

Estudo comparativo de critérios aproximados para verificação de flexão composta oblíqua

Guilherme Malavolti Geraldino¹, Sergio Hampshire de Carvalho Santos², Julio Jeronimo Holtz Silva Filho³

¹UFRJ / Departamento de Estruturas / guilhermemgeraldino@poli.ufrj.br

²UFRJ / Departamento de Estruturas / sergiohampshire@poli.ufrj.br

³UFRJ / Departamento de Estruturas / julioholtz@poli.ufrj.br

Resumo

O cálculo da solução exata para casos de flexo-compressão oblíqua em pilares de concreto armado normalmente é feito de forma iterativa. As normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e o Eurocode 2 (CEN, 2018) propõem diferentes expressões aproximadas para este caso de dimensionamento. O objetivo deste estudo é analisar e calibrar o coeficiente de aproximação “alfa” de maneira que represente a variação real deste expoente da curva de resistência do concreto no gráfico M_{xd} x M_{yd} , tendo em vista as diferenças entre os métodos simplificados da Norma Brasileira, com expoente fixo, e da Norma Europeia, com expoente variando de acordo com o esforço normal. Observa-se que para os casos em que o esforço normal é preponderante, a NBR 6118 mostra-se bastante conservadora em relação ao Eurocode 2.

Palavras-chave

Flexão Oblíqua; Pilares de Concreto; Expoente Alfa.

INTRODUÇÃO

A taxa de armadura de aço exata requerida por uma seção de um pilar de concreto sujeito à flexão composta é calculada por meio de um processo iterativo, cujo intuito é equilibrar as ações promovidas pelos esforços solicitantes e os resistentes, quanto à força axial e os momentos fletores. Para casos de flexão composta oblíqua, atribui-se previamente a distribuição das barras de aço na seção, sendo a profundidade da linha neutra e sua inclinação as variáveis para determinação da incógnita, a taxa de armadura. Partindo-se de uma seção com armadura conhecida, são determinados os esforços resistentes. Entretanto, como os cálculos manuais são laboriosos, costuma-se automatizar este processo com utilização de programas de computador ou planilhas desenvolvidas para esta finalidade. A automatização deste processo permite a criação de ábacos adimensionais, tais quais os apresentados em PFEIL (1989) e MONTROYA *et al.* (1981), para diferentes geometrias e distribuições de armadura.

Diferentes normas de projeto em concreto armado propõem expressões de cálculo aproximado dependentes de parâmetros que podem ser obtidos em ábacos adimensionais para flexão composta reta (η x μ). Nestes ábacos, a curva representa a resistência de cálculo de determinada seção de concreto para esforços de compressão e tração de acordo com o momento solicitante de cálculo em uma direção. A flexão composta oblíqua, por sua vez, com solicitação não ortogonal de momentos, pode ser resolvida repetindo este processo em torno dos dois eixos. Encontrando-se os valores dos momentos resistentes em cada direção, a solução oblíqua pode ser verificada de acordo com uma expressão simplificada da seguinte forma:

$$\left(\frac{Mdx}{Mrdxx}\right)^\alpha + \left(\frac{Mdy}{Mrdyy}\right)^\alpha \leq 1 \quad (1.1)$$

Sendo:

M_{dx} = momento solicitante em torno do eixo x (kNm);

M_{dy} = momento solicitante em torno do eixo y (kNm);

M_{rdxx} = momento resistente para flexão composta reta em torno do eixo x (kNm);

M_{rdyy} = momento resistente para flexão composta reta em torno do eixo y (kNm);

α = expoente calibrador do formato da curva descrita pela Equação 1.1.

A Figura 1.1 ilustra o tipo de curva M_{xd} x M_{yd} que resulta da Equação 1.1 para determinado valor de esforço normal solicitante (N_d) considerando diferentes valores para o expoente alfa (α), cujo ajuste influencia no formato da curva que tal equação descreve no gráfico.

