como fadiga, corrosão, deterioração dos seus membros, entre outros. Com o passar do tempo, aumenta-se a necessidade e periodicidade de inspeções para que a segurança da mesma não seja comprometida (CASAS; MOUGHTY, 2017). De acordo com Webb, Vardanega e Middleton (2015), o monitoramento da saúde da estrutura (*Structure Health Monitoring – SHM*) possui 5 principais áreas de atuação: a detecção de anomalias, estudo na aplicação de sensores, validação de modelos, checagem de limites e detecção de danos. Esta última é capaz de identificar deficiências na estrutura em estágios mais iniciais, que podem reduzir custos com manutenção e assegurar o conforto dos usuários (FINOTTI; CURY; BARBOSA, 2019).

Um dano é capaz de alterar as propriedades físicas da estrutura, como massa e rigidez, que por sua vez podem alterar as características dinâmicas, que são refletidas na variação dos seus parâmetros modais como frequências naturais, modos de vibração e amortecimento (ZHENG et al., 2003). Acompanhar o comportamento de uma estrutura sem que seja necessário realizar testes destrutivos e diversas inspeções, consideradas atividades pouco práticas para grandes estruturas, se torna uma solução eficiente para que se tenha controle do crescimento de danos, aumento de vibrações ou qualquer deficiência que a estrutura possa apresentar. Diversos tipos de danos podem surgir durante a vida útil de uma estrutura, como falhas em conexões causadas por fadiga como estudado em Ni, Wang e Ko (2002) e danos causados por corrosão em seus membros devido à agentes externos, como em Kudus et al. (2018).

Neste cenário, diversas técnicas de detecção de danos através de variações no comportamento dinâmico são estudadas e desenvolvidas na literatura. Índices de danos são construídos e utilizados como indicativo da presença de anomalias através do uso dos modos de vibração e das frequências naturais. Este artigo descreve as principais vertentes de estudos no âmbito desses índices, focando na aplicabilidade desses métodos em estruturas complexas, com diferentes níveis e curvaturas.

O artigo apresenta também um exemplo de uma passarela metálica existente, cujo comportamento dinâmico é simulado, e a variação dos modos de vibração é utilizado para a detecção de um dano introduzido artificialmente.

2 Revisão dos índices de danos

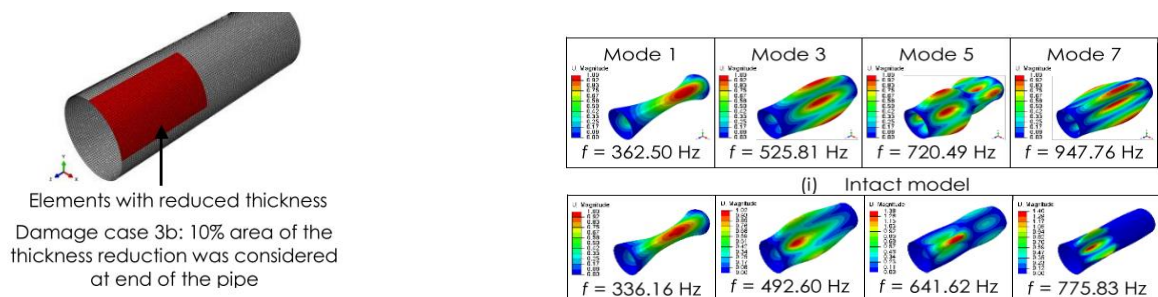
Os índices dinâmicos se apresentam como um grande aliado no monitoramento estrutural. A possibilidade e facilidade de aquisição de dados é um grande benefício desses métodos. A resposta obtida através de sensores de monitoramento estrutural pode ser utilizada para estabelecer índices que apresentem de forma clara, a presença de qualquer dano na estrutura. Alguns dos principais índices são apresentados nas subseções abaixo.

2.1 Frequências naturais e modos de vibração

Os parâmetros modais de uma estrutura (modos de vibração, frequências naturais e amortecimento) são frequentemente utilizados como indicadores da presença de danos. A variação de rigidez causada por uma possível alteração da condição estrutural é refletida nesses parâmetros. Os modos de vibração e as frequências naturais são mais sensíveis a essas mudanças do que o amortecimento e este último não apresenta possíveis indicadores de variação devido à presença dos danos (Salawu;Williams, 1995).

