



## **Análise de lajes inclinadas em balanço: modelagem no ANSYS e no CAD/TQS**

**Rebeca Jéssica Schmitz<sup>1</sup>, Valmir Stani Fell Júnior<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Universidade do Vale do Taquari –Univates / rebeca.j.schmitz@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade do Vale do Taquari –Univates / Plena Engenharia / valmir@plenaengenharia.eng.br

### **Resumo**

A análise de estruturas através de “softwares” é uma realidade que modificou o papel do engenheiro. No passado, os modelos eram mais simplificados e o cálculo em si era o maior desafio. Atualmente, os cálculos são feitos pelos computadores, e o desafio é o correto entendimento da estrutura para a modelagem nos “softwares”, sendo utilizados modelos mais sofisticados. Indo de encontro a este desafio, o objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo adequado para análise de lajes inclinadas em balanço utilizando os “softwares” ANSYS e CAD/TQS. A motivação deste trabalho surgiu da dificuldade da modelagem e de dúvidas em relação a validade do modelo desenvolvido para lajes inclinadas em balanço que representam abas de uma residência unifamiliar de alto padrão. Buscou-se a modelagem apenas das lajes inclinadas no “software” ANSYS, e, concomitantemente foi desenvolvido o modelo no CAD/TQS. Entretanto, neste “software” as abas estavam incorporadas no modelo da residência, sendo analisadas junto com parte do pavimento. No ANSYS, as lajes foram modeladas com o elemento “solid186” sendo a armadura representada por camadas, armadura distribuída (elemento “reinf265”). No CAD/TQS, foi necessária a criação de vigas auxiliares para possibilitar o lançamento das lajes, sendo utilizado o modelo IV para análise. Em ambos modelos, as vinculações com vigas e pilares foram consideradas rígidas. A partir dos modelos desenvolvidos foram analisadas duas abas com características semelhantes, ambas com 17 centímetros de espessura, apenas com diferença nas demais dimensões. No ANSYS, os níveis de tensões ficaram muito abaixo do limite de resistência dos materiais. No CAD/TQS o projeto respeitou todas as indicações da NBR 6118 (ABNT, 2014). Em relação aos deslocamentos, verificou-se que nas duas abas, mesmo considerando os efeitos diferidos, os níveis de deslocamento ficaram dentro do aceitável. A partir dos resultados, considerou-se que os dois modelos desenvolvidos estão coerentes e são capazes de representar o comportamento esperado para estrutura.

### **Palavras-chave**

Lajes Inclinadas; Abas em Concreto Armado; Modelagem Numérica; Análise Estrutural.

### **Introdução**

Cada vez mais percebe-se que o papel do engenheiro num projeto está muito mais associado a tomadas de decisões de projeto, análise de alternativas e proposição de soluções qualificadas do que no cálculo em si, que vem sendo feito por “softwares”, que estão em constante atualização. No campo estrutural não é diferente, a evolução dos “softwares” faz com o que o engenheiro tenha o desafio de entender e modelar as estruturas com ferramentas cada vez mais sofisticadas. MARTHA (2017) é bastante enfático dizendo que atualmente não se concebe a análise estrutural sem o uso de computadores.

A elaboração de projetos estruturais passa por várias etapas, KIMURA (2007) divide em: concepção da estrutura, análise estrutural, dimensionamento e detalhamento, e emissão de plantas. O autor dá um destaque especial à etapa de análise pois, segundo ele, investir mais tempo nesta etapa garantindo uma análise cuidadosa e minuciosa possibilitará que o produto final tenha mais qualidade.

MARTHA (2017) explica que a criação de um modelo estrutural é uma das etapas mais importantes da análise estrutural. Nesta etapa, a estrutura real se torna um modelo matemático que deve incorporar as teorias e hipóteses de comportamento adequadas. As hipóteses são feitas a cerca da geometria do modelo, condições de suporte, comportamento dos materiais e definição das cargas atuantes.

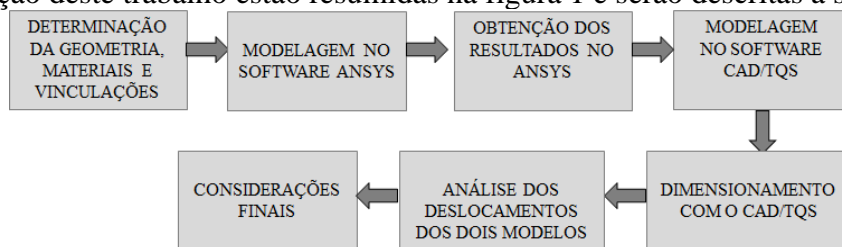
Dentre as possibilidades de modelagem de estruturas podem-se destacar os modelos compostos por barras, pórticos e grelhas, e os modelos em elementos finitos. Em geral, os “softwares” trabalham em uma dessas propostas. MARTHA (2017) discute um pouco a diferença entre um modelo em elementos finitos (elementos contínuos) e modelo reticulado. Quando feito um modelo em elementos finitos, tem-se naturalmente uma exigência inicial de conceber uma malha para definir nós, enquanto que em modelos reticulados, os nós estão automaticamente determinados pelos encontros das barras. Indo mais a fundo, o autor fala que as funções de interpolação dos elementos finitos possuem simplificações quando comparadas à Teoria da Elasticidade aplicada aos meios contínuos.

Neste sentido, cabe ao projetista a escolha pelo modelo a ser adotado, sendo necessário fazer análises em relação à validade dos resultados gerados. KIMURA (2007) ainda destaca que tendo escolhido o modelo, o engenheiro deve ter controle total sobre sua geração, tendo conhecimentos para configurar todos os parâmetros pertinentes. Caso contrário, a análise da estrutura poderá ser equivocada gerando resultados incoerentes.

