



Análise Comparativa entre Métodos Analítico e Numérico em Tabuleiros de Pontes Rodoviárias

Thiago da Silva Costa Santos¹, Emerson Figueiredo dos Santos²

¹ Universidade Federal de Sergipe / Departamento de Engenharia Civil / thiago14abr@gmail.com

² Universidade Federal de Sergipe / Departamento de Engenharia Civil / emfsantos@academico.ufs.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre os resultados obtidos por metodologias simplificadas (2D) e modelos computacionais (3D) para cálculo de lajes e longarinas de pontes rodoviárias de concreto armado. Apesar de diversos trabalhos mostrarem cada metodologia de maneira isolada, não foram encontradas análises comparativas entre os dois procedimentos entre si, especialmente com situações práticas de projeto. Para tanto, foram elaborados exemplos: uma ponte com duas longarinas com as transversinas internas desvinculadas da laje; e outra com 5 longarinas com as transversinas vinculadas a laje. A metodologia simplificada no caso das longarinas para distribuição de cargas foram Engesser-Courbon, Leonhardt e Guyon-Massonet, e para as lajes utilizou-se as tabelas de Rüschi para obtenção dos esforços de momento devido ao carregamento permanente e móvel. Para obtenção dos resultados via método dos elementos finitos, utilizou-se o software ROBOT, e os valores de esforços obtidos por ele foram considerados de referência. Ao fim do trabalho, foi possível perceber que os métodos bidimensionais de distribuição de carga de Guyon-Massonet e Courbon em relação aos métodos tridimensionais apresentaram resultados mais semelhantes para as longarinas internas, enquanto que o método de Leonhardt conduziu a melhor precisão nas longarinas externas, e no caso das lajes o método das tabelas de Rüschi foi mais vezes a favor da segurança para o segundo modelo de ponte.

Palavras-chave

Pontes; Longarinas; Lajes; Métodos Analíticos; Método dos Elementos Finitos.

Introdução

A norma NBR 7188/2013, que trata de cargas móveis em pontes rodoviárias, passou por diversas versões desde seu surgimento em 1943 com a nomenclatura NB-6 em 1943. Desde então houveram mudanças significativas em termos de veículos que circulam nas pontes brasileiras e com o desenvolvimento de métodos computacionais cada vez mais precisos como o método de elementos finitos, essa primeira mudança gerou uma necessidade de atualização das cargas prescritas e reavaliação de estruturas construídas anteriormente, enquanto que a segunda mudança trouxe avanços nos cálculos estruturais com resultados cada vez mais precisos e mais próximos da realidade trazendo economia.

Contemporaneamente, os métodos de cálculo de pontes também foram evoluindo ao longo dos anos, porém com metodologias simplificadas (bidimensionais) com análise de elementos isolados seguindo um fluxo de carga. O surgimento de ferramentas computacionais e softwares específicos possibilitaram a análise esforços em pontes a partir de um modelo tridimensional. Neste sentido, as envoltórias de esforços devido a cargas móveis eram limitadas a modelos de grelha, constituído por barras. Mais recentemente, alguns softwares apresentaram recursos de trânsito de veículo sobre elementos de placa, mas sem a consideração da superfície de influência.

No entanto, segundo Castro (2000), é preciso tomar cuidado na modelagem do problema para que os resultados apresentem o significado desejado, como, por exemplo, definir quantos elementos de grelha serão utilizados na modelagem, sua localização e demais detalhes. Desse modo, é interessante utilizar os métodos computacionais com o devido cuidado e comparar com análises manuais, a fim de avaliar a coerência dos resultados obtidos.

Metodologia

Para os dois exemplos foram utilizados para carregamento permanente, conforme NBR 7187:2003, o peso específico do concreto de 25 kN/m^3 e peso específico do pavimento de 24 kN/m^3 . Já para o carregamento móvel, considerou-se o veículo TB-450 (peso bruto total de 450 kN) prescrito pela NBR 7188:2013 e carregamento de multidão de 5 kN/m^2 (considerando 3 kN/m^2 para verificação nos passeios).