De acordo com Kudus et al. (2018), a redução de 75% na espessura da parede de uma viga tubular ocasiona em uma maior variação do modo de vibração nas proximidades do dano. O autor propõe uma abordagem onde são analisadas as mudanças nos modos de vibração e a variação das frequências naturais como representada na Figura 1. Dessa forma, dependendo de cada posição e intensidade do dano, tem-se um modo mais afetado. A pequena dimensão de um dano em comparação com uma estrutura de grande porte diminui a sensibilidade da análise e inviabiliza a sua aplicação. Os autores Contursi, Messina e Williams (1998) e Clayton et al. (2005) utilizam as frequências naturais como indicador de dano em estruturas de pórtico 2D e uma viga engastada-livre, respectivamente. Os estudos atestam que apenas as frequências, unicamente, não são capazes de localizar o dano devido ao alto nível de contaminação que este dado pode carregar do monitoramento, e dos possíveis erros causados pela simetria do dano em relação à estrutura, que pode causar a mesma variação de frequência para danos em diferentes locais.

Para superar o problema da simetria, Mekjavić e Damjanović (2016) usaram algumas técnicas para deixar a viga não simétrica como: geração de malha assimétrica, mudança das condições de contorno e aplicação de massa concentrada. Tais manipulações propostas pelo autor se tornam inviáveis na aplicação de casos de estruturas de larga escala e com maiores complexidades de modelagem.



(a) Modelagem dos danos na espessura da seção

(b) Modos de vibração para um dano 75%

Figura 1 – (a) Modelo de dano e (b) análise dos modos de vibração (Adaptado, Kudus et al., 2018)

2.2 Curvatura modal

O uso da curvatura modal como indicativo de dano começou com Pandey, Biswas e Samman (1991) em estruturas onde o momento fletor é o esforço mais significativo. Este método foi estudado em uma viga simples bi apoiada e em uma viga em balanço, também estudada por Dawari et al. (2013). O uso da curvatura modal, v'' , cuja formulação (Equação 1) é feita por aproximações de diferenças centrais com os modos de vibração, v_i , onde h é a distância entre os nós, se deu como uma solução eficiente para solucionar a detecção do dano. Desta forma torna-se necessário possuir o valor de três nós consecutivos definidos. Quanto mais alto era o modo de vibração, isto é, maior quantidade de antinós, maior é a magnitude do pico de variação absoluta da curvatura no ponto de dano uma vez que quanto maior o número de antinós, mais acentuada são as curvaturas da forma modal, fazendo com que os modos mais altos possuam maiores respostas (em valores absolutos) que os modos mais baixos.

$$v'' = \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{h^2} \quad (1)$$

Rucevskis e Wesolowski (2010) indicaram a Magnitude do Quadrado da Curvatura dos Modos de Vibração (*Mode Shape Curvature Square Magnitude – MSCSM*) como índice eficiente para a validação da localização do dano em uma viga metálica em condição livre-livre. O método tem a vantagem de não necessitar dos dados da estrutura intacta para fazer a análise da localidade do dano. Este índice apresenta-se dependente das condições de contorno da estrutura, visto que para a condição livre-livre inicial, o mesmo apresentou falsos danos nas extremidades, como pode-se visualizar na Figura 2. Para solucionar esta limitação, foram alteradas as condições de contorno para fixadas nas duas extremidades.

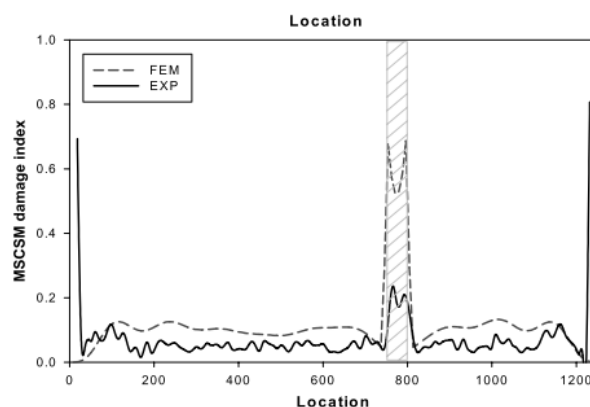


Figura 2 – Variação da MSCSM para uma viga livre-livre (Adaptado, Rucevskis e Wesolowski, 2010)

2.4 Flexibilidade modal

Pandey e Biswas (1994) avaliaram a Matriz de Flexibilidade, F , como índice de localização de danos, visto que ela incorpora com maior influência os modos de vibração, φ_i , associados a frequências mais baixas, como atestado pela Equação 2, o que é útil quando estes, por sua vez, são de maior interesse para o estudo do comportamento dinâmico do sistema estrutural investigado. Assim, através dos dados de monitoramento obtidos pelos sensores, os autores afirmam a validade do método, atestando que a maior eficiência da variação da matriz de flexibilidade como índice de localização do dano está associada à presença de dano nas regiões de maior momento fletor.