Dentro deste contexto, o objetivo deste trabalho foi desenvolver dois modelos utilizando dois “softwares” diferentes (CAD/TQS e ANSYS) para representar o comportamento de lajes inclinadas em balanço. Este trabalho justifica-se pela dificuldade de modelagem de elementos relativamente incomuns que por vezes despertam dúvidas aos projetistas. Desta forma, foram adotadas duas abordagens diferentes a fim de entender melhor o comportamento tanto em ELU como em ELS.

### Procedimentos metodológicos

As etapas de elaboração deste trabalho estão resumidas na figura 1 e serão descritas a seguir.



**Figura 1 – Esquema das etapas do trabalho**

Inicialmente foram retiradas todas as medidas do projeto arquitetônico para as duas lajes inclinadas que deveriam ser integralmente em concreto armado. A figura 2 apresenta uma imagem das duas abas. A aba 1 tem projeção horizontal na sua cota mais alta de 5,05 m, já a aba 2, 4,07m. A abertura máxima na cota mais baixa para a aba 1 vale 6,90m, e para a aba 2, 7,20m. A espessura inicial de ambas foi definida como 17 cm.



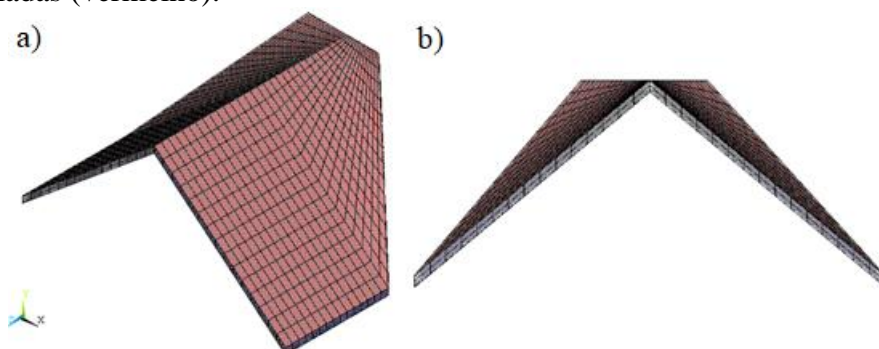
**Figura 2 – Arquitetônico indicando as abas analisadas (adotado de Tartan Arquitetura e Urbanismo<sup>1</sup>)**

<sup>1</sup> Trabalho não publicado. Projeto desenvolvido pela empresa Tartan Arquitetura e Urbanismo no ano de 2019. Disponível em: < <http://www.tartanarquitetura.com.br/site/> >

Os materiais se restringem ao concreto e aço, que para fins desta análise, foram considerados como elásticos lineares. O concreto adotado tem resistência à compressão de 30MPa (3 kN/cm<sup>2</sup>), módulo de elasticidade inicial calculado pela NBR 6118 (ABNT, 2014), igual a 30.672 MPa (3067,2 kN/cm<sup>2</sup>) e coeficiente de Poisson igual a 0,2. O aço utilizado foi aço CA 50, sendo considerado módulo de elasticidade de 205.000 MPa (20.500 kN/cm<sup>2</sup>) e coeficiente de Poisson igual a 0,3. Foi considerada armadura inferior e superior (cobrimento de 2,5 cm) distribuída nas duas direções, formando uma malha. A armadura inicial sugerida pelo projetista foi de barras de 6,3 mm espaçadas a cada 10 cm.

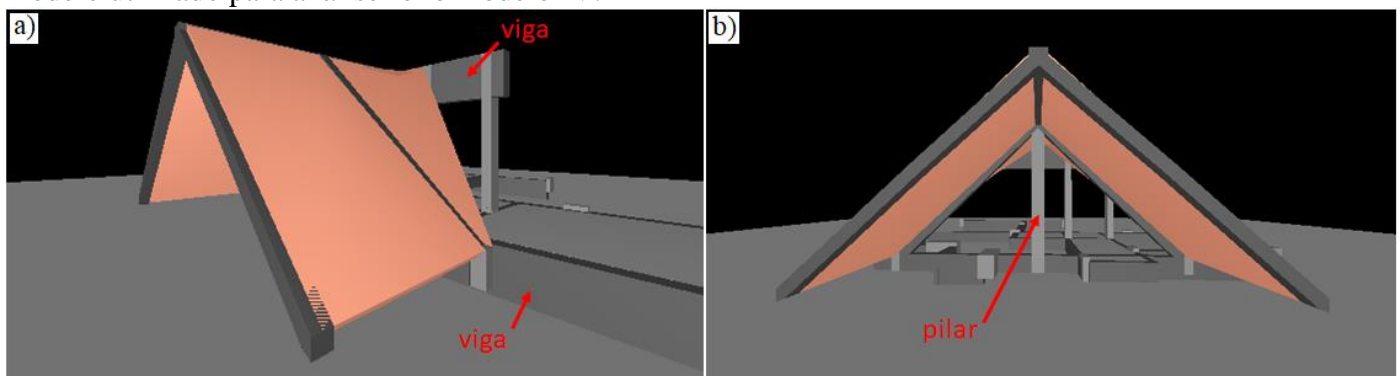
Por final, verificou-se as condições de vinculações das lajes com pilares e vigas, sendo estas consideradas rígidas. As cargas consideradas foram além do peso próprio, carga permanente de 0,5 kN/m<sup>2</sup> e sobrecarga também de 0,5 kN/m<sup>2</sup>.

A modelagem no “software” ANSYS (versão 14.5) teve um caráter exploratório, por isso iniciou-se por ela. Somente após os resultados obtidos gerou-se o modelo das abas no “software” CAD/TQS. Desta forma, inicialmente é abordado o modelo no ANSYS, no qual foram modeladas unicamente as lajes inclinadas utilizando o elemento “solid186”. A armadura foi modelada através de camadas dentro dos elementos de concreto (armadura distribuída, “reinf265”). A critério de ilustração, a figura 3 apresenta o aspecto do modelo desenvolvido, o concreto em si está representado em cinza, mas está transparente para que se possa observar a armadura em camadas (vermelho).