- Ponte 1

Esta ponte possui comprimento total de 38 m , com vão externos de 12 m e o vão central de 14 m , conforme Figura 1. Seu tabuleiro é formado por duas vigas principais (longarinas), de seção retangular com altura de 140 cm e largura de 30 cm , com alargamento da base nos apoios do vão central de 70 cm . As transversinas internas são desvinculadas da laje e apresentam dimensões de 105 cm de altura e 20 cm de largura. Além disso, as transversinas externas (presentes nos apoios da ponte), são vinculadas à laje, e possuem dimensões de 140 cm de altura e 20 cm de largura. A laje maciça com espessura de 20 cm possui balanços de $2,25 \text{ m}$ e laje central de $5,50 \text{ m}$, sendo a largura transversal total de 10 m .

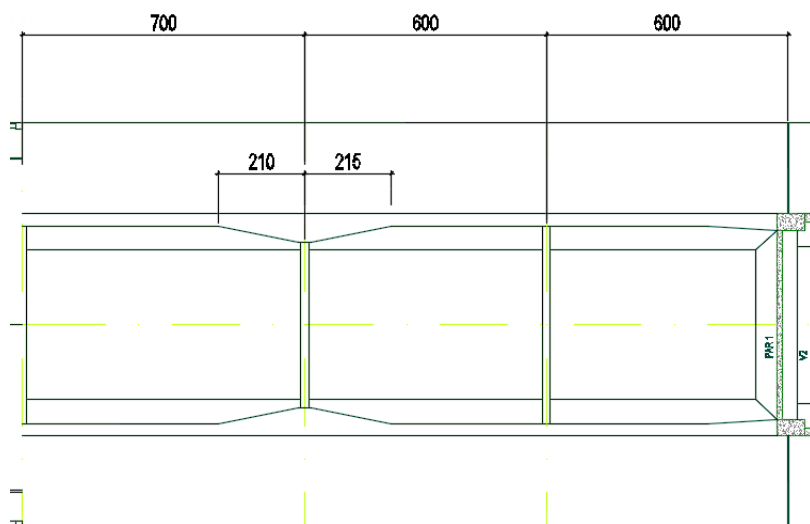


Figura 1 – Planta de forma da ponte 1 (dimensões em cm)

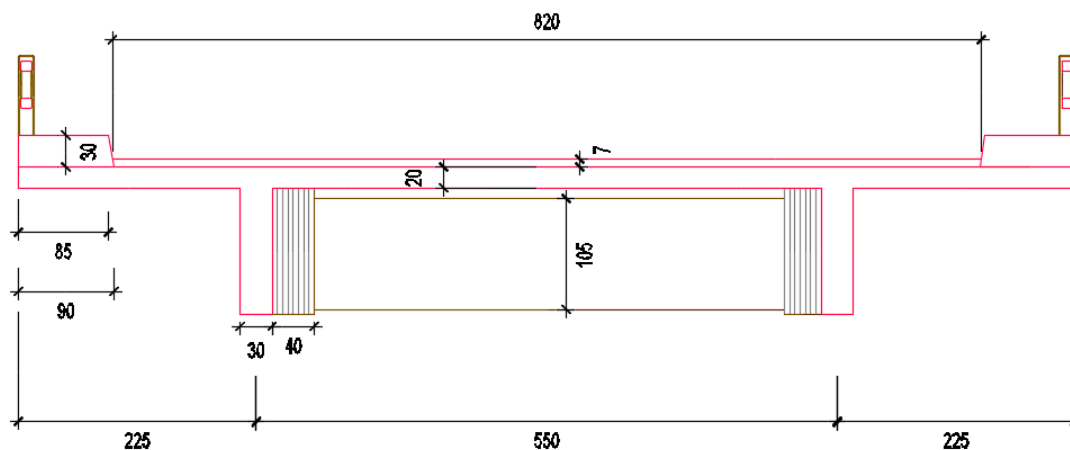


Figura 2 – Seção transversal da ponte 1 (dimensões em cm)

Nessa ponte foi utilizado apenas o método de distribuição de carga de Courbon, pois é aplicável para tabuleiros com duas longarinas. Segundo Longo (1979), como hipótese básica desse método considera-se as transversinas com rigidez infinita, o que despreza os efeitos de torção.