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega^2} \varphi_i \varphi_i^T \quad (2)$$

Corrêa, Stutz e Tenenbaum (2016) utilizaram a matriz de flexibilidade em estudo de identificação de danos em placas. O estudo caracteriza a identificação do dano como um problema de otimização, onde o objetivo é minimizar uma função definida pela variação da matriz de flexibilidade da estrutura intacta e de possíveis situações de danos. A metodologia de otimização apresentou um custo computacional alto para a minimização da função, pois a placa possuía muitos pontos. Como solução, foi estabelecido que só seriam analisados danos em estágio inicial (<25%), que atingiam poucos pontos da malha. A tendência para grandes estruturas é que esse alto custo cresça ainda mais devido à grande quantidade de nós.

2.5 Energia de deformação modal (*Modal Strain Energy*)

Stubbs e Kim (1995) incorporaram a curvatura modal no cálculo da energia de deformação de uma viga de acordo com as Equações 3 e 4, e utilizam esta correlação como índice de dano. O método MSE (*Modal Strain Energy*) baseia-se na análise da variação da energia de deformação modal causada por reduções na rigidez dos elementos. A aplicabilidade do método em uma estrutura de tamanho real foi testada em um modelo numérico de uma ponte retilínea bi apoiada, em duas dimensões, composta por elementos de viga de mesmo tamanho.

$$\beta_{ij} = \frac{[(\varphi_{ij}^{**})^2 + \sum (\varphi_{ij}^{**})^2] [\sum (\varphi_{ij}^{**})]^2}{[(\varphi_{ij}^{**})^2 + \sum (\varphi_{ij}^{**})^2] [\sum (\varphi_{ij}^{**})]^2} \quad (3)$$

$$\beta_i = \sum_{j=1}^n \frac{NUM_{ij}}{DEN_{ij}} \quad (4)$$

Onde i é o número de modos de vibração, j o número de elementos, φ_{ij}^{**} a curvatura modal e o sobrescrito * indica o termo referente a estrutura danificada.

Usando apenas 3 modos de vibração e independentemente do material da viga, pode-se localizar os danos simulados. Para trazer o método a uma realidade mais próxima às estruturas reais, Li e Yang (2006) aplicaram a o MSE em uma estrutura de torre metálica 3D. Nesse estudo, foi verificada a necessidade de incorporar duas direções na formulação do método, axial e transversal para poder capturar a resposta dos danos nos diferentes modos de vibração. Pode-se perceber a necessidade da decomposição do método em todas as direções para poder captar a resposta de cada dano de forma efetiva. Dependendo da posição do elemento na estrutura, uma direção pode ser mais efetiva para refletir a alteração causada pelo dano, e, portanto, deve ser analisada integralmente, como pode-se visualizar na Figura 3.

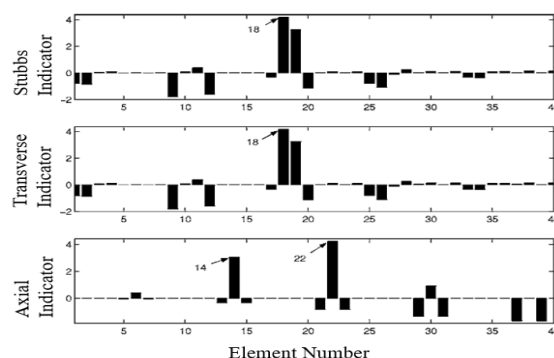


Figura 3 –MSE nas três direções: vertical, transversal e axial (Adaptado, Li e Yang, 2005)



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

A Tabela 1 reúne as principais vantagens, desvantagens e aplicações dos métodos relatados nesta seção.

Tabela 1 – Resumo das principais vantagens, desvantagens e aplicações dos métodos

Método	Vantagens	Desvantagens	Aplicações
Frequências naturais e modos de vibração	Propriedades dinâmicas conhecidas e de relativamente fácil aquisição	A identificação não se dá de forma direta, observando apenas os picos de variação. Deve-se fazer uma análise dos dados na estrutura como um todo.	Adequado para estruturas 3D devido a capacidade de capturar deslocamentos em todas as direções e formas modais.
Curvatura Modal	Grande eficiência na localização direta da posição dos danos. Aplicação com o uso dos modos de vibração em apenas uma direção	Necessidade de uma continuidade dos dados para poder construir o gráfico de curvatura contínua. As condições de contorno livres podem ser responsáveis por erros.	Aplicação mais eficiente em estruturas de vigas pela continuidade da curvatura entre todos os pontos da estrutura. Condições de contorno influentes.
Flexibilidade Modal	Grande eficiência em estruturas mais flexíveis, que tornam o índice mais sensível, principalmente em áreas de maior momento fletor.	Dificuldade em áreas mais rígidas como regiões de apoios rígidos em que a variação do índice é muito pequena em comparação à outras regiões	Aplicação em estruturas de vigas ou placas. Condições de contorno influenciam na eficiência do índice quando aplicada em estruturas de maior porte.
Energia de deformação Modal (MSE)	Boa eficiência para localização e quantificação de danos em estruturas de grande porte. Baixo número de modos de vibração necessários para obter respostas eficientes.	Elementos que não tenham grandes participações na energia de deformação modal da estrutura não possuem respostas significativas.	Aplicação em estruturas 2D e 3D dependendo da quantidade de direções em que o método é aplicado. Melhores respostas em estruturas onde o momento fletor é mais importante.

