

Modelagem numérica de vigas de equilíbrio via método de bielas e tirantes

Philippe Queiroz Rodrigues¹, João da Costa Pantoja²

¹ Universidade de Brasília / engcivil.philip@gmail.com

² Universidade de Brasília/ joaocpantoja@gmail.com

Resumo

O método de bielas e tirantes tem se apresentado útil na resolução de problemas envolvendo regiões de descontinuidade (consolos, aberturas em vigas, viga Gerber) em concreto armado. Destas aplicações, vigas de equilíbrio com carga excêntrica apoiadas em estacas têm sido frequentes em projetos devido as edificações atingirem a divisa do terreno embora seus estudos não ocorram em mesma intensidade. Este trabalho visa modelar numericamente e comparar diversas topologias de bielas e tirantes para uma viga de equilíbrio sob mesmo carregamento através do programa CAST baseado nos dispositivos normativos nacionais. A interface gráfica do programa dispõe ao usuário a verificação de cada elemento da treliça. Contudo, nesta ferramenta não há geração automática da disposição ótima de bielas e tirantes, cabendo assim à experiência do projetista estrutural a escolha do modelo que mais se aproxima do comportamento da estrutura. Foram propostas, neste artigo, quatro modelos de treliças variadas para uma mesma viga com geometria e propriedades dos materiais constantes. Adotou-se como hipótese básica a mesma largura de biela para todos os modelos e escoamento da armadura antes do esmagamento da biela comprimida. São apresentados os resultados e comparados seus desempenhos e armadura requerida. A trajetória das cargas mobilizou diferentes elementos da treliça e, por vezes, tensões resistentes similares nas bielas comprimidas. Mediante análise dos resultados alcançados no CAST, obteve-se a topologia de treliça com desempenho satisfatório. Foram discutidas limitações e potencialidades do programa como otimização do cálculo pelo método de bielas e tirantes, possibilidade de verificação automática dos nós por análise simplificada e refinada além da didática da ferramenta para o ensino deste método.

Palavras-chave

Vigas de equilíbrio; método de bielas e tirantes; região de descontinuidades, topologia; concreto armado.

Introdução

Dada a crescente necessidade de pilares na divisa do terreno em edificações, tem-se empregado vigas de equilíbrio de modo a combater o momento gerado pela ação excêntrica (carga do pilar). O estudo de vigas de equilíbrio apoiadas em fundações em sapatas tem sido vasto, no entanto, diversos fatores podem impossibilitar ou inviabilizar o uso de fundações superficiais incorrendo, portanto, em fundações profundas. Neste caso recorre-se ao método de bielas e tirantes. A clássica analogia de treliça proposta por Rutter e Morsh derivou o modelo de bielas e tirantes – STM – (Strut-and-Tie Method) cujo uso estende-se a uma vasta gama de elementos estruturais. Esta generalização tornou-se notável desde SCHLAICH (1987), MARTI (1985a) que fundamentaram a análise do comportamento dos elementos nos estados limites, quer estado elástico, quer plástico. SILVA (1999) enuncia o citado modelo como representações discretas dos campos de tensão (compressão ou tensional de tração) dentro do elemento estrutural decorrente dos carregamentos atuantes e condições de contorno impostas. O modelo equivale simplificar a estrutura real por uma estrutura resistente na forma de treliça onde os elementos comprimidos são definidos bielas e os tracionados, tirantes (figura 1) (SOUZA, 2006). O local de interseção dos elementos bem como encontros de aplicação de cargas/reações são os nós. As principais aplicações estão no dimensionamento de regiões com descontinuidade como viga de equilíbrio, vigas-parede, ligação viga-pilar, blocos rígidos sobre estacas onde as hipóteses de Bernoulli não são válidas. SCHAFER E SCHLAICH (1998, 1991) quem propôs a divisão dos elementos estruturais em Região B (adoção das hipóteses de Bernoulli) e Região D (Descontinuidade) onde a teoria da viga não se aplica. As manifestações na região D podem ser geométricas; mudança abrupta de seção, aberturas em vigas



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

ou estática (regiões próximas a carregamentos concentrados e reações) e sua extensão dado pelo princípio de Saint Venant's. O dimensionamento da região D mediante os métodos convencionais empíricos pode levar a soluções inseguras ou inadequadas. O presente trabalho busca estudar diversos modelos de bielas e tirantes para uma viga de equilíbrio com propriedades geométricas e materiais constantes de modo a entender o seu comportamento em diferentes arranjos de treliças. A fim de facilitar e otimizar as comparações, a pesquisa utilizou a ferramenta computacional CAST (2000) baseado em análises elásticas matriciais.