Para a análise das lajes, segundo Rocha (2015), utilizam-se superfícies de influência, as quais representam um determinado esforço em um dado ponto na laje a depender da posição de uma carga concentrada unitária no tabuleiro. Desse modo, utiliza-se essa superfície gráfica para encontrar casos mais desfavoráveis de carregamento para encontrar os esforços máximos na laje. A fim de facilitar esse trabalho foram elaboradas tabelas, tais como as tabelas de Rüsçh na norma alemã, que devido a semelhança com o veículo prescrito pela norma NBR 7188/2013 é utilizada como metodologia de cálculo manual para obtenção de momentos devido a carregamentos permanente e móvel. Essa tabela depende da geometria da laje, direção do tráfego e condições de contorno da laje (Figura 3). A Figura 4 mostra a subdivisão de lajes no tabuleiro.

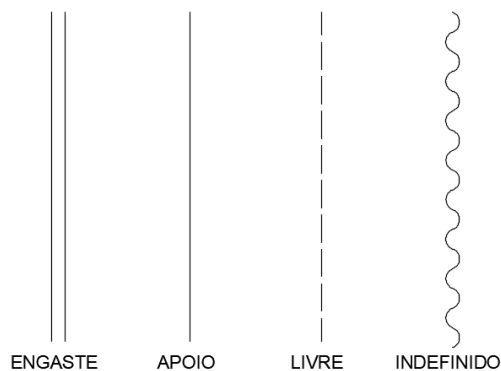


Figura 3 – Condições de contorno da laje

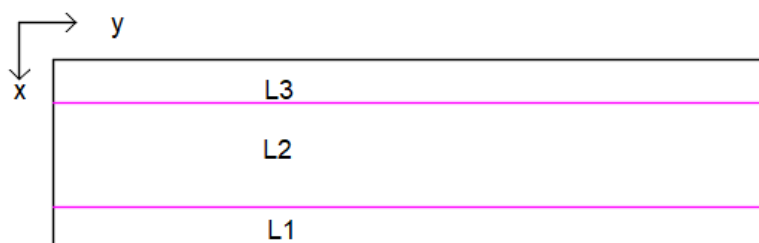


Figura 4 – Discretização de lajes da ponte 1

O modelo da ponte foi desenvolvido no *software* ROBOT (Figura 5), sendo que segundo o suporte da Autodesk (2020), esse software utiliza para elementos de viga um elemento de 2 nós padrão e para laje utiliza elementos de placa de Kirchhoff. Nesse trabalho, adotou-se malha de 20 cm, com elementos quadriláteros para a laje. A fim de simular o deslocamento da transversina em relação à laje utilizou-se um vínculo rígido para o nó da transversina deslocado com o nó da longarina (Figura 6), o qual realiza transmissão de deslocamentos e rotações.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