3 Aplicação da variação dos modos de vibração

Considerando os diversos índices de detecção de danos apresentados na Seção 2, o exemplo analisa a presença de um dano único em uma estrutura complexa de grande porte. Desse modo, considerou-se uma passarela mista (aço-concreto), com diferentes níveis de elevação – em contraste às condições retilíneas em que se encontram todos os estudos anteriores – e que apresente comportamentos dinâmicos mais complexos, levando em consideração modos de vibração tridimensionais relativos à torção e à flexão, vertical e lateral, do sistema estrutural.

O caso a ser estudado refere-se a um trecho de uma passarela mista muito flexível e susceptível a vibrações excessivas induzidas por pedestres. O trecho analisado possui 4 vãos de aproximadamente 26m, 12m, 20m e 22m (A, B, C e D respectivamente), sendo os últimos dois curvos e com inclinação negativa (Figura 4).

A modelagem da estrutura foi realizada no programa computacional Autodesk Robot.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

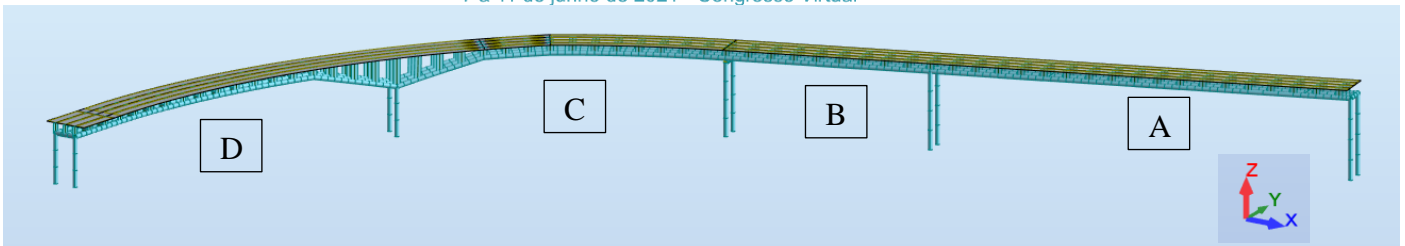


Figura 4 – Modelo computacional

As primeiras 8 frequências naturais estão listadas na Tabela 2 através da análise modal do sistema estrutural. Analisando os modos de vibração, identifica-se que o 1º, 3º, e 7º modos excitam quase que unicamente o trecho A. Considerando os 8 primeiros modos de vibração da Figura 5, observa-se que nos modos 1 e 3 o trecho A apresenta maiores amplitudes modais. Diante disso, espera-se que qualquer identificação de dano se dê de forma mais eficiente nesta localidade. Todos os oito modos analisados possuem amplitudes modais nas três direções (x – longitudinal, y – transversal e z – vertical).