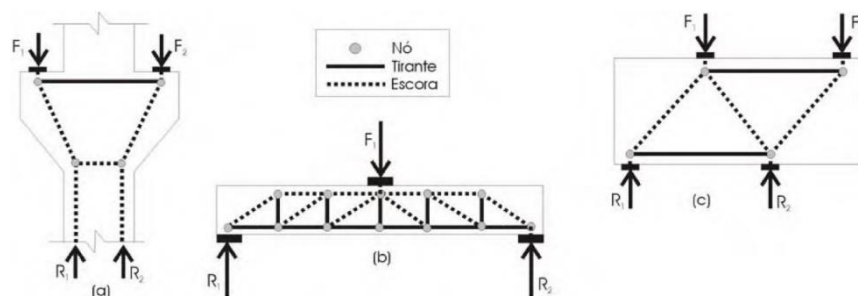


Figura 1 - Modelo de bielas e tirantes

O STM é embasado no teorema do limite inferior que admite o seguinte: na existência de uma carga atuante, o campo de tensões intrínseco do elemento deve atender às condições de equilíbrio no interior e contorno (campo de forças) bem como o critério de resistência dos materiais satisfeito (campo dos materiais) a fim de se obter um limite inferior para a capacidade de materiais elasto-plásticos perfeitos (SANTOS, 2006). Desse modo, a carga atuante é inferior ou igual a carga de colapso da estrutura e o campo de tensões é dito estável e estaticamente admissível. No entanto, deve-se garantir que o esmagamento das bielas e regiões nodais não ocorra antes do escoamento dos tirantes.

Método do caminho das cargas

A definição do modelo é função das forças atuantes e da geometria. SILVA (1999) aponta os aspectos:

- tipos de ações atuantes;
- ângulos entre bielas e tirantes;
- área de aplicação das ações e reações;
- quantidade de camadas da armadura;
- cobrimento da armadura.

Definido modelo, busca-se a determinação da trajetória das cargas dentro do elemento através do método do caminho das cargas. Trata-se de interpretar o caminho tal que a carga aplicada percorra o elemento e encontre uma reação ou carga que a equilibre. Análises elásticas também são possíveis pelo método dos elementos finitos. A literatura destaca que esta abordagem conduz a valores mais eficazes pois a carga de colapso da estrutura é obtida, logo, o modelo atenderá tanto às condições de serviço (controle de fissuração) como ao estado limite último. Recomendações precisam ser seguidas:

- Os caminhos de carga devem ser alinhados e não podem se interceptar;
- Os centros de gravidade das bielas e as linhas de ação das forças carecem coincidir em cada nó;
- Cargas opostas necessitam seguir o menor caminho possível;
- Curvas no caminho de carga denotam concentração de tensão.

Logo, geometria idêntica não obstante com carregamentos distintos se têm modelagens diferentes.

Bielas

Consoante SCHLAICH (1988) a força do concreto nos campos de compressão ou dentro dos nós depende de uma faixa de extensão no estado multiaxial de tensões. Este campo assume configuração segundo distribuição de tensão;



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

- Biela prismática; tem distribuição paralela sem distúrbios, não gera tensão transversal de tração.
- Biela leque; o campo de tensão é radial e as curvas, desprezíveis. A compressão transversal é favorável especialmente se agir em ambas as direções transversais como por exemplo em regiões confinadas (SCHAFÈR, 1988).
- Biela garrafa; a distribuição de tensões é curvilínea com afunilamento da seção. Próximo às forças atuantes há aparecimento de tensões de compressão biaxial e triaxial. As tensões transversais de tração são confirmadas.

SOUZA (2006) expõe que as bielas em formato de garrafa e leque estão presentes em “regiões D” e com formato prismático, característicos de “regiões B” (figura 02).

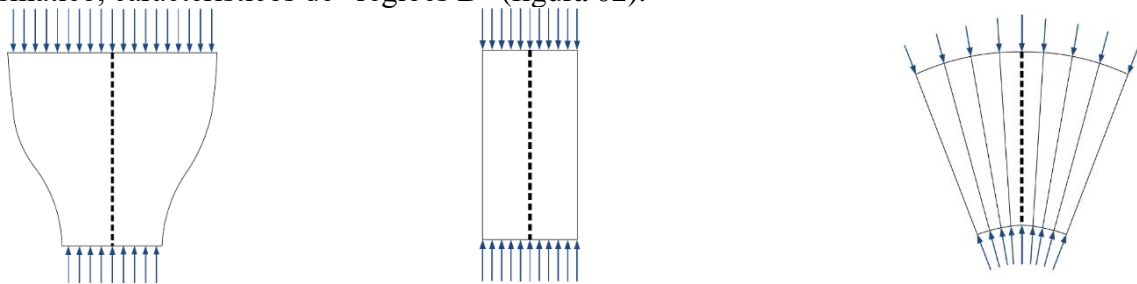


Figura 2 - Formato de bielas

SOUZA (2004) esgota as diversas recomendações de resistência em normas e autores renomados. A NBR 6118:2014 no item 22.3.2 dispõe as verificações para as bielas e regiões nodais;

- f_{cd1} : tensão resistente máxima no concreto em regiões sem tensão de tração transversal, havendo tensão de compressão naquela direção (biela leque ou prismática) e nós CCC.