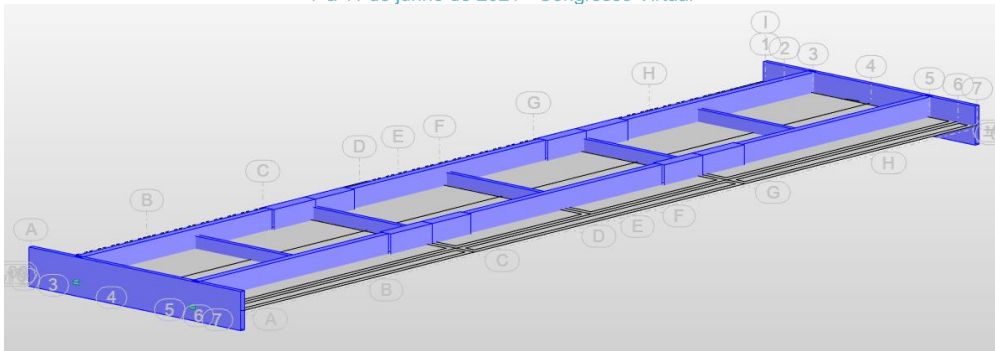


Figura 5 – Modelo estrutural da ponte 1 com extrusão das seções

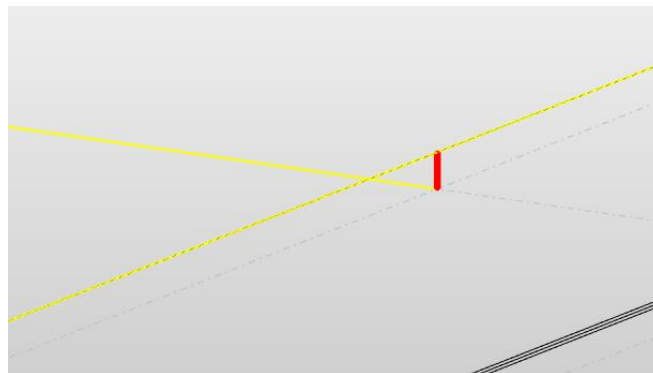


Figura 6 – Detalhe de vínculo rígido no modelo MEF, ponte 1

- Ponte 2

Nesse exemplo, a obra tem comprimento total de 47,2 metros, com vãos simétricos de 23,6 metros, conforme Figura 7. A pista é composta por quatro faixas de tráfego, de cerca de 3,30 metros cada uma. Os passeios, localizados nas laterais do tabuleiro, são guarnecidos por guarda-corpos e guarda-rodas, cujos detalhes adotados podem ser encontrados na Figura 8.

A superestrutura é composta por cinco vigas principais (longarinas), de seção retangular com altura de 160 cm e 30 cm de base. A laje maciça de 20 cm de espessura, sendo que, transversalmente, possui balanços de 1,60 m e vãos entre longarinas de 3,40 m, sendo a largura transversal total de 16,8 m;

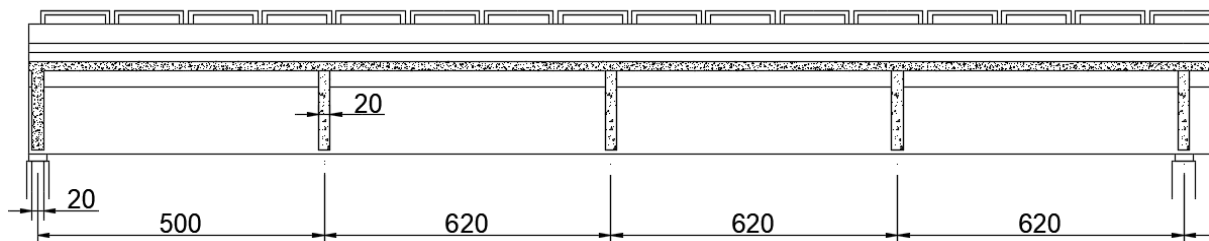


Figura 7 – Corte longitudinal de meia seção da ponte 2 (dimensões em cm)