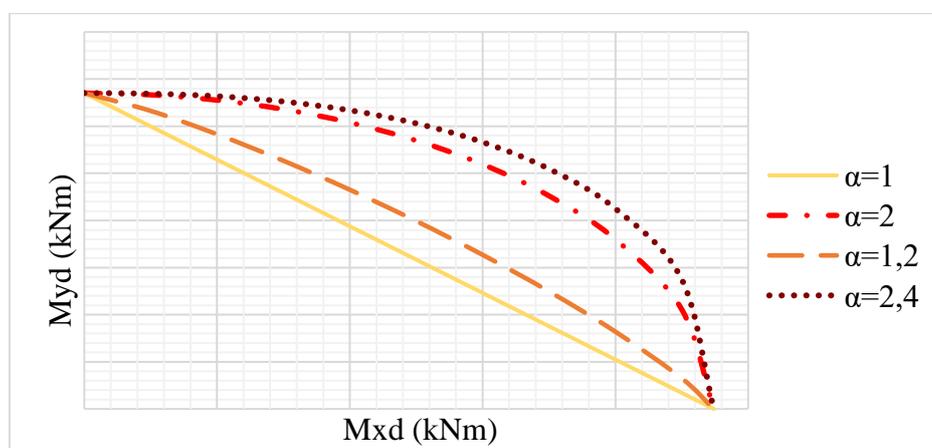


Figura 1.1. Influência do expoente α na curvatura.

Para a curva tornar-se uma semirreta, alfa deve ser igual a 1, e para que se apresente como uma elipse, o valor de alfa deve ser 2. Valores intermediários para o expoente descrevem curvas entre estes dois casos, enquanto um expoente maior que dois permite que a curva alcance valores externos à curva elíptica. Tendo em vista a sensibilidade dos resultados ao valor do expoente, a calibração correta do coeficiente alfa possui grande influência para a determinação acurada das combinações de momentos admitidas em um pilar. Efetuadas tais considerações, o comportamento do expoente alfa para diferentes valores de esforço normal e distribuições da armadura na seção transversal, figura como tema central deste trabalho.

O comportamento sistêmico do concreto armado implica que as verificações de resistência de uma seção em diferentes normas e referências sejam compatíveis. Entretanto, notam-se diferenças significativas nas metodologias que permeiam a flexão composta oblíqua na norma brasileira vigente, NBR 6118:2014, e a norma comum aos países europeus para construção em concreto, o Eurocode 2.

O Eurocode 2 (CEN, 2018) propõe que o coeficiente alfa seja variável de acordo com o esforço de compressão solicitante no pilar:

- Para $N/N_{m\acute{a}x}$ menor que 0,10: $\alpha = 1,00$
- Para $N/N_{m\acute{a}x}$ entre 0,10 e 0,70: variação linear de α de 1,00 até 1,40
- Para $N/N_{m\acute{a}x}$ entre 0,70 e 1,00: variação linear de α de 1,40 até 2,00

A NBR6118 (ABNT, 2014), por sua vez, não indica variações para o expoente alfa de acordo com o nível do esforço de compressão. Como na prática da engenharia, na maior parte dos pilares de concreto armado o esforço normal de compressão é preponderante, a norma brasileira acaba apresentando resultados conservadores em relação ao código europeu, descrevendo uma curva mais baixa, similarmente àquela apresentada na Figura 1.1 com caráter próximo ao da reta.

A Figura 1.2 ilustra as diferenças nos valores adotados para o coeficiente alfa entre as duas normas em função da razão entre esforço normal aplicado e o esforço normal máximo.