**Figura 3 – Aspecto do modelo desenvolvido no ANSYS a) vista lateral; b) vista frontal**

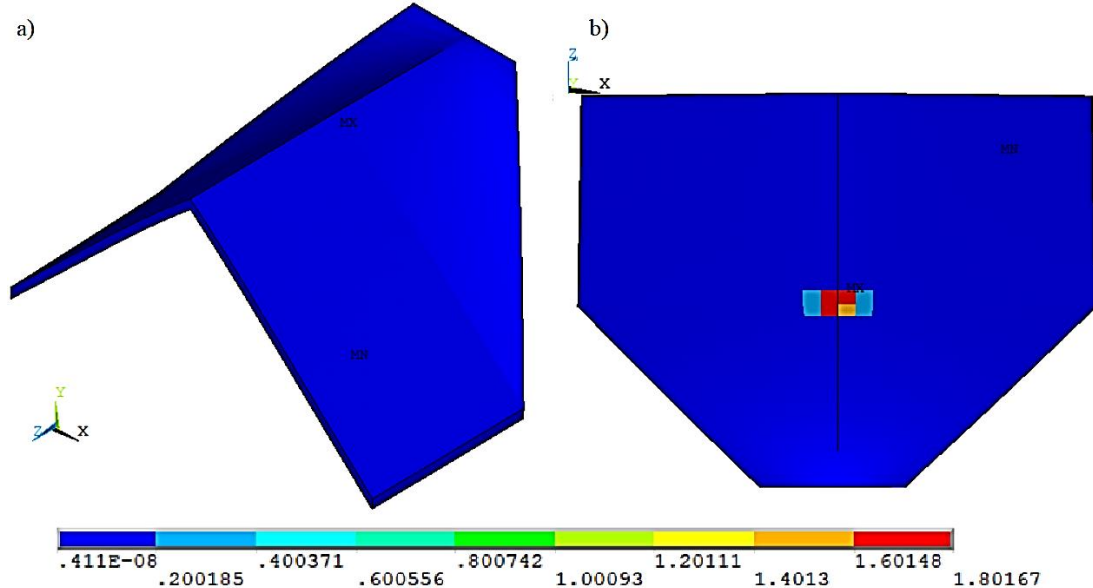
O modelo no “software” CAD/TQS incorporou o modelo de cada aba em parte do pavimento, sendo representada a estrutura no entorno das abas, a fim de modelar de forma mais fidedigna a rigidez dos elementos. Além disso, na figura 4 pode-se verificar os elementos estruturais que suportam uma das abas. No caso da figura se trata da aba 1, entretanto, a aba 2 tem condições semelhantes. Vale salientar, que no “software” ANSYS, nos pontos de suporte, foram colocadas condições de restrição (deslocamentos nulos em x, y e z junto à viga na extremidade superior da aba e no ponto de encontro com o pilar). Ainda na figura 4, pode-se observar as vigas inclinadas e no topo da aba, utilizadas para possibilitar o lançamento das lajes. O modelo utilizado para análise foi o modelo IV.



**Figura 4 – Aspecto do modelo desenvolvido no CAD/TQS a) vista lateral; b) vista frontal**

## Resultados no ANSYS

A figura 5 apresenta o erro de malha associado à análise, onde verifica-se que somente na região do pilar (MX) existe um erro acentuado (1,8). Isso se deve à maneira de aplicação das condições de vinculação com o pilar. Isso significa que os resultados obtidos neste ponto específico devem ser desconsiderados por conter erro, e isso não compromete a análise do comportamento global da aba. Vale destacar que toda análise numérica tem um erro numérico associado.



**Figura 5 – Erro de malha da aba 1 a) perspectiva; b) inferior**

Inicialmente fez-se uma análise das tensões no concreto e posteriormente na armadura. Vale salientar que as cargas estão com os valores característicos, logo as tensões também. Sendo assim, em termos de ELU teriam que ser multiplicadas pelo fator de 1,4. Para o concreto foram analisadas as tensões em x e as tensões de von Mises, que seriam tensões equivalentes, considerando que os elementos de concreto possuem tensões em x, y, z além das tensões de cisalhamento.

As figuras 6 e 7 apresentam as tensões no concreto (tensões axiais em x), em compressão seu valor máximo é 0,86 kN/cm<sup>2</sup> e ocorre na parte inferior da aba. O valor mínimo (MN) de 1 kN/cm<sup>2</sup> ocorre no encontro com o pilar e no caso do modelo, deve ser desprezado devido ao erro apresentando anteriormente. Já a tração ocorre na parte superior, preferencialmente na parte mais alta da aba, tendo valor máximo de 0,33 kN/cm<sup>2</sup> (o valor máximo MX ocorre no encontro com o pilar e foi desprezado), o que indica a fissuração do concreto, o que é esperado para estruturas em concreto armado.





XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

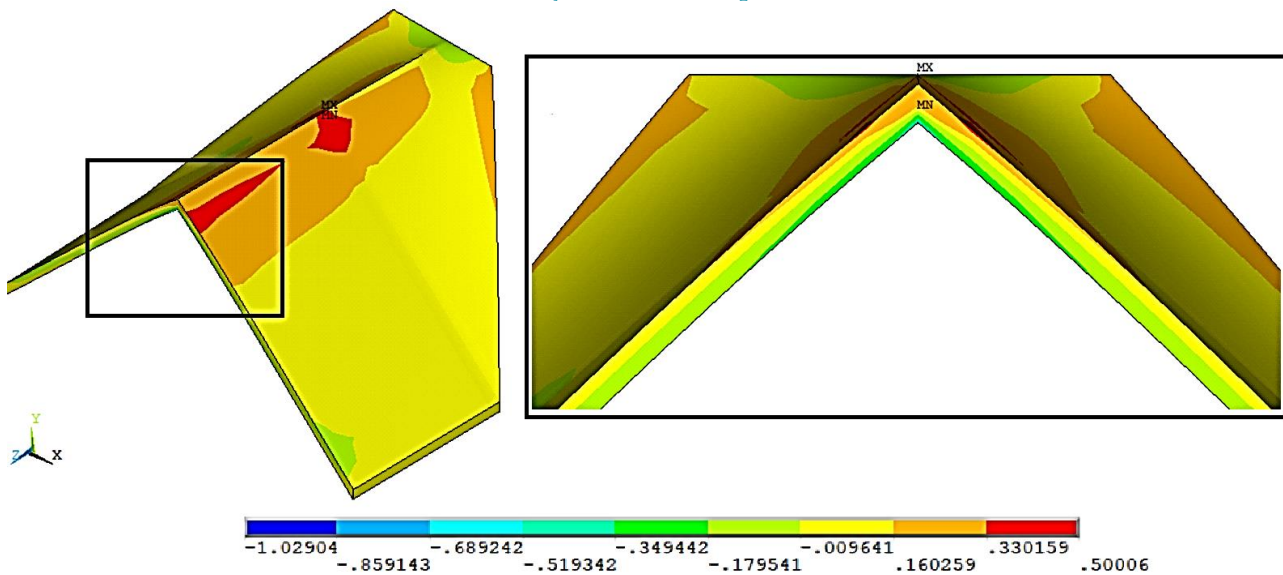


Figura 6 – Tensões no concreto da aba 1 (perspectiva) (kN/cm<sup>2</sup>)

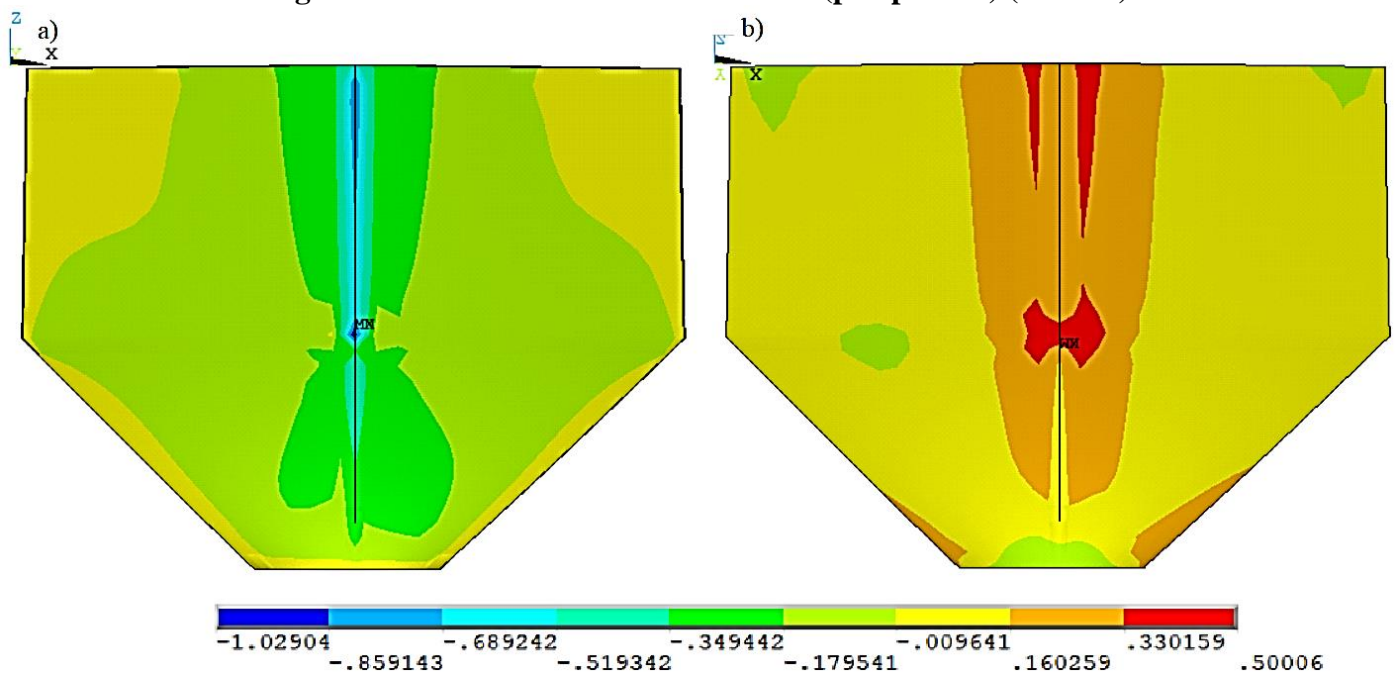
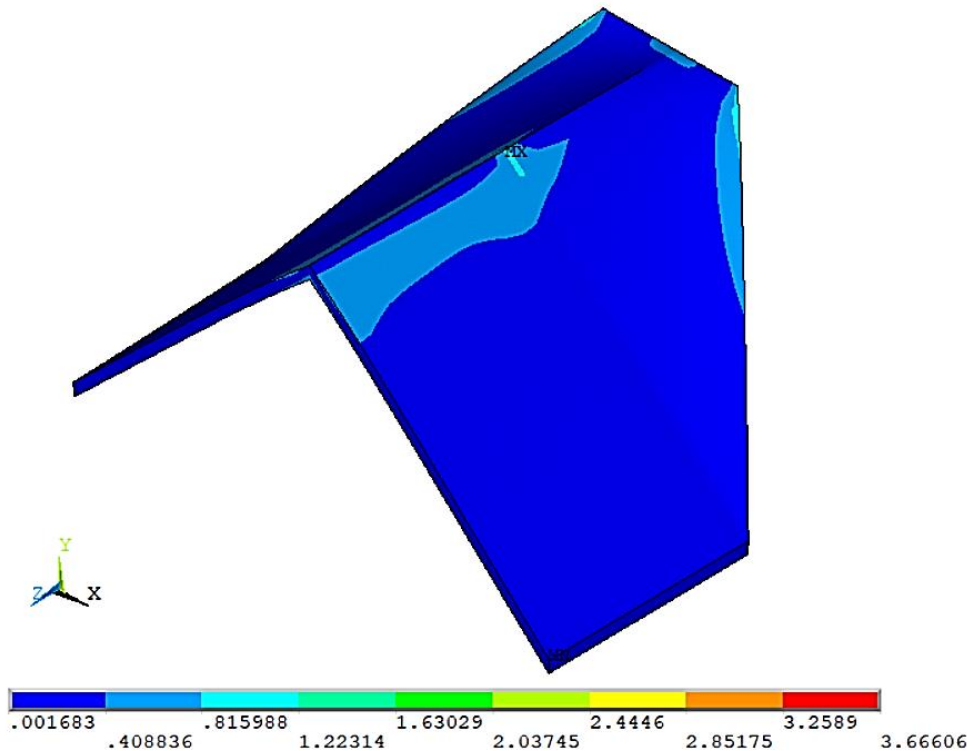