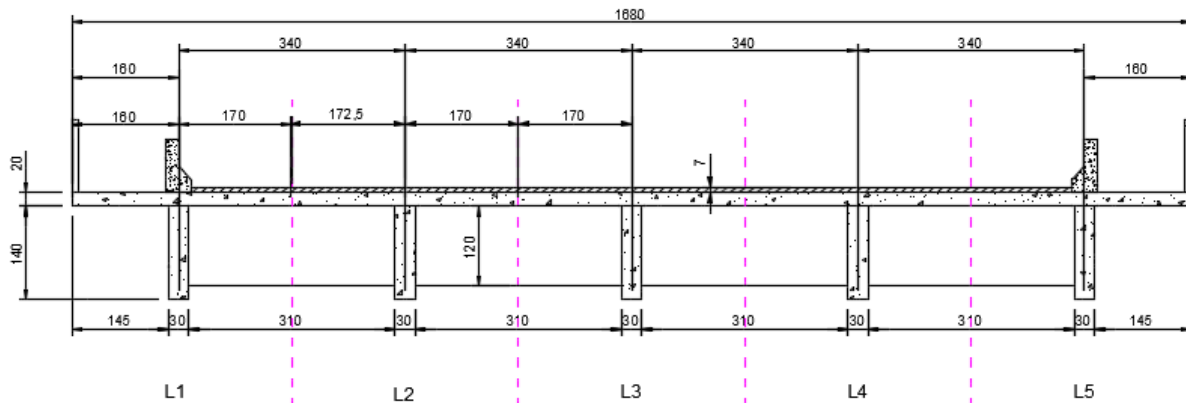


Figura 8 – Seção transversal da ponte 2 (dimensões em cm)

Nessa ponte, além do método de distribuição de carga de Courbon, utilizou-se os métodos de distribuição de Leonhardt e Guyon Massonet. De acordo com Longo (1979), no método de Leonhardt a estrutura em grelha é substituída por um sistema de vigas longitudinais ligadas por vigas transversais, desconsiderando a laje como elemento de distribuição transversal de cargas e desconsidera-se o efeito de torção das longarinas. O método de Guyon-Massonet substituiu o tabuleiro da ponte por uma laje ortotrópica equivalente, representativa das longarinas e transverinas (desconsidera-se contribuição direta da laje), e de acordo com Alves et al. (2004) Massonet adicionou a este método a consideração dos efeitos de torção. Para a análise de lajes também foi feita a subdivisão das lajes (Figura 9), e devido a sua simetria analisou-se apenas as lajes L1 até L9.