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad (1)$$

- f_{cd2} : tensão resistente máxima no concreto em regiões com tensão de tração, (biela tipo garrafa) e nós CTT e TTT (converge dois ou mais tirantes);

$$f_{cd2} = 0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \text{ (tirantes)} \quad (2)$$

- f_{cd3} : tensão resistente máxima no concreto e nós CCT, convergindo um único tirante;

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad (3)$$

$$\alpha_{v2}: (1 - f_{ck}/250), f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (4)$$

Nós

Segundo SILVA (1999) nós refere-se a uma parcela de volume de concreto idealizada nos vértices das bielas comprimidas e/ou tirantes e também forças atuantes ou restrições de apoio. Na estrutura real este nó possui um comprimento e largura enquanto no modelo suposto significa um ponto de encontro e de mudanças bruscas na direção das forças. PANTOJA (2012) enfatiza a necessidade de uma verificação criteriosa das tensões instaladas, ancoragem das armaduras nesta região e resistência do concreto para o correto dimensionamento da região nodal. Abaixo convenção de nós empregada atualmente;

CCC – Nós em que todos os elementos convergentes são escoras;

CCT – Nós em que um dos elementos é tirante;

CTT – Nós em que dois ou mais elementos são tirantes;

TTT – Nós em que todos os elementos são tirantes.

Tirantes

O dimensionamento dos tirantes é efetuado tal qual usualmente; a força solicitante no estado limite último e a tensão de escoamento do aço;

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (5)$$

SOUZA (2004) salienta a importância da ancoragem dos tirantes na região D dentro do modelo de bielas e tirantes. A armadura precisa desenvolver a tensão solicitada no apoio para que não ocorra a perda de

ancoragem. Ainda segundo o autor, essa ancoragem é obtida mediante um volume de concreto no entorno da armadura de tirante. A fim da ancoragem ser efetiva e não suceder esmagamento da região nodal, prevê-se expressiva zona tracionada de tirante pela disposição vertical das barras em camadas. A ancoragem de barras tipo grampo é mais eficiente pois as forças no tirante se tornam em forças de compressão por detrás do nó incrementando ainda mais a resistência à compressão na região nodal. O uso de diâmetros menores ajuda na definição da geometria e resistência das regiões nodais, além da limitação das fissuras.

Viga de Equilíbrio

As vigas de equilíbrio, recorrentes em sapatas de divisa, tem função de absorver o momento gerado pela excentricidade dos pilares em relação ao centro da sapata, posicionados na divisa do terreno (figura 03). As referências sobre viga de equilíbrio aplicadas a bloco de concreto armado sobre estacas são limitadas. TANNO (2012) propõe um estudo analítico e numérico de blocos de concretos posicionados nas divisas de terrenos que permeia desde exemplos como BURKE (1979) E ANDRADE (1989) até análise numérica em regime elástico-linear de um bloco com auxílio do DIANA. Estes autores desenvolveram rotinas de dimensionamento de vigas de equilíbrio associadas a blocos em três situações:

- Vigas de equilíbrio com forças diretas e sem momento fletor no pilar;
- Vigas de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor no pilar;
- Vigas de equilíbrio com forças indiretas.



Figura 3 - Viga de equilíbrio

BURKE (1979) APUD TANNO (2012) orienta que do centro da estaca até o pilar de divisa seja avaliado a segurança estrutural como consolo e do centro da estaca até o apoio consecutivo seja considerado a teoria convencional da viga. Para ANDRADE (1989), a decomposição da força e distribuição deve ser realizada por triângulos para que seja determinada a força no tirante e dimensionada as barras. A biela é formada entre o pilar e o apoio, região em diagonal que deve apresentar tensão resistente superior a tensão atuante. Com auxílio das relações trigonométricas para o triângulo retângulo e o ângulo da biela, se obtêm a tensão atuante. Outra via para cálculo das resistências das bielas e tirantes se faz pelo CAST, inclusive os processos iterativos também estão presentes no dimensionamento.

Software CAST

Desenvolvido por Daniel Kuchma da Universidade de Illinois at Urbana-Champaign, o programa CAST (Computer Aided Strut-and-tie) facilita a verificação e dimensionamento da região D baseado no STM. É reconhecido pela sua agilidade durante o processo gráfico do modelo viabilizando o desenho do contorno, vinculações dos nós, bielas, apoios, carregamentos e aberturas. O software não dispõe de um processo de otimização automatizado que forneça o melhor modelo, entretanto, não limita o usuário a uma única solução, permitindo uma gama de variedades para um elemento estrutural (SILVA E GIONGO, 2000).