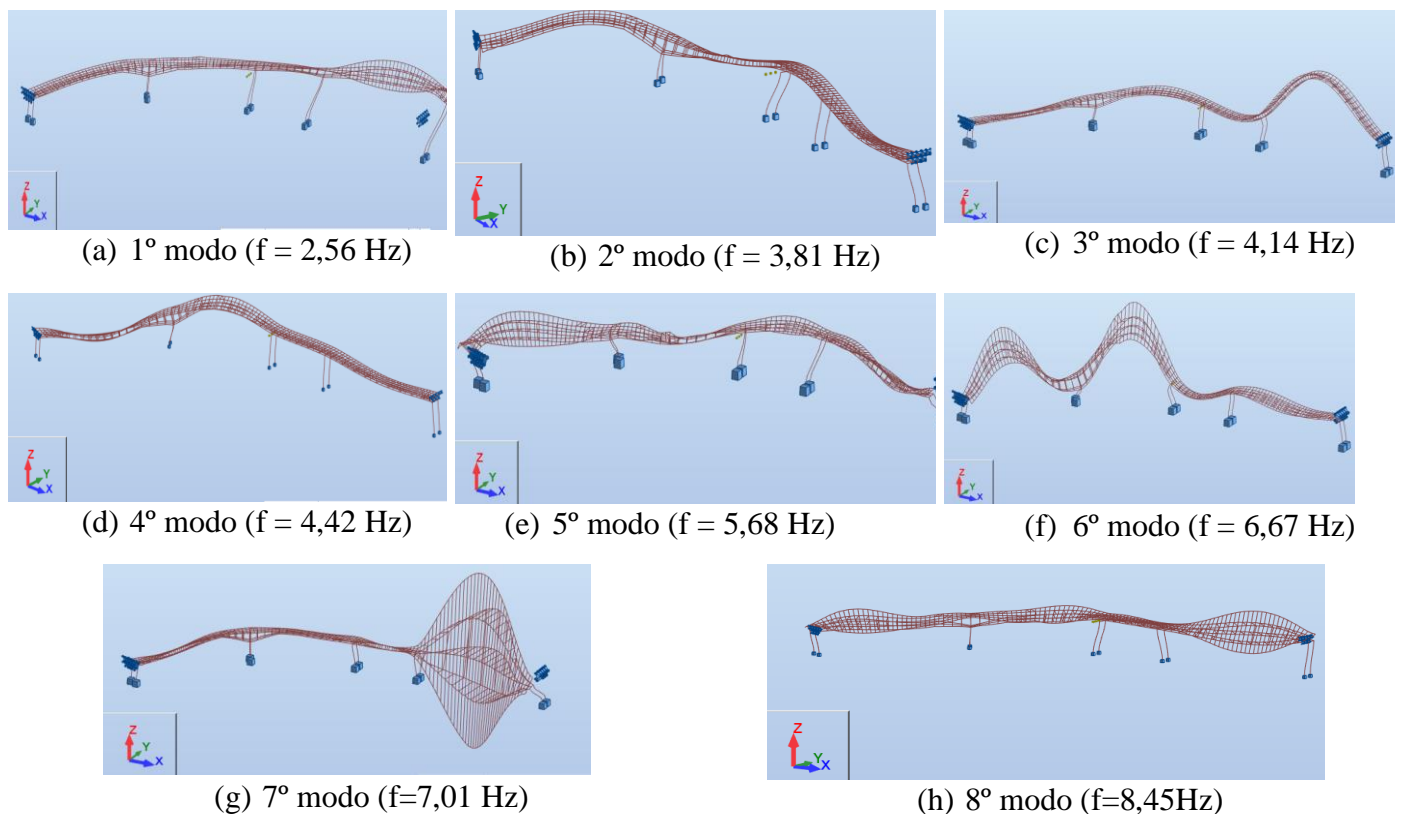


Figura 5 – Modos de vibração da passarela

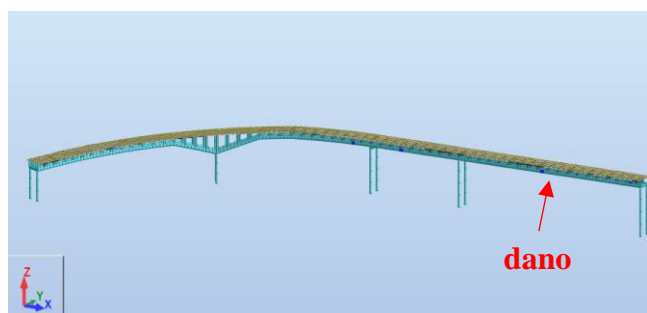


XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

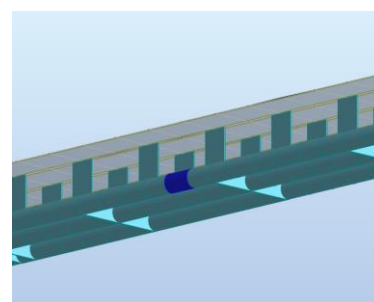
Tabela 2 – Frequências naturais e modos de vibração.

Modo	Frequência Natural (Hz)	Característica do modo
1	2,56	Flexão lateral + Torção
2	3,81	Flexão lateral + Flexão vertical
3	4,14	Flexão Vertical
4	4,42	Torção + Flexão vertical
5	5,68	Torção
6	6,67	Flexão vertical + Torção
7	7,01	Torção
8	8,45	Torção + Flexão lateral

O estudo propõe gerar danos artificiais na estrutura para estudar seu comportamento danificado. O dano é introduzido na forma de redução de seção transversal para simular a corrosão em um elemento estrutural metálico como em Kudus et al. (2018). O local do dano introduzido na estrutura, especificamente em uma das longarinas tubulares, é mostrado na Figura 6, com uma extensão de 0,5 metros, e a redução de seção dos danos estudados estão listados na Tabela 3. Para cada intensidade de dano introduzido em cada trecho diferente do modelo da passarela, ocorre uma resposta independente e característica.