Figura 7 – Tensões no concreto da aba 1 (kN/cm<sup>2</sup>) a) vista inferior; b) vista superior

As tensões de von Mises estão apresentadas na figura 8. Observa-se que aparentemente toda estrutura está em um nível de tensões máximo de 0,81 kN/cm<sup>2</sup>. Mesmo a escala indicando valores maiores, através de uma análise mais minuciosa, verificou-se que isso ocorre devido ao máximo (MX) indicado na região do pilar, e conforme dito anteriormente, esse resultado deve ser desprezado.

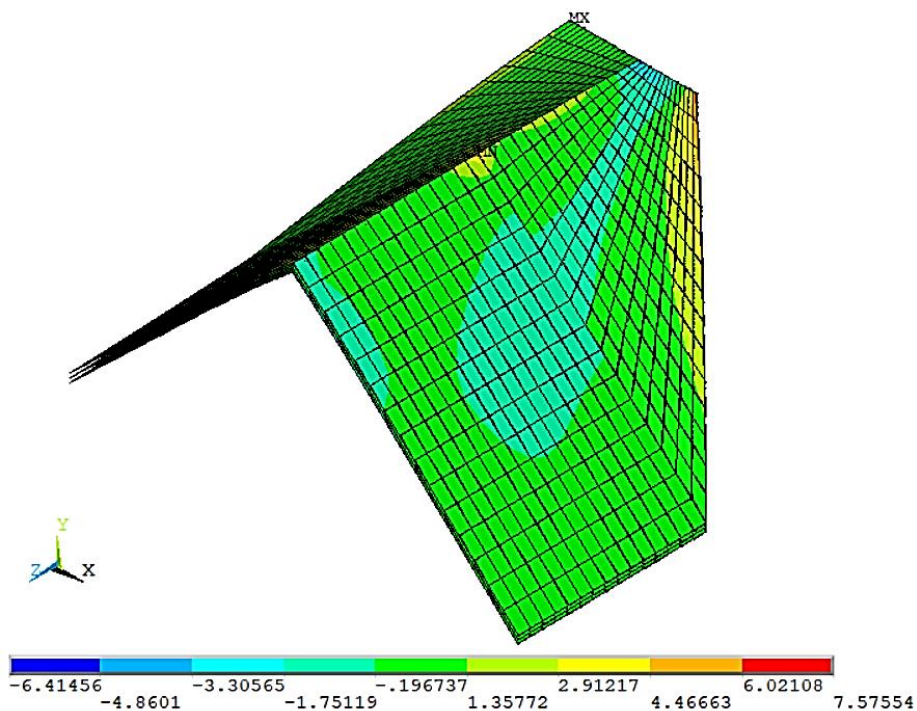


XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual



**Figura 8 – Tensões no concreto da aba 1 (von Mises, kN/cm<sup>2</sup>)**

As tensões na armadura extraídas foram tensões axiais em x, que é única tensão existente em elementos que tenham somente rigidez axial. A intenção não é fazer uma análise detalhada da armadura, até porque não foi feita a discretização das barras. Logo, avaliando de forma global a figura 9, percebe-se que as tensões variam de compressão de 6,41 kN/cm<sup>2</sup> até a tração de 7,57 kN/cm<sup>2</sup>, sendo estes valores aceitáveis visto que a resistência do aço empregado é 50 kN/cm<sup>2</sup>.