O processo iterativo no CAST é iniciado após o desenho geométrico do modelo onde a estabilidade da treliça é verificada e as forças atuantes no modelo, obtidas. As considerações adotadas no CAST como distribuição uniformemente das tensões ao longo das escoras e tirantes, forças resultantes coincidentes nos nós, permite que a análise matricial seja realizada de acordo a treliças convencionais. É assegurado ao usuário a escolha da análise; elástica ou não-linear (SOUZA, 2006).



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

O dimensionamento das escoras baseia-se nos parâmetros adotadas pelo ACI-318 (2003) ou definido pelo usuário. O CAST dispõe de determinação automática da espessura por meio de um parâmetro adimensional definido como *stress ratio* que consiste na razão entre a tensão atuante e tensão resistente. Os valores superiores a 1,0 indicam a ruptura e escoras com *stress ratio* próximo de 1,0 indicam projeto ótimo, isto é, menor custo. Outro parâmetro é o fator de eficiência “*v*” que reduz a resistência a compressão do concreto em corpos de prova. Também os tirantes detêm *stress ratio* que relaciona a força resistente (F_{tu}) e força atuante (F_t). As regiões nodais são produtos da intersecção das espessuras efetivas das escoras e tirantes. Há dois tipos de análise; simplificada (verifica o nível de tensão na interface tirante/escora e nó) e detalhada (segmenta a região nodal em “*n*” quantidade de triângulos com tensões constantes)(SOUZA, 2006).

A verificação refinada é feita com a divisão da região nodal em triângulos nos nós com mais de três lados. Essa distribuição de descontinuidade é realizada desde que o estado de tensão nos triângulos seja constante e atendido o equilíbrio na interface dos triângulos. Aplica-se o critério de ruptura biaxial para validação da tensão atuante e tensão resistente em cada triângulo. Os nós com triangulação CCC é empregado o Critério Modificado de Mohr-Coulomb e aos tipos CCT, CTT, TTT uma versão linearizada do Critério de Mohr-Coulomb para cálculo da resistência dos triângulos no nó.

Materiais, cobrimentos e dimensões consideradas

Empregou-se concreto f_{ck} 30 MPa e aço com tensão de escoamento característica de 500 MPa. A largura b_w da viga de 50 cm e os apoios de primeiro e segundo gênero, respectivamente, simulando a fundação (estacas). A força F indica a carga do pilar atuando na viga de equilíbrio. Para fins de comparação, estabeleceu-se diâmetro de 12.5 mm embora o número de barras não seja constante. O aparelho de apoio foi definido em 20 cm. A figura 04 representa as dimensões da viga analisada – a treliça ali existente é apenas para fins de exemplificação. Foram examinadas quatro topologias de treliças variadas, todas partindo da mesma hipótese básica: carregamentos iguais de 500 kN, largura da biela comprimida de 10 cm e armadura escoando antes do esmagamento da biela comprimida. O ângulo de inclinação das bielas/tirantes, dimensão da viga, e vão efetivo são constantes. Os tirantes são representados por barras contínuas e as bielas são barras tracejadas. Os valores positivos indicam esforços de tração de igual modo o valor negativo compressão. Expressa-se a sollicitação de cada barra e a porcentagem da sollicitação em relação à resistência última. As cores condizem com a porcentagem do elemento; cores mais quentes denotam valores altos de igual modo cores frias valores baixos. Os elementos representados por linhas não-contínuas são barras estabilizadoras com esforços nulos.

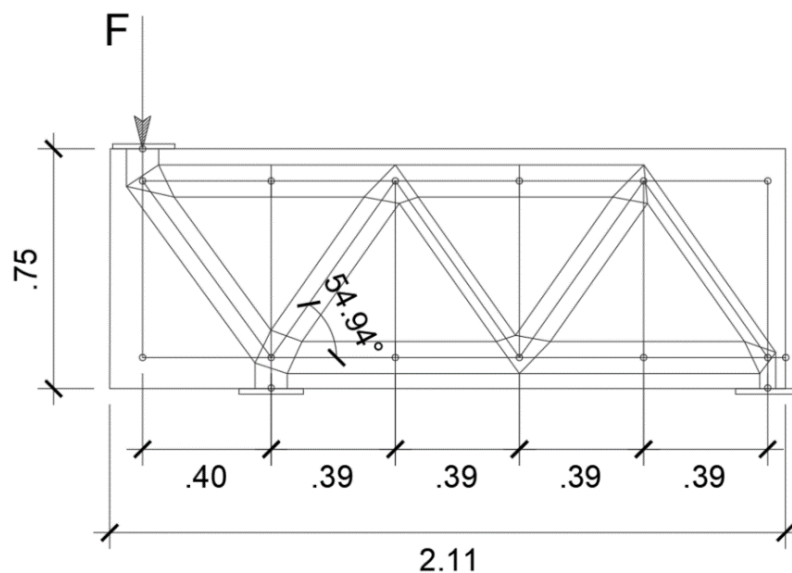


Figura 4 - Viga de equilíbrio proposta



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Resultados

Após as modelagens no CAST, efetuou-se a verificação de todos os elementos e nós. A aceitabilidade depende das capacidades resistente de cada elemento.