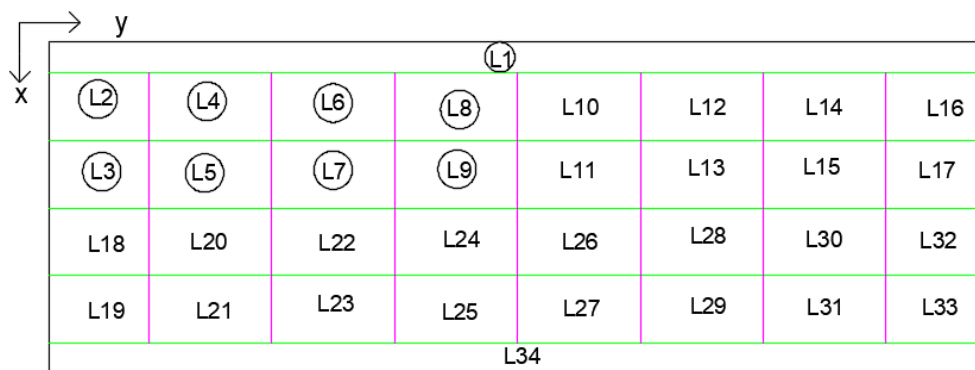


Figura 9 – Discretização de lajes da ponte 2



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

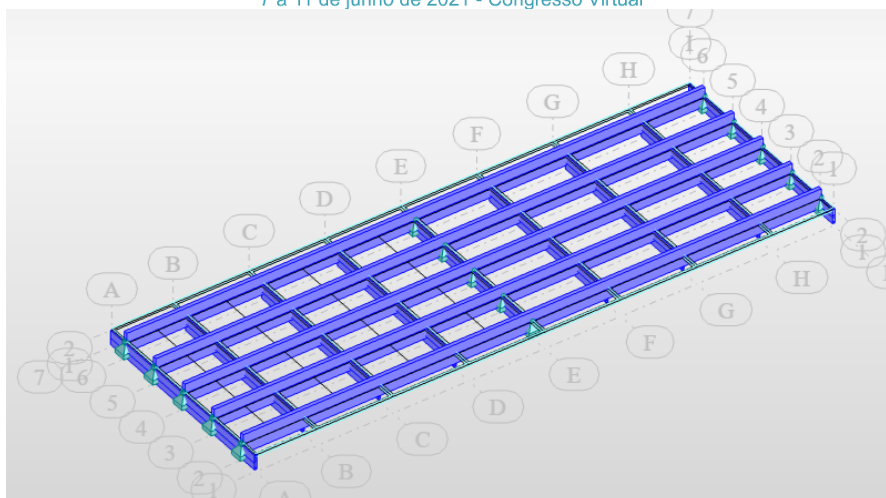


Figura 10 – Modelo estrutural da ponte 2, com extrusão das seções

Na aplicação do carregamento móvel utilizou-se o método de Leonhardt para determinar as piores posições de carregamento para aplicação de carga de multidão no tabuleiro. A Figura 11 mostra a aplicação de carregamento móvel de multidão, onde a região em cinza é onde desconsiderou-se a aplicação da carga e a região colorida representa a aplicação da carga.

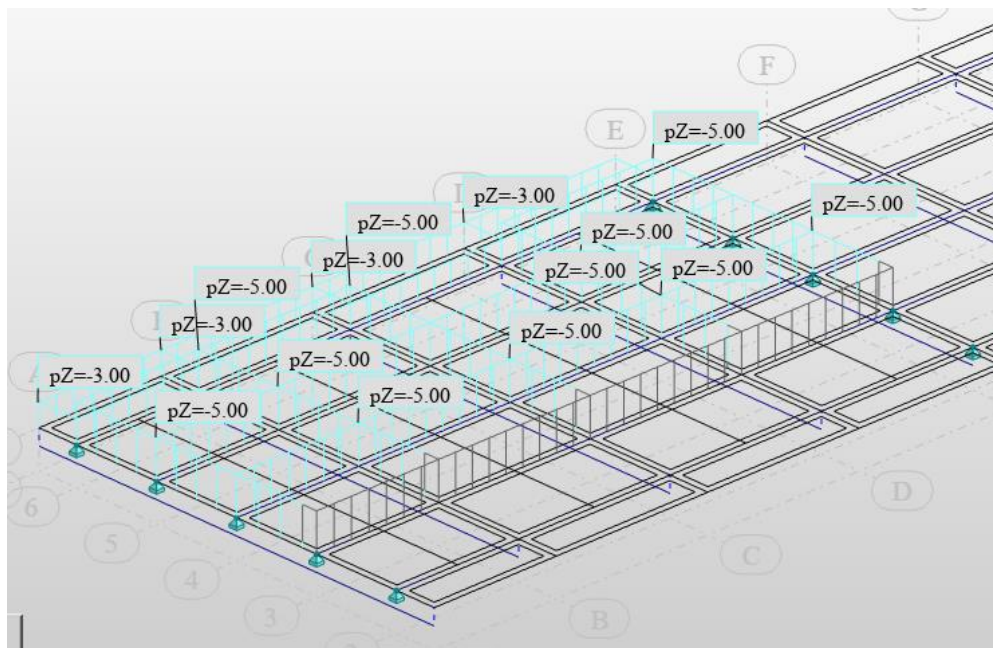


Figura 11 – Aplicação de carregamento de multidão para análise de longarina 1 (em kPa), ponte 2

Desse modo, para as duas pontes, foram obtidos os valores de momento fletor para as longarinas, e no caso das lajes analisou-se os esforços de momento em posições mais significativas (nos engastes). Esses valores de esforços foram combinados os fatores de combinação da NBR 8681:2003, sendo de 1,35 para o carregamento permanente e 1,50 para a carga móvel, e para o carregamento móvel utilizou-se também o coeficiente ϕ (de 1,69 para a primeira ponte e 1,52 para a segunda ponte) prescrito pela NBR7188:2013, que transforma a carga considerando os efeitos dinâmicos em uma carga estática equivalente.

Resultados

- Ponte 1

Os resultados obtidos de momentos fletores positivos da ponte 1 para as longarinas encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1 – Resultados de combinação para momentos fletores positivos nas longarinas da ponte 1

Longarina	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)
1	Courbon	1	681,7	1.932,85	3819,57	652,45	1594,36	3272,35
1	Courbon	2	410,2	1.767,06	3204,37	394,45	1470,94	2738,92

O erro relativo devido a carga permanente variou entre 4,0% a 4,5%, devido a carga móvel esteve entre 20,1% e 21,2% e considerando a combinação dos dois esforços variou entre 16,72% e 16,99%. Os resultados obtidos pela análise 2D em termos desse esforço foram sempre maiores que a análise 3D, o que indica que a metodologia bidimensional foi a favor da segurança para essa ponte. Além disso, observou-se que os resultados de carregamento permanente pela análise dimensional ficaram muito próximos à análise 3D.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos de momentos fletores para as lajes da ponte 1.

Tabela 2 – Resultados de momento fletor para lajes da ponte 1

Laje	Tipo	CP 2D (kN.m/m)	CM 2D (kN.m/m)	Comb 2D (kN.m/m)	CP 3D (kN.m/m)	CM 3D (kN.m/m)	Comb 3D (kN.m/m)
1	M _{xe}	58,97	95,43	222,76	60,71	110,71	248,03
2	M _{xe}	21,87	102,10	182,68	60,71	110,71	248,03

Para as lajes da ponte 1 os valores de momentos fletores foram sempre menores que a análise tridimensional, o que indica que nesse caso a análise bidimensional não foi a favor da segurança. Somado a isso percebeu-se que os valores de momento para carregamento permanente obtidos ficaram muito distantes para a laje 2 (erro de 64%), enquanto que os valores obtidos para carga móvel ficaram mais próximos (erros de 7,8% para a laje 2 e 13,8% para a laje 1).

- Ponte 2

Os resultados de combinação de carregamentos para obtenção de momentos fletores positivos nas longarinas encontra-se na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados de combinação para momentos fletores positivos nas longarinas da ponte 2

Longarina	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)
1=5	Courbon	1	2227,7	2856,38	7291,97	1863,72	2325,07	6003,62
1=5	Leonhardt	1	2227,7	2700,28	7057,82	1863,72	2325,07	6003,62
1=5	Guyon	1	2227,7	3108,25	7669,77	1863,72	2325,07	6003,62
2=4	Courbon	1	1479,3	2197,77	5293,71	1794,83	2059,46	5512,22



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

2=4	Leonhardt	1	1479,3	2053,06	5076,65	1794,83	2059,46	5512,22
2=4	Guyon	1	1479,3	2276,20	5411,36	1794,83	2059,46	5512,22
3	Courbon	1	1886,5	1895,74	5390,39	1776,34	1914,14	5269,26
3	Leonhardt	1	1886,5	1985,27	5524,68	1776,34	1914,14	5269,26
3	Guyon	1	1886,5	1743,74	5162,39	1776,34	1914,14	5269,26

Com análise dos resultados de combinação dos esforços, foi possível perceber que o método de Leonhardt se aproximou mais para a longarina extrema (erro relativo de 17,6%) do que os métodos de Courbon (erro relativo 21,5%) e Guyon-Massonet (erro relativo de 27,8%), enquanto que a situação ocorreu de maneira inversa para as longarinas internas onde o método de Leonhardt teve o pior desempenho entre os três métodos. Mas, de modo geral os métodos que tiveram os melhores desempenhos ao analisar a norma do erro relativo foram os métodos de Leonhardt (norma do erro relativo de 12%), de Courbon (norma de 13,5%), enquanto que o método de Guyon-Massonet teve o pior desempenho (norma de 17,2%)

A Tabela 4 apresenta os momentos fletores para a laje da ponte 2.

Tabela 4 – Resultados de momentos fletores para lajes da ponte 2

Laje	Tipo	CP 2D (kN.m/m)	CM 2D (kN.m/m)	Comb 2D (kN.m/m)	CP 3D (kN.m/m)	CM 3D (kN.m/m)	Comb 3D (kN.m/m)
1	M_{xe}	22,10	0,08	29,95	27,66	14,70	59,39
2	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	0,88	24,62	38,12
2	M_{xe}	13,89	63,95	114,67	10,94	38,78	72,93
3	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	0,41	24,55	37,37
3	M_{xe}	13,89	63,95	114,67	6,21	38,36	65,92
4	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	0,19	11,34	17,26
4	M_{xe}	8,36	45,71	79,85	13,73	42,59	82,42
5	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	0,19	12,95	19,68
5	M_{xe}	8,36	45,71	79,85	6,25	37,65	64,91
6	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	0,77	18,71	29,10
6	M_{xe}	8,36	45,71	79,85	13,92	42,99	83,27
7	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	2,97	20,19	34,29
7	M_{xe}	8,36	45,71	79,85	6,91	40,84	70,59
8	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	23,02	37,06	86,66
8	M_{xe}	8,36	45,71	79,85	14,97	43,02	84,73
9	M_{ye}	12,54	23,36	51,98	24,23	37,09	88,35
9	M_{xe}	8,36	45,71	79,85	8,84	40,49	72,67

Analisando os valores de momento de combinação dos carregamentos, observou-se que para determinadas lajes o valor divergiu bastante, como o momento M_{xe} para a laje 3 (erro relativo de 73,9%) assim como o momento M_{ye} para a laje 4 (erro relativo de 201,2%). Mas, de modo geral o desempenho para os erros relativos para a combinação de esforços considerando a norma do erro relativo foi de 33,31% para o momento M_{xe} e de 53,69% para o momento M_{ye} , o que indica que a metodologia bidimensional foi mais próxima para os momentos de engaste na direção x.

Conclusões

A partir dos resultados obtidos foi possível concluir que a análise bidimensional para a ponte 1 conduziu a momentos fletores na longarina maiores que a análise 3D sendo nesse sentido a favor da segurança. Já para as lajes observou-se que os resultados pelo método tridimensional foram sempre maiores que o método de Rüschi, o que indica que essa metodologia não foi favorável a segurança nesse modelo.

No caso da ponte 2, percebeu-se que para as longarinas o método de distribuição de carga de Leonhardt teve um melhor desempenho geral na ponte e também específico para longarinas externas,



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

enquanto que os métodos de Courbon e Guyon-Massonet teve um melhor desempenho nas longarinas internas. No caso de suas lajes, foi possível perceber que o uso das tabelas de Rüsç apresentaram esforços mais conservadores que aqueles encontrados pelo método tridimensional.

Referências

- ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F.; JUDICE, F. M. S. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. Engevista, Rio de Janeiro, v. 6, n.2, p. 48-58, agosto de 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187:2003: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento. Rio de Janeiro, p. 11. 2003.
- _____. NBR 8681:2003: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, p. 22. 2003.
- _____. NBR 7188:2013: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, p.18. 2013
- AUTODESK.SUPPORT. What types of finite elements are used in Robot Structural Analysis. Robot Structural Analysis Products: Support and learning, California, 15 de set. de 2020. Disponível em: <<https://knowledge.autodesk.com/support/robot-structural-analysis-products/troubleshooting/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/ROBOT-what-types-of-finite-elements-are-used-in-the-program.html>>. Acesso em: 03 de mar. de 2021
- CASTRO, L. M. S. Modelação de Lajes com Elementos de Grelha, Apontamentos teóricos da cadeira de Análise de Estruturas II do Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2000
- LONGO, H. I. Esforços Máximos em Pontes Tipo Grelha. 217p. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro 1979.
- ROCHA, B. K. N. Projeto da superestrutura de uma onte utilizando vigas mistas pré-fabricadas. Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina 2015