(a) Setor do dano



(b) Detalhe do dano aproximado

Figura 6 – Posição do dano simulado artificialmente

Tabela 3– Danos simulados através de reduções específicas de seção transversal.

Casos	Espessura da seção tubular (cm)	Redução de espessura	Momento de Inércia à flexão (cm ⁴)	Redução	Momento de Inércia à torção (cm ⁴)	Redução
Intacto	1,5	0%	10206,51	0%	20413,01	0%
Dano 30%	1,05	30%	7470,19	27%	14940,37	27%
Dano 60%	0,6	60%	4487,08	56%	8974,17	56%
Dano 90%	0,15	90%	1178,89	88%	2357,78	88%

Para estudar o comportamento da estrutura danificada, é feita a análise espacial em cima da variação dos modos de vibração como descrito na Seção 2.1, levando em consideração as três coordenadas (x, y e z). Para exemplificar o caso, é simulado um dano em um elemento no centro do vão da região A de intensidade 30%. Em seguida é analisado o somatório da variação das coordenadas modais dos oito primeiros modos, de acordo com a Equação 5, onde φ significa modo de vibração, o subscrito “*” simboliza o autovetor da estrutura danificada, i é o número de modos e j o número de nós do modelo.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Analisando a Tabela 4, pode-se verificar que a maior variação ocorre na coordenada vertical z, mais especificamente devido a alteração do 7º modo de vibração, onde o trecho A é excitado na forma de torção. É exposta graficamente essa variação para cada nó do modelo de elementos finitos para uma análise visual. No eixo horizontal estão dispostos os nós do modelo numérico, que devido à metodologia de modelagem, não correspondem sequencialmente aos membros, e no eixo vertical a variação das coordenadas.

$$\Delta\varphi_j = \sum_{i=1}^n (\varphi_i^* - \varphi_i) \quad (5)$$

Tabela 4– Exemplo de cálculo do somatório da variação das coordenadas modais (dano - 30%)

Nó	Modo	ΔX	ΔY	ΔZ	$\Sigma\Delta X$	$\Sigma\Delta Y$	$\Sigma\Delta Z$
1084	1	0	0	0	0,003	0	0,038
	2	0	0	0			
	3	0	0	0,0001			
	4	0	0	0			
	5	0,002	0	0,0026			
	6	0	0	0,0001			
	7	0,001	0	0,036			
	8	0	0	0			

A Tabela 5 e a Figura 7 mostram a variação, $[(f_{\text{dano}} - f_{\text{intacto}})/f_{\text{intacto}}]$, das 8 frequências naturais na estrutura com e sem a presença do dano. No gráfico da Figura 7 pode-se notar a maior variação da frequência do 3º modo de vibração. Este comportamento é esperado visto que este modo (Figura 5c), excita quase majoritariamente a flexão na região A, sendo o local exato do dano, no antinó do modo e possuindo uma grande amplitude.

Tabela 5– Variação das frequências naturais com a presença do dano (30%) no vão do setor A

Freq.	Intacto (Hz)	Dano 30 (Hz)	Var. 30	Dano 60 (Hz)	Var. 60	Dano 90 (Hz)	Var. 90
1	2,562	2,563	0,04%	2,564	0,08%	2,563	0,04%
2	3,808	3,808	0,00%	3,807	-0,03%	3,804	-0,11%
3	4,139	4,14	0,02%	4,14	0,02%	4,125	-0,34%
4	4,422	4,422	0,00%	4,422	0,00%	4,42	-0,05%
5	5,682	5,682	0,00%	5,682	0,00%	5,681	-0,02%
6	6,669	6,669	0,00%	6,669	0,00%	6,669	0,00%
7	7,011	7,016	0,07%	7,02	0,13%	7,017	0,09%
8	8,452	8,451	-0,01%	8,45	-0,02%	8,44	-0,14%