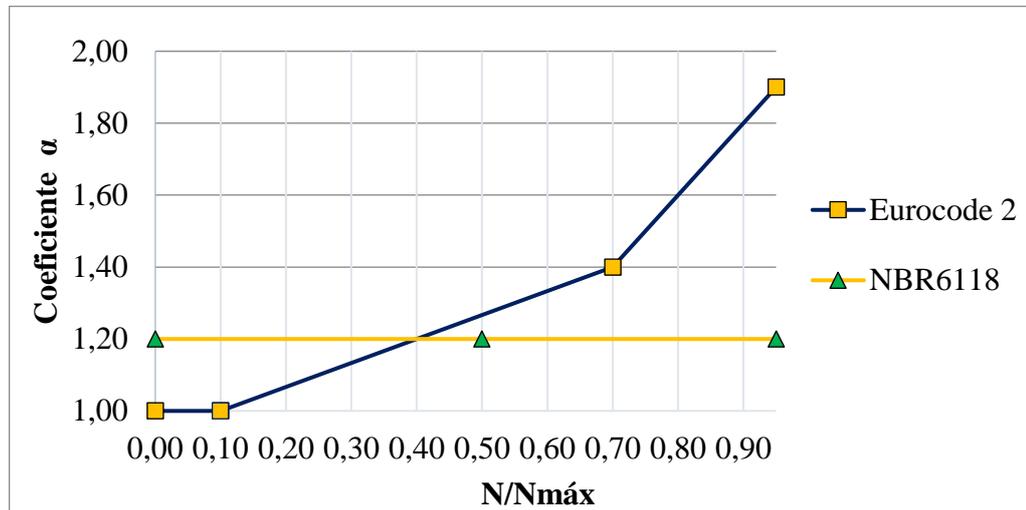


Figura 1.2. Variação do coeficiente alfa por $N/N_{máx}$ para NBR6118 (2014) e Eurocode 2 (2018).

DESENVOLVIMENTO

Serão consideradas nesta análise seções retangulares de concreto armado com diferentes valores usuais de resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), assim como com diferentes taxas de armadura na seção de concreto, desde o mínimo de 0,4% até o máximo 4%, como previsto pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014).

As atividades desenvolvidas neste estudo comparativo foram: (i) Desenvolvimento de planilhas para cálculo algébrico dos parâmetros adimensionais de esforço normal (η) e momento fletor (μ) adimensionais possibilitando uma correlação dos dados com os conhecidos ábacos de Montoya (MONTROYA et al., 1981); (ii) desenvolvimento de planilhas automatizadas para o cálculo exato dos momentos resistentes retos (M_{rdxx} e M_{rdyy}) de acordo com o posicionamento das armaduras e geometria da seção (CUNHA, 2009) e plotagem da curva descrita pela Equação 1.1 no gráfico M_{xd} x M_{yd} com coeficiente alfa variável; (iii) Varredura dos pares de momentos resistentes resolvidos iterativamente pelo programa Oblíqua (ZANDONÁ et al., 2001) para catorze valores padronizados de esforço normal; (iv) Ajuste dos coeficientes alfa das curvas algébricas até suas sobreposição sobre a respectiva curva com a solução exata do problema; (v) Geração de uma nova função interpolada com os valores encontrados para o expoente α para cada valor de ($N/N_{máx}$) e comparação com as funções simplificadas existentes de cada norma, descritas na Figura 1.2.

O estudo paramétrico de α avaliou inicialmente um pilar de concreto C25, de geometria retangular com dimensões de 40cm e 60cm. Foram geradas três curvas distintas, cada uma representando o comportamento do pilar para diferentes taxas de armadura. A primeira curva representa um caso intermediário de taxa de armadura, de aproximadamente 2% o que corresponde a uma taxa mecânica de armadura (ω) de 0,51. Neste caso, 16 barras com bitola de 20mm foram igualmente distribuídas na periferia do pilar, com um cobrimento nominal para ambientes agressivos de 4cm. A segunda curva representa o comportamento da taxa de armadura mínima da NBR6118 (ABNT, 2014) de 0,4% e ω de 0,10 com suas 8 barras de bitola 12,5mm analogamente distribuídas. A terceira curva considera a taxa de armadura de 4% e ω próximo de 1,00, sendo adotadas 32 barras de bitola 20mm.