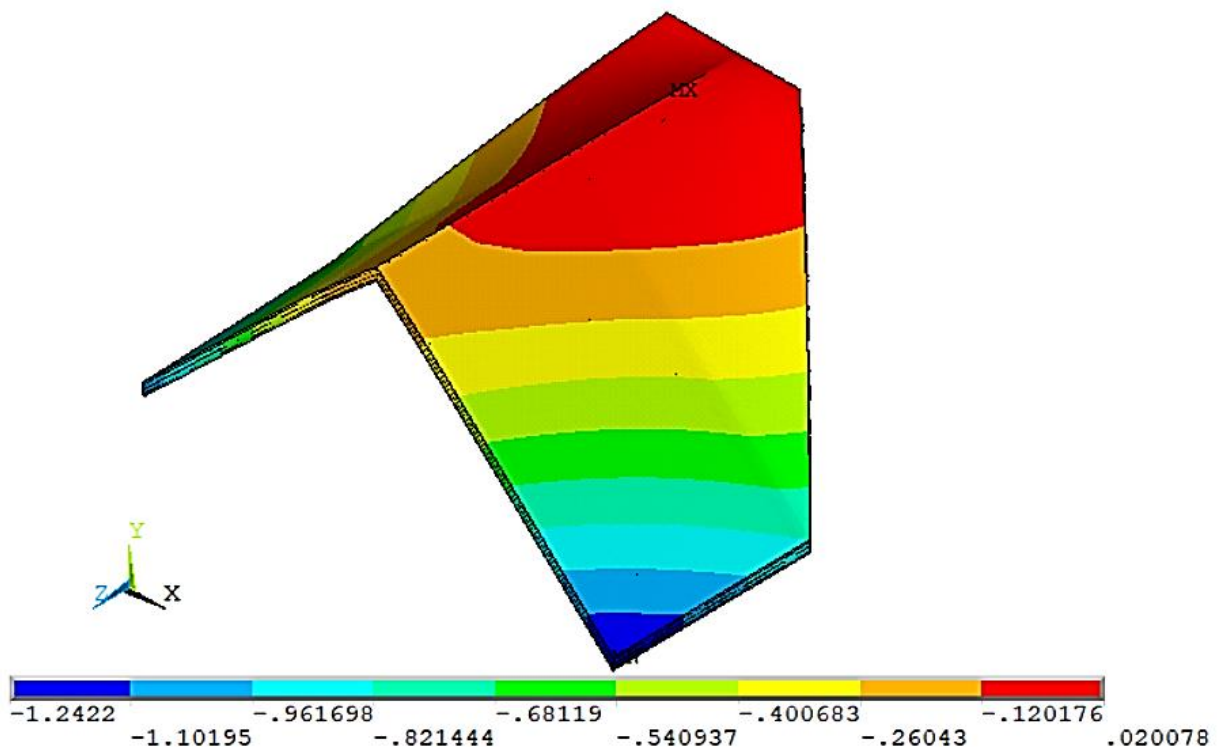


**Figura 9 – Tensões na armadura da aba 1 (kN/cm<sup>2</sup>)**



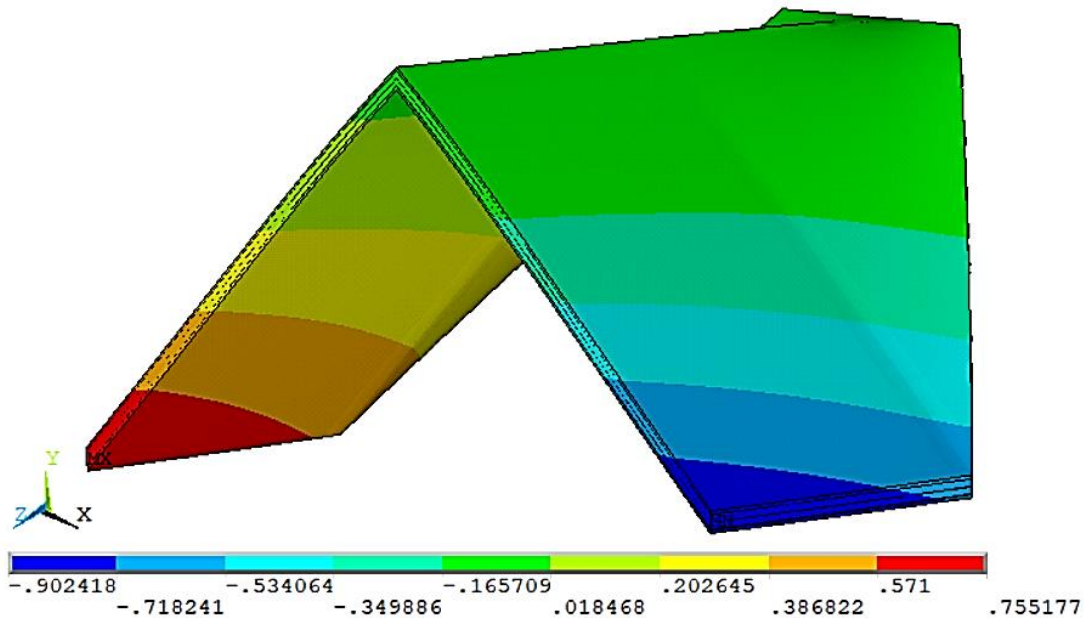
XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Por final, avaliaram-se os deslocamentos da estrutura, sendo considerada a combinação ELS quase permanente, ou seja, o peso próprio e a carga permanente tiveram ponderador 1 e a sobrecarga 0,3. A figura 10 apresenta os deslocamentos verticais instantâneos elásticos esperados, sendo que o valor máximo ocorre na extremidade inferior das abas, como era de se esperar, e vale 1,24 cm. Pode-se entender que a região vermelha na figura 10 seria uma região de deslocamento praticamente nulo. Cabe salientar que ainda deve ser considerado o efeito de fluência e retração. Caso o fator de fluência seja da ordem de 1,5, espera-se que o deslocamento final seja em torno de 3,10 cm. Considerando que o deslocamento máximo aceitável é igual ao vão dividido por 250, equivalente a 3,58 cm, a estrutura demonstra deslocamento dentro do aceitável, entretanto em termos de projeto é interessante a aplicação de contraflecha.



**Figura 10 – Deslocamento vertical y da aba 1 (cm)**

A figura 11 indica os deslocamentos horizontais instantâneos elásticos esperados. O ângulo da imagem foi alterado para que se possa visualizar os dois lados da aba. A figura 11 demonstra a tendência de movimento horizontal para o centro, que era o esperado, tendo um valor máximo de 0,90 cm. Novamente levando em consideração efeitos diferidos, estima-se que a estrutura tenha um deslocamento horizontal máximo de 2,25 cm. Tomando o mesmo limite, o deslocamento fica visualmente imperceptível.



**Figura 11 – Deslocamento horizontal x da aba 1 (cm)**

As mesmas análises foram feitas para a aba 2, entretanto não serão apresentados aqui as imagens, apenas os resultados finais, junto com os dados já indicados para a aba 1. Sendo assim, a tabela 1 apresenta um resumo dos dados obtidos através das análises.