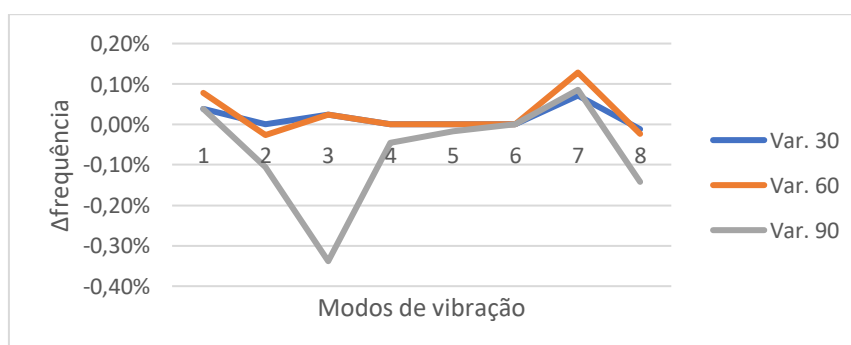


Figura 7 – Variação das frequências naturais para o dano em “A”

No gráfico da Figura 8 destaca-se na área demarcada por “I” uma variação mais significativa da coordenada y , normalizada por massa, neste local. Este ponto refere-se aos pilares de apoio externo no vão do trecho A. Neste ponto, há grande influência dos modos laterais presentes dentre os 8 primeiros analisados, e por isso destaca-se com uma variação significativa. Nos pontos demarcados por “II” do gráfico destaca-se a maior variação da coordenada z , referente ao centro do vão do trecho A que é o local da presença do dano artificial. Na região mais central dos vãos, área de maior flexibilidade, há uma maior contribuição da resposta modal associada à coordenada vertical. Estes quatro picos são referentes aos elementos presentes ao redor da área do elemento danificado, indicando corretamente a presença do dano. Ressalta-se que, pelo fato de o dano estar localizado em uma região bastante flexível em relação ao restante da estrutura, a variação apenas da coordenada vertical é capaz de identificar a posição do mesmo.

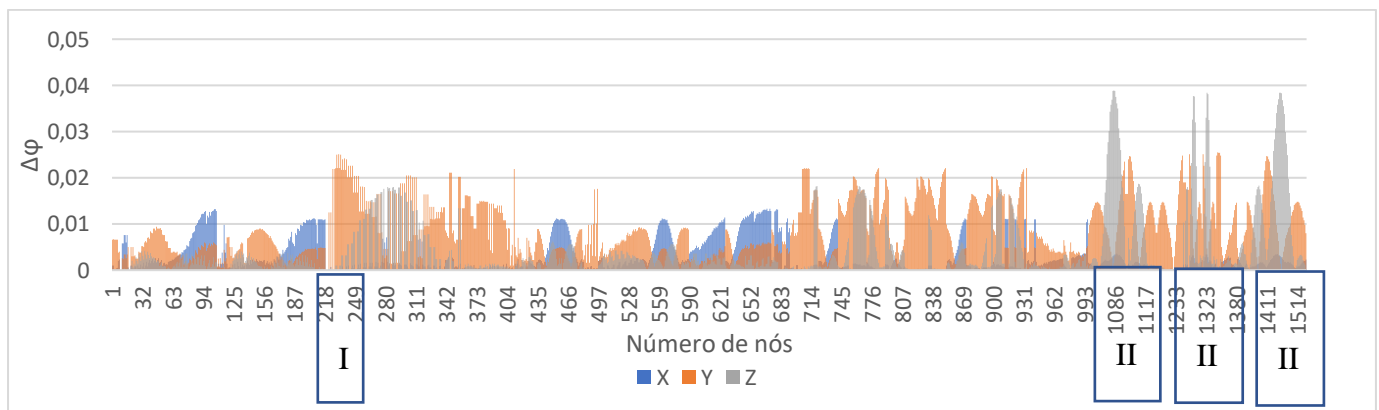


Figura 8 – Variação das coordenadas modais x , y e z para um dano de 30%

4. Conclusões

Considerando o que foi apresentado na Seção 2, é notório que há diversos índices de danos possíveis passíveis de serem aplicados e que cada um se aplica de forma mais eficiente de acordo com a estrutura e seu comportamento dinâmico particular. A maioria dos estudos aqui relatados tem como principal aplicação estruturas simples, muitas vezes em duas dimensões. Essa simplificação acaba por muitas vezes mascarar o comportamento real de uma estrutura mais complexa. Dessa forma, é necessário que nesses casos, seja estudado os melhores índices para serem aplicados em determinada situação. Os estudos desses índices ainda se encontram em estágio aberto em termos de eficiência e escalabilidade em grandes estruturas.

Na Seção 3 foi apresentado um panorama do comportamento dinâmico de uma estrutura menos convencional, com perfis metálicos tubulares, trechos curvos e diferentes níveis no tabuleiro, e como a presença de um dano pode alterar as coordenadas modais. Cada posição de dano possui sua particularidade em relação à resposta espacial do modo de vibração. Para um dano situado no setor A, precisamente na longarina metálica externa do vão analisado de 26 m, a variação de apenas a coordenada modal vertical z é suficiente para que sejam identificados visualmente picos no gráfico, indicando corretamente a posição deste dano.