O processo de geração de dados para a terceira curva deste pilar 40cm x 60cm de concreto C25, com $\omega = 1,00$, é descrito a seguir. O procedimento foi repetido para as demais taxas de armadura e geometrias do pilar previstas.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Definidos todos os parâmetros geométricos, a curva foi interpolada calibrando-se o parâmetro alfa para os seguintes valores de $N/N_{m\acute{a}x}$: 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95. Destaca-se que o valor adotado para o esforço normal máximo ($N_{m\acute{a}x}$) adveio do programa Oblíqua (ZANDONÁ, et. al., 2001). Isto foi definido porque, apesar do cálculo simplificado retornar valores próximos aos do programa numérico, qualquer pequena diferença entre estes valores seria capaz de tornar a curva descrita pelo programa não representativa, especialmente para casos $N/N_{m\acute{a}x}$ próximos da unidade, cujo cálculo exige uma maior precisão. Sendo assim, para este pilar e taxa de armadura especificamente foi adotado $N_{m\acute{a}x} = -7865\text{kN}$.

Desta forma, definiram-se os 14 carregamentos cujas curvas $M_{xd} \times M_{yd}$ foram calculadas com o uso do programa. Para exemplificar o processo de interpolação apresenta-se a seguir o caso com aplicação de 70% do esforço normal máximo admitido pelo pilar.

Tabela 2.1. Esforços normais utilizados para o mapeamento do pilar 40x60 com concreto C25.

N/ $N_{m\acute{a}x}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
N (kN)	0,00	-786,50	-1573,00	-2359,50	-3146,00	-3932,50	-4719,00
N/ $N_{m\acute{a}x}$	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	1
N (kN)	-5505,50	-6292,00	-7078,50	-7471,75	-7707,70	-7786,35	-7865,00

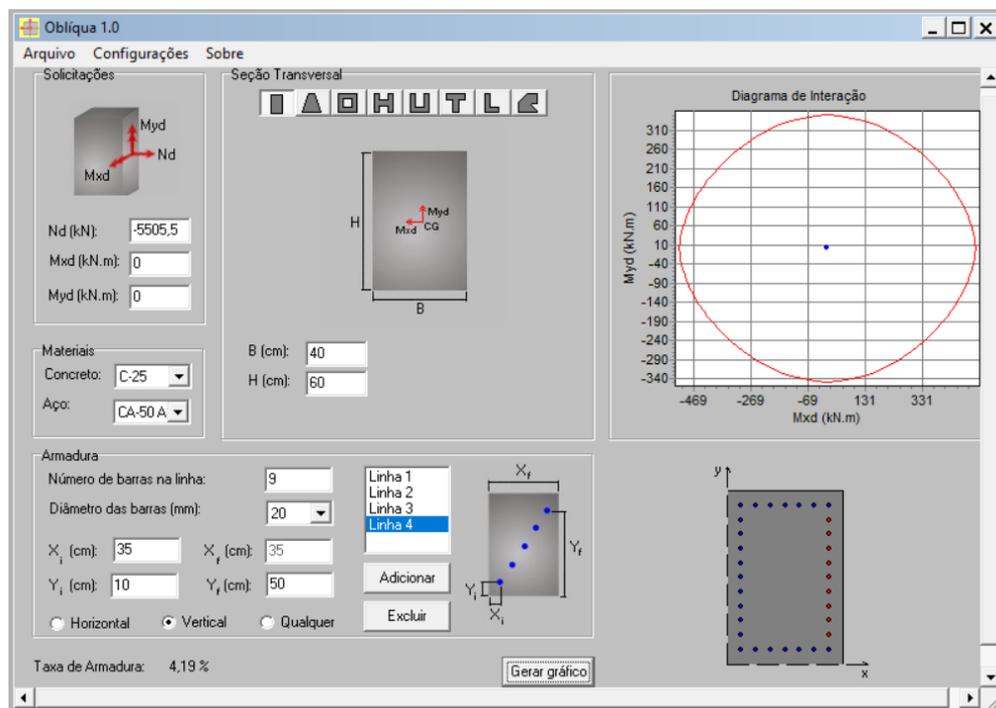


Figura 2.1. Interface do programa Oblíqua (ZANDONÁ et. al., 2001) no caso com 70% de $N_{m\acute{a}x}$