**Tabela 1 – Resumo dos resultados do ANSYS**

ABA	Tensões Concreto – tração (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões Concreto – compressão (kN/cm <sup>2</sup> )		Tensão máxima no aço (kN/cm <sup>2</sup> )		Deslocamentos (cm)		
		Verificado	Limite	Verificado	Limite	Vertical inst./tot. <sup>2</sup>	Horizontal inst./tot.	Limite
1	0,33	0,86	3	7,57	50	1,24/3,10	0,90/2,25	3,60
2	0,23	0,76	3	6,68	50	1,11/2,77	0,87/2,17	3,70

### Resultados no CAD/TQS

O CAD/TQS apresenta uma saída de dados bem diferente do “software” ANSYS, principalmente por fazer o dimensionamento da estrutura além da análise. Por este motivo, em termos de ELU não serão apresentadas tensões, apenas serão indicados os principais resultados obtidos no dimensionamento, que refletem a análise dos esforços de cortante e momento fletor feitas. Vale ressaltar que o dimensionamento foi possível e respeitou todos os critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014), isso indica que os níveis de tensões estão dentro dos limites. A tabela 2 apresenta um resumo dos dados do dimensionamento. Vale ressaltar que barras de 10 mm foram utilizadas para compor a armadura negativa, enquanto que a armadura positiva contou apenas com barras de 6,3 e 8 mm.

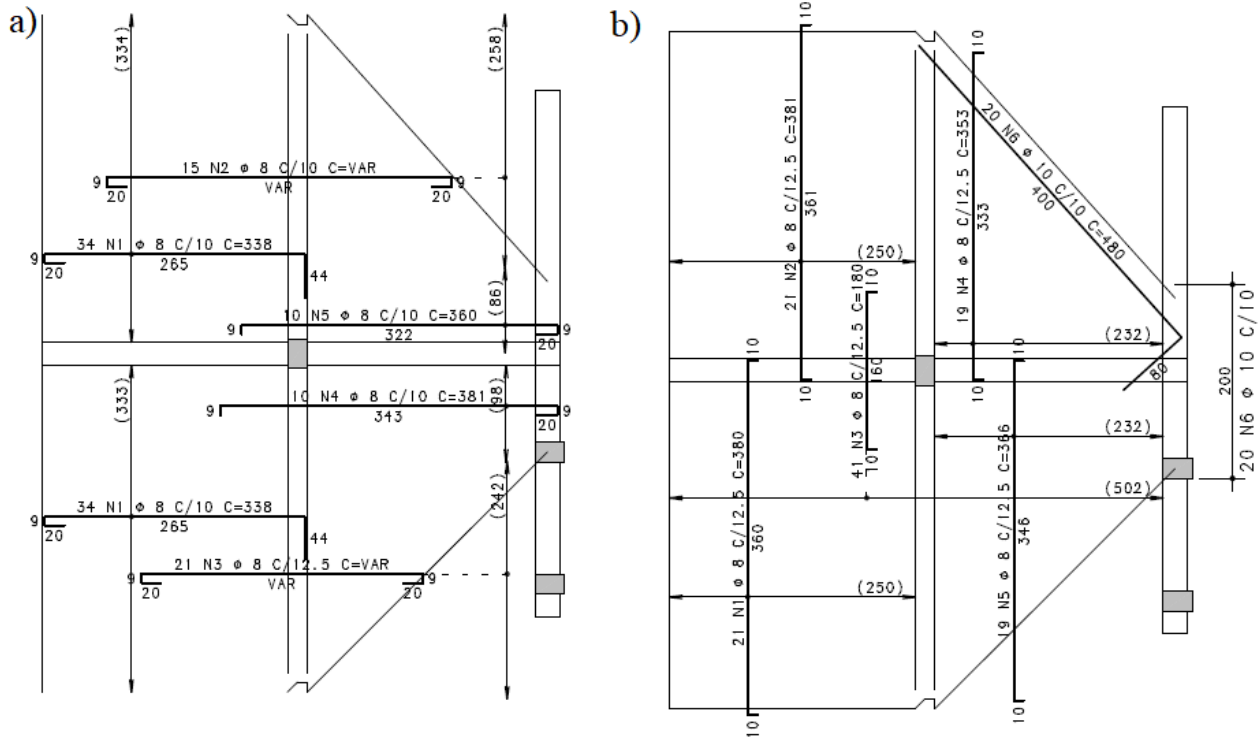
**Tabela 2 – Resumo do dimensionamento**

ABA	Diâmetro das barras de aço (mm)			Taxa de Concreto (m <sup>3</sup> )	Taxa de armadura (kg/m <sup>3</sup> )	Forma (m <sup>2</sup> )
	6,3	8	10			
1	67	467	111	6,1	105,74	36
2	124	263	58	4,9	90,23	29

<sup>2</sup> Inst. = instantâneo; tot = total.