Topologia I

A figura 05 expõe a escora E7 que apresentou solicitação de -408,6 kN correspondendo a 60,2% da capacidade última. O tirante E2 foi mais solicitado (92,3% da tensão resistente). A tabela 1 e 2 mostra a área estimada para cada tirante horizontal de acordo com a força solicitante. O nó 8 teve próximo ao apoio um stress ratio de 0,785. Optou-se por fixar a maior armadura para todos os elementos.

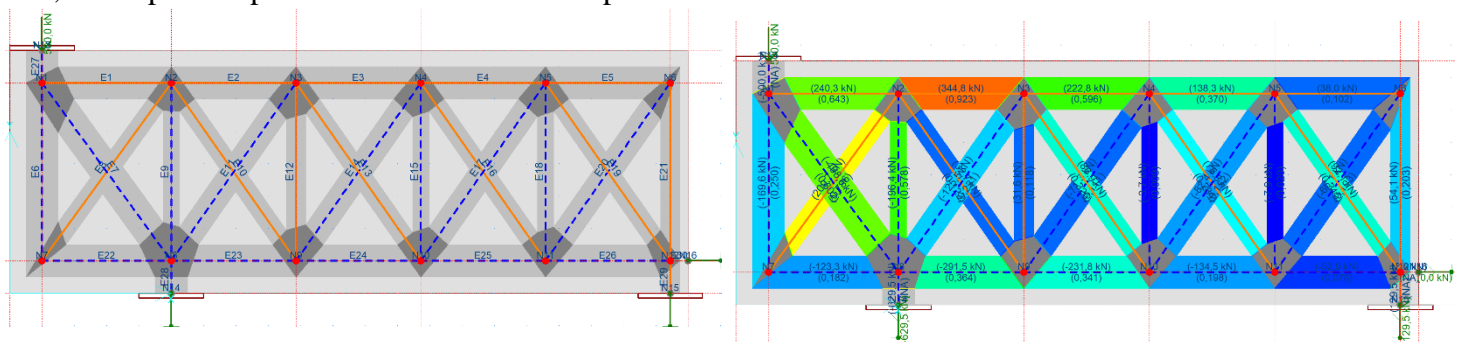


Figura 5 - (a) Bielas e tirantes (b) Solicitações nos elementos do modelo I

Tabela 1 - Tirantes Horizontais (modelo I)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E2	344,8	43,5	7,93	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,923
E1	240,3	43,5	5,52	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,643
E3	222,8	43,5	5,12	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,596
E4	138,3	43,5	3,18	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,370
E5	38	43,5	0,87	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,102

Tabela 2-Tirantes Verticais (modelo I)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E8	209,7	43,5	4,82	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,786
E10	32,7	43,5	0,75	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,123
E12	31,6	43,5	0,73	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,118
E13	86,9	43,5	2,00	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,326
E16	75,8	43,5	1,74	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,284
E19	92,1	43,5	2,12	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,345
E21	54,1	43,5	1,24	3 (1c) + 2(2c)	5 Ø12,5 mm	0,203

Topologia II

A biela de concreto E7 demandou 91,1% da capacidade última (esforço de compressão de -618,2 kN). Os tirantes verticais atingiram uma capacidade de 98,8%. Seguido pelos tirantes horizontais E1 e E2, com stress ratio de 0,974 (Figura 6). A análise simplificada indicou o nó N1 com interface para a biela E7 como elemento mais solicitado (stress ratio = 0,911). A tabela 3 e 4 expressa a armadura necessária para esta topologia:



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

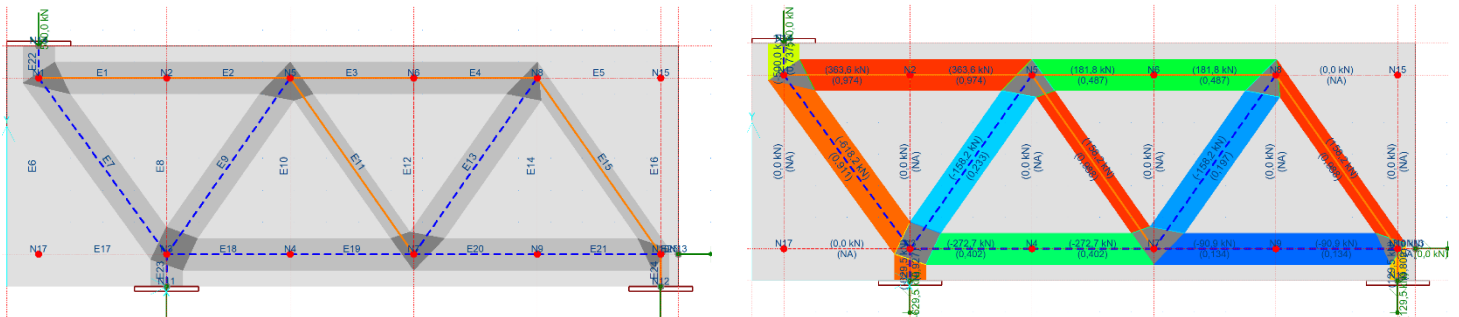


Figura 6 - (a) Bielas e tirantes (b) Solicitações nos elementos do modelo II

Tabela 3 - Tirantes Horizontais (modelo II)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E1	363,6	43,5	8,36	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12,5 mm	0,974
E2	363,6	43,5	8,36	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12,5 mm	0,974
E3	181,8	43,5	4,18	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12,5 mm	0,487
E4	181,8	43,5	4,18	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12,5 mm	0,487

Tabela 4 - Tirantes Verticais (modelo II)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E11	158,2	43,5	3,64	3(1c)	3Ø12,5 mm	0,988
E15	158,2	43,5	3,64	3(1c)	3Ø12,5 mm	0,988

Topologia III

Na terceira topologia o tirante E7 foi mais solicitado (618,2 kN) com stress ratio de 0,966. Nas bielas E8 registrou-se capacidade última de 92,7% (compressão de -629,5 kN) e E6 com 73,7%. Os Tirantes horizontais E2 e E3 na sequência da ruptura com stress ratio de 85,2% (Figura 7). Quanto aos nós; N2 por verificação simples, na interface com a biela E8, respondeu com stress ratio 1,113% indicando uma ruptura por esmagamento no nó.

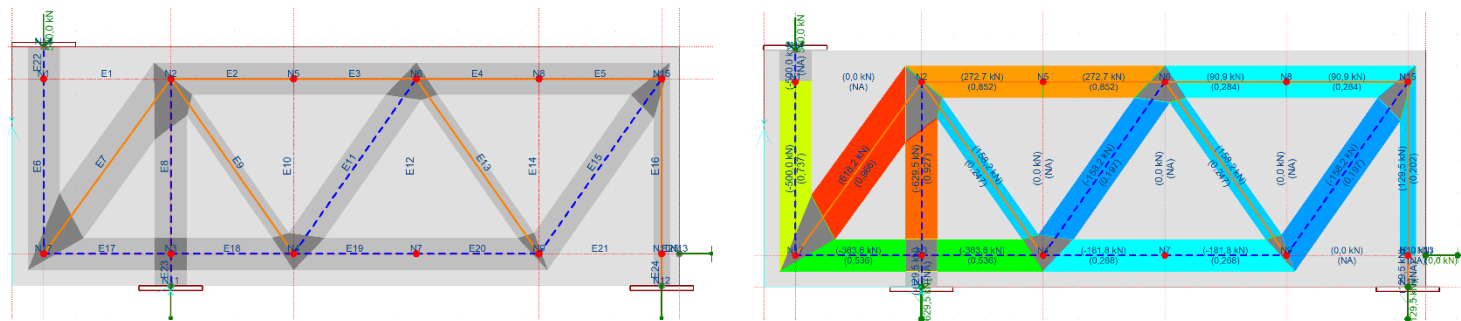


Figura 7- (a) Bielas e tirantes (b) Solicitações nos elementos do modelo III



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Tabela 5 - Tirantes Horizontais (modelo III)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E2	272,7	43,5	6,27	5 (1c) + 1(2c)	6Ø12,5 mm	0,852
E3	272,7	43,5	6,27	5 (1c) + 1(2c)	6Ø12,5 mm	0,852
E4	90,9	43,5	2,09	5 (1c) + 1(2c)	6Ø12,5 mm	0,284
E5	90,9	43,5	2,09	5 (1c) + 1(2c)	6Ø12,5 mm	0,284

Tabela 6 - Tirantes Verticais (modelo III)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E7	618,2	43,5	14,21	8 (1c) + 4 (2c)	12 Ø12,5 mm	0,966
E9	158,2	43,5	3,64	8 (1c) + 4 (2c)	12 Ø12,5 mm	0,247
E13	158,2	43,5	3,64	8 (1c) + 4 (2c)	12 Ø12,5 mm	0,247
E16	129,5	43,5	2,98	8 (1c) + 4 (2c)	12 Ø12,5 mm	0,202

Topologia IV

Na Figura 8 visualiza-se as parcelas mais solicitadas do modelo IV. Na biela comprimida E7 tem-se um esforço de compressão de -618,2 kN com stress ratio de 0,911 e tirante E1 permanecendo logo acima com 0,974. O nó N1 na interface com a biela comprimida E7 aproximou-se da sua capacidade última com Stress ratio de 0,911. A tabela 11 e 12 mostra a área estimada.