A curva representativa do cálculo exato descrita pelo programa Oblíqua foi confrontada com o método algébrico vigente na NBR6118 (ABNT, 2014), de expoente alfa fixado em 1,2, além de uma formulação de alfa ajustável, que representa a solução simplificada com o expoente ideal para alfa. O ajuste do expoente foi feito manualmente visando a sobreposição desta curva com a curva retornada pelo programa Oblíqua.

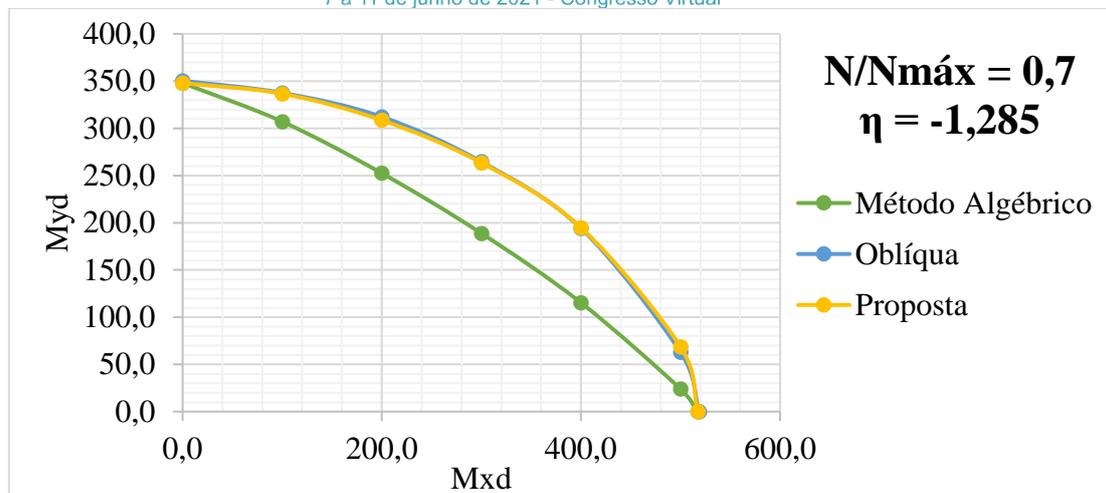


Figura 2.2. Interface da interpolação da curva proposta.

Com a repetição desta etapa para os demais carregamentos previstos foi construída a curva relacionada a esta taxa de armadura com $\omega = 1,00$. Com a repetição deste procedimento para as demais taxas de armadura, anteriormente expostas, pode-se traçar um estudo comparativo do comportamento da expressão para a flexão composta oblíqua de acordo com a taxa mecânica de armadura da seção. Observa-se que taxas de aço mais elevadas resultam em valores mais baixos para o expoente alfa.