Analisando a variação das frequências naturais, percebe-se que a mais afetada é a do 3º modo (cujo modo de vibração possui maior amplitude no setor A), e apenas quando a intensidade do dano é igual a 90%, isto é, danos de 30% e 60% não são capazes de causar variações significativas. Isso se deve ao fato de que a dimensão do dano é muito pequena quando comparada a estrutura como um todo, não sendo capaz de influenciar suficientemente as frequências naturais. Vale destacar que apenas as frequências naturais não são capazes de determinar o local exato do dano, porém pode-se estimar através da análise da forma modal.



Entretanto, na análise através da variação dos modos de vibração, foi indicado que o 7º modo, caracterizado majoritariamente pela torção do mesmo trecho, se mostra mais significativo para indicar o mesmo dano. Sendo assim, regiões com maior flexibilidade, comparado ao restante da estrutura, são locais onde a identificação do dano é mais eficiente analisando-se a coordenada vertical dos modos de vibração.

Referências

- CASAS, J. R.; MOUGHTY, J. J. Bridge damage detection based on vibration data: Past and new developments. *Frontiers in Built Environment*, v. 3, n. February, p. 1–12, 2017.
- CLAYTON, E. H. et al. Damage detection and correlation-based localization using wireless mote sensors. *Proceedings of the 20th IEEE International Symposium on Intelligent Control, ISIC '05 and the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED '05*, v. 2005, p. 304–309, 2005.
- CONTURSI, T.; MESSINA, A.; WILLIAMS, E. J. A multiple-damage location assurance criterion based on natural frequency changes. *JVC/Journal of Vibration and Control*, v. 4, n. 5, p. 619–633, 1998.
- CORRÊA, R. A. P.; STUTZ, L. T.; TENENBAUM, R. A. Identificação de danos estruturais em placas baseada em um modelo de dano contínuo. *Revista Internacional de Metodos Numericos para Calculo y Diseno en Ingenieria*, v. 32, n. 1, p. 58–64, 2016.
- DAWARI, V. et al. Structural Damage Identification Using Modal Curvature Differences. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)*, n. February 2013, p. 33–38, 2013.
- FINOTTI, R. P.; CURY, A. A.; BARBOSA, F. DE S. An SHM approach using machine learning and statistical indicators extracted from raw dynamic measurements. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 16, n. 2, p. 1–17, 2019.
- KUDUS, S. A. et al. Damage assessment based on modal analysis of pipe structure. *Jurnal Teknologi*, v. 80, n. 5, p. 37–44, 2018.
- LI, H.; YANG, H. Modal Strain Energy Decomposition Method for Damage Localization in 3D Frame Structures. n. September, p. 941–951, 2006.
- MEKJAVIĆ, I.; DAMJANOVIĆ, D. Damage Assessment in Bridges Based on Measured Natural Frequencies. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 17, n. 2, p. 1–20, 2016.
- NI, Y. Q.; WANG, B. S.; KO, J. M. Constructing input vectors to neural networks for structural damage identification. *Smart Materials and Structures*, v. 11, n. 6, p. 825–833, 2002.
- PANDEY, A.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. Damage Detection From Mode Changes in Curvature. *Journal of Sound and Vibration*, v. 145, p. 321–332, 1991.
- PANDEY, A. K.; BISWAS, M. Damage detection in structures using changes in flexibility *Journal of Sound and Vibration*, 1994.
- RUCEVSKIS, S.; WESOŁOWSKI, M. Identification of damage in a beam structure by using mode shape curvature squares. *Shock and Vibration*, v. 17, n. 4–5, p. 601–610, 2010.
- SALAWU, O. S.; WILLIAMS, C. Bridge Assessment Using Forced-Vibration Testing. *Journal of Structural Engineering*, v. 121, n. 2, p. 161–173, 1995.
- STUBBS, N.; KIM, J. Field Verification of a Nondestructive Damage Localization and Severity Estimation Algorithm. n. December 2013, 1995.
- WEBB, G. T.; VARDANEGA, P. J.; MIDDLETON, C. R. Categories of SHM Deployments: Technologies and Capabilities. *Journal of Bridge Engineering*, v. 20, n. 11, p. 04014118, 2015.
- ZHENG, H. T. et al. Structural damage identification by neural networks and modal analysis. *Structural Health Monitoring and Intelligent Infrastructure - Proceedings of the 1st International Conference on Structural Health Monitoring and Intelligent Infrastructure*, v. 1, n. May, p. 635–639, 2003.