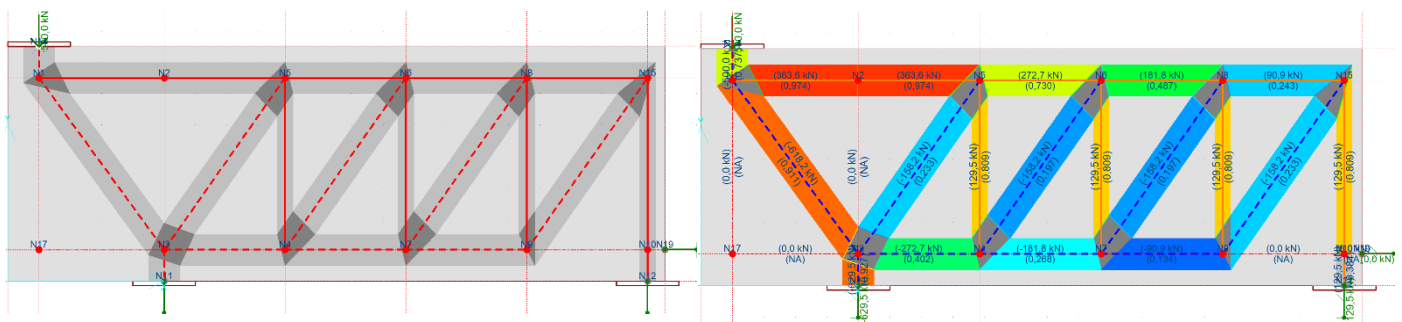


Figura 8 - (a) Bielas e tirantes (b) Solicitações nos elementos do modelo IV

Tabela 7 - Tirantes Horizontais (modelo IV)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E1	363,6	43,5	8,36	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,974
E2	363,6	43,5	8,36	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,974
E3	272,7	43,5	6,27	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,730
E4	181,8	43,5	4,18	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,487
E5	90,9	43,5	2,09	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12,5 mm	0,243

Tabela 8 - Tirantes Verticais (modelo IV)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E10	129,5	43,5	2,98	3 (1c)	3 Ø12,5 mm	0,809
E12	129,5	43,5	2,98	3 (1c)	3 Ø12,5 mm	0,809
E14	129,5	43,5	2,98	3 (1c)	3 Ø12,5 mm	0,809
E16	129,5	43,5	2,98	3 (1c)	3 Ø12,5 mm	0,809

A tabela 13 sumariza os valores máximos de stress ratio nas bielas comprimidas (-) e tirantes (+) para cada modelo. As taxas de armadura (área de aço/área de concreto) de cada viga consideram apenas as áreas de aço dos tirantes verticais e horizontais não englobando ancoragens, estribos e armadura de pele. Na Figura 9 é explícito a performance de cada modelo inclusive qual destes aproximou-se da ruptura no primeiro momento. Os nós não são considerados nos exemplos seguintes, apenas bielas e tirantes.

Tabela 9 - Comparativo stress ratio e taxa de armadura

Topologia	Biela comprimida Stress ratio máximo (-)	Tirante Stress Ratio máximo (+)	Taxa de armadura
I	.602	.923	0,569 %
II	.911	.988	0,417 %
III	.927	.966	0,820 %
IV	.911	.974	0,541 %