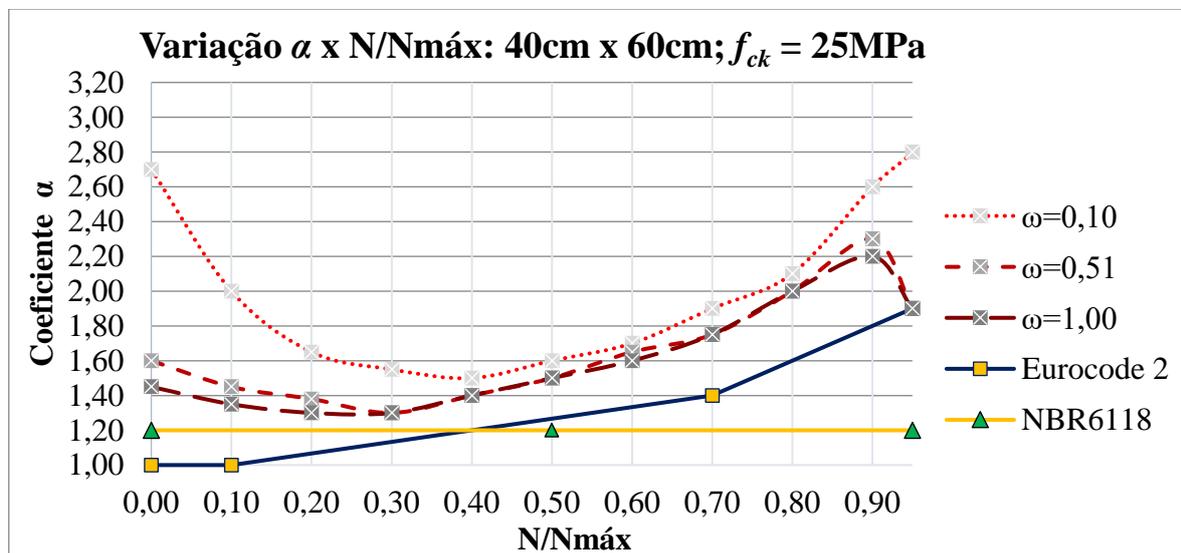


Figura 2.3. Comportamento dos expoentes α por taxa de aço no pilar 40x60 para C25.

Para cada valor de esforço normal considerado foram calculados os parâmetros, η , μ_x e μ_y envolvidos na análise. Com os resultados obtidos, foram gerados gráficos que descrevem a variação do expoente alfa de acordo com a normal dimensional η , possibilitando correlacionar este comportamento aos conhecidos ábacos adimensionais $\eta \times \mu$. Observa-se que valores de expoente alfa mais baixos, e conseqüentemente mais próximos do patamar $\alpha = 1,2$, estão alinhados aos valores de η relacionados aos picos dos conhecidos ábacos adimensionais. Esta observação é importante para ressaltar em quais regiões destes ábacos, $\eta \times \mu$, a consideração da norma brasileira (ABNT, 2014) para o expoente alfa é excessivamente conservadora e em quais regiões nestes ábacos tal consideração, de fato, condiciona a curvatura da função simplificada da flexão composta oblíqua a ser representativa do cálculo exato.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

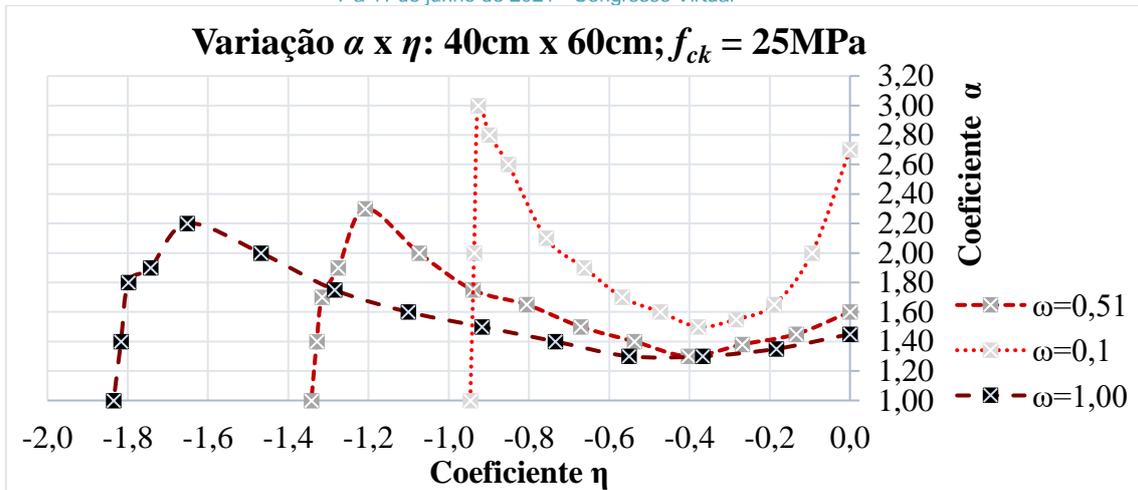


Figura 2.4. Comportamento de α no eixo adimensional para o pilar 40x60 com concreto C25

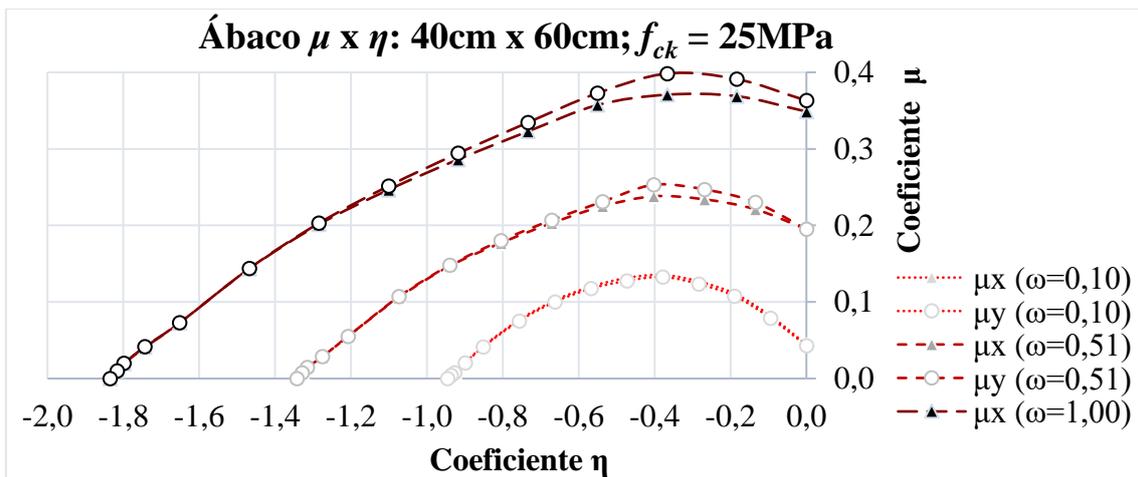


Figura 2.5. Ábaco adimensional do pilar 40x60 com concreto C25.

Finalizado o processo de geração de dados relativo ao pilar 40cm x 60cm de concreto C25, seguiu-se com o cálculo para as demais combinações de geometria e resistência característica do concreto. O segundo pilar adotado possui uma seção de geometria 20cm x 80cm, utilizando-se o mesmo concreto C25; na sequência, o processo foi realizado para um pilar repetindo a geometria 40cm x 60cm, porém em concreto C50; por fim, foi estudado um pilar de 20cm x 80cm em concreto C50.

Quanto a estes novos pilares, verificou-se que a utilização de um concreto de maior f_{ck} , além de estar naturalmente associado a momentos resistentes (M_{rd}) mais elevados, também está particularmente associado a um aumento dos valores do expoente alfa. Ou seja, não só os valores de momento resistente em flexão reta (M_{rdxx} e M_{rdyy}) aumentam, como também toda a curva descrita pela Equação 1.1 no espaço M_{xd} x M_{yd} passa a apresentar um comportamento mais arredondado, abrangendo novas regiões do gráfico. Em contraponto, para os pilares de geometria da seção mais esbelta, a curva de valores do expoente alfa desceu, sendo esta esbeltez, portanto, desfavorável para o traçado da função da Equação 1.1. Sendo assim, a previsão é de que o caso mais desfavorável para a variação do expoente alfa, de acordo com o esforço normal, dentre os cenários mapeados seja correspondente à curva do pilar de geometria 20cm x 80cm em concreto C25 com taxa de armadura máxima, o que foi confirmado pelos dados que se seguem adiante.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