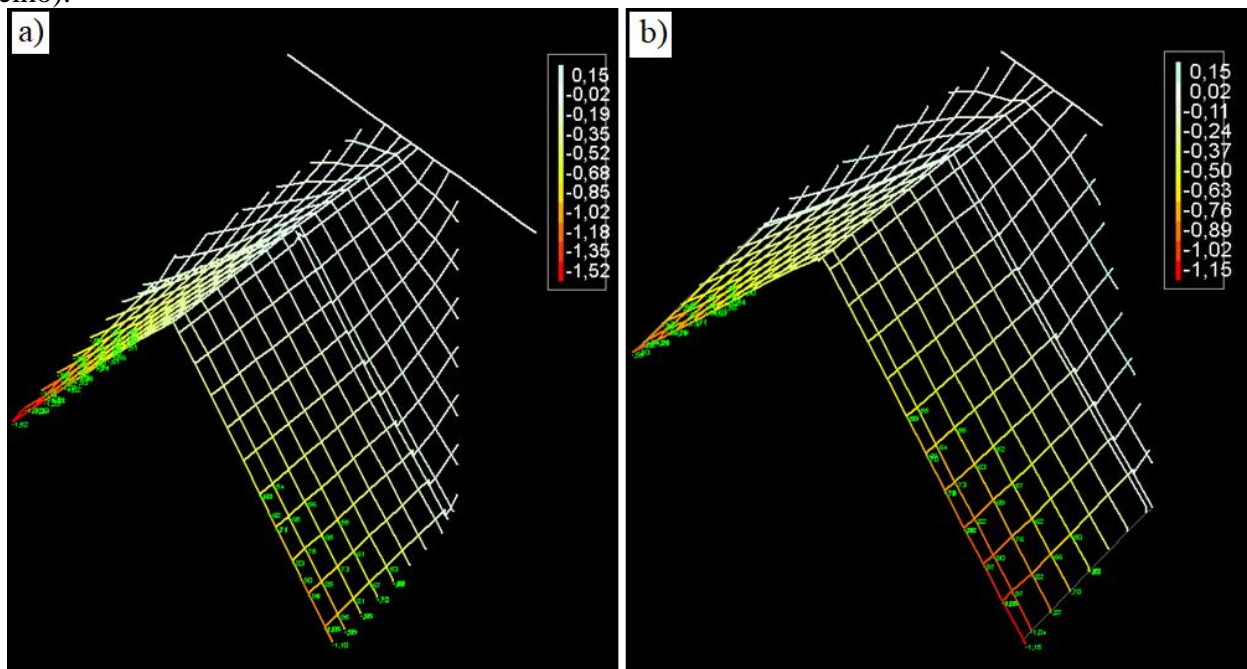


A título de ilustração, a figura 12 apresenta o detalhamento da armadura negativa de uma das abas.



**Figura 12 – Detalhamento da armadura negativa de uma das abas**

Em relação aos deslocamentos, foi possível a análise apenas dos deslocamentos verticais. Para isso também foi feita a análise pela combinação ELS quase permanente utilizando-se os mesmos ponderadores, mas com o recurso de análise da grelha não linear. Portanto não pode ser indicado um único parâmetro para o coeficiente de fluência. A figura 13 apresenta os resultados obtidos para as duas abas. Observa-se que o valor máximo para a aba 1 é de 1,52 cm e para a aba 2, 1,15 cm, ambos na região mais inferior da estrutura (destacada em vermelho).



**Figura 13 – Deslocamento vertical y das abas (cm)**



XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Percebe-se que existe uma diferença considerável em comparação com os deslocamentos obtidos com o ANSYS. Essa diferença pode ser justificada, principalmente, por duas razões. A primeira é justamente o processo de cálculo das flechas, que no caso do “software” CAD/TQS foi mais rigoroso. Vale salientar que análises dessa natureza são possíveis também no ANSYS, entretanto extrapolavam nossa proposta inicial (exploração e entendimento do correto lançamento do modelo).

O segundo motivo é pela diferença intrínseca dos modelos. No ANSYS utilizaram-se elementos finitos sólidos, enquanto que no CAD/TQS utilizaram-se barras que formam uma grelha. Somado a isso, no segundo modelo, foram consideradas vigas embutidas na laje que acabaram enrijecendo a estrutura, favorecendo à diminuição dos deslocamentos.

A partir do desenvolvido ainda foram feitas adequações arquitetônicas próprias ao projeto, mas que não alteraram o comportamento global da estrutura de forma significativa. Dessa forma, considerou-se que o modelo desenvolvido no CAD/TQS está coerente e representa de forma adequada o comportamento das lajes inclinadas em balanço.

## Conclusão

Este trabalho teve o objetivo de desenvolver modelos para análise de lajes inclinadas em balanço em concreto armado através de dois “softwares” diferentes. A intenção foi entender melhor o comportamento das lajes utilizando o “software” ANSYS e em um segundo momento fazer a modelagem no CAD/TQS, por ser o “software” adotado em projeto. Cabe ressaltar que a intenção não foi criar exatamente o mesmo modelo, mas sim, buscar representar a estrutura dentro das possibilidades de cada “software”.

Ao final, verificou-se que o modelo do “software” ANSYS indicou níveis de tensão, tanto no aço quanto no concreto, muito abaixo dos limites aceitáveis. Em relação aos deslocamentos, horizontais e verticais, pode-se definir com mais precisão o valor instantâneo, sendo o valor total (instantâneo e diferido) estimado através do coeficiente de fluência. A saber, os valores de deslocamento vertical instantâneos foram de 1,24 cm e 1,11 cm. Ambos deslocamentos totais ficaram abaixo, mas bastante próximos dos limites aceitáveis o que sugere a possível aplicação de contraflecha a fim de evitar problemas futuros.

Em se tratando dos resultados obtidos com o “software” CAD/TQS, percebe-se que o dimensionamento foi possível, gerando taxas de armadura aceitáveis e executáveis. Isto, de certa forma, corrobora os resultados de níveis de tensões obtidos com o ANSYS. Em se tratando do deslocamento vertical, obtiveram-se flechas totais da ordem de 1,52 cm e 1,15 cm, valores obtidos com análise da grelha não linear, o que justifica em parte a diferença com o “software” ANSYS.

Por fim, entende-se que o objetivo do trabalho foi alcançado, pois um modelo serviu de subsidio e apoio para o desenvolvimento do outro, que pode ser aprimorado considerando as ferramentas disponibilizadas. Cabe salientar também, que este trabalho teve cunho mais profissional portanto não teve o rigor científico comumente exigido para trabalhos acadêmicos.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- KIMURA, A. Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais. São Paulo: Pini, 2007.
- MARTHA, L. F. Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.