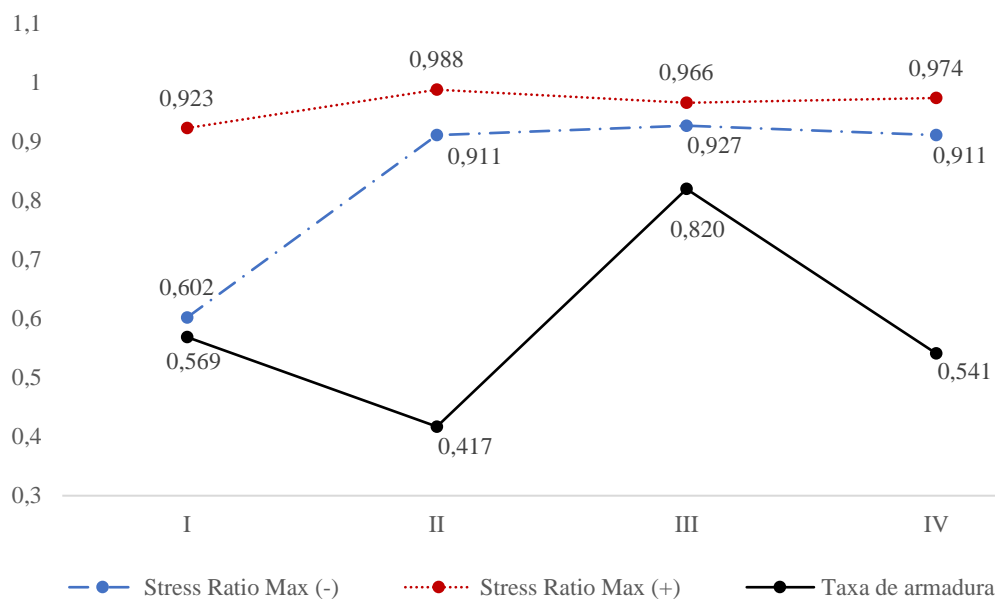


Figura 9 – Comparativo de modelos

Na comparação dos modelos ficou evidente que a biela comprimida do modelo I ficou subaproveitado visto que ainda falta aproximadamente 40% para atingir a ruptura. Notou-se que o desempenho do modelo II foi satisfatório pois escoou-se o aço (hipótese básica para todos os modelos) consecutivamente obteve-se o máximo da biela comprimida atingindo 91,1% de sua capacidade máxima e a menor taxa de armadura entre todos os modelos. O modelo III apesar da biela comprimida superar levemente o modelo II, apresentou redução na capacidade dos tirantes e teve a maior taxa de armadura com 0,82%. A quarta topologia tem comportamento aproximado à segunda topologia pois as treliças tem proximidades. Nesta última simulação a biela comprimida atingiu também 91,1% de sua capacidade e os tirantes seguiram com 54,1%.

Conclusões

Houve convergência do stress ratio dos tirantes nos modelos I, II, III e IV ainda que variando a quantidade de barras. A biela do modelo I suporta maiores esforços de compressão haja vista que utilizou apenas 60% da sua capacidade ultima frente à carga atuante de 500 kN. A proposta II justifica seu uso na literatura através



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

dos valores obtidos aqui: uso otimizado dos materiais (aço e concreto) e baixa taxa de armadura face aos demais modelos. No método de bielas e tirantes não se tem um controle direto da posição da linha neutra. A disposição em camadas das armaduras aumenta a zona de tração efetiva. O modelo III não se mostrou adequado dado a alta taxa de armadura além da carga percorrer maior caminho até o apoio, ponto não recomendado pela literatura. Dada a recorrência de projetos de edificações na divisa e a necessidade de análises fidedignas, o método de bielas e tirantes tem sido efetivo no dimensionamento de regiões descontínuas. O uso do CAST agiliza a verificação e poderá ser empregada em outros cálculos como vigas pré-fabricadas. Está provado que o usuário deve dispor de suporte teórico e experiência para considerar o correto encaminhamento das cargas bem como aspectos construtivos, econômicos pois a ferramenta não gera automaticamente a topologia ótima. Assim, erros como cruzamento do caminho de cargas, quando cometidos, induzem a representações não realistas. A presença de armadura inclinada pode implicar em redução de produtividade na execução, fator a ser considerado. Como citado, análise criteriosa deve ser efetuada nos nós optando, se possível, para uma verificação refinada. Por fim, o uso do CAST para ensino de STM é recomendado posto sua facilidade e didática.

Referências

- SOUZA, R. A., Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades. Tese (Doutorado), Escola Politécnica/USP, São Paulo, SP, Brasil, 2004.
- SOUZA, R. A., Aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas na Análise de Blocos Rígidos Sobre Estacas. Relatório de estágio (pós-doutoral), University of Illinois at Urbana-Champaign, Paraná, PR, Brasil, 2006.
- PANTOJA, J. C., Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e Tirantes. Tese (Doutorado), Pontifícia Universidade Católica/PUC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2012.
- TANNO, D. S., Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas divisas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear. Dissertação, Escola de Engenharia de São Carlos/EESC, São Carlos, SP, Brasil, 2012.
- SILVA, R. C., Concreto Armado: Aplicações de modelos de bielas e tirantes. Dissertação, Escola de Engenharia de São Carlos/EESC, São Carlos, SP, Brasil, 1991.
- GIONGO, J. S., SANTOS, D., Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 10, n. 46, p. 61-90, 2008.
- SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., e JENNEWEIN, M., Toward a Consistent design of Structural Concrete. PCI Journal/May-June, 1978.
- ALMEIDA, V. S., SIMONETTI, H. L., NETO, L. O., Análise de modelos de bielas e tirantes para estruturas de concreto armado via uma técnica numérica. IBRACON Structures and Materials Journal, v. 6, n. 1, p. 139-157, fevereiro. 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6122: Projeto e execução de fundações – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- WIGHT, J. K., Reinforced Concrete Mechanics and Design. 7th ed. Hoboken, New Jersey, Pearson Education, Inc., 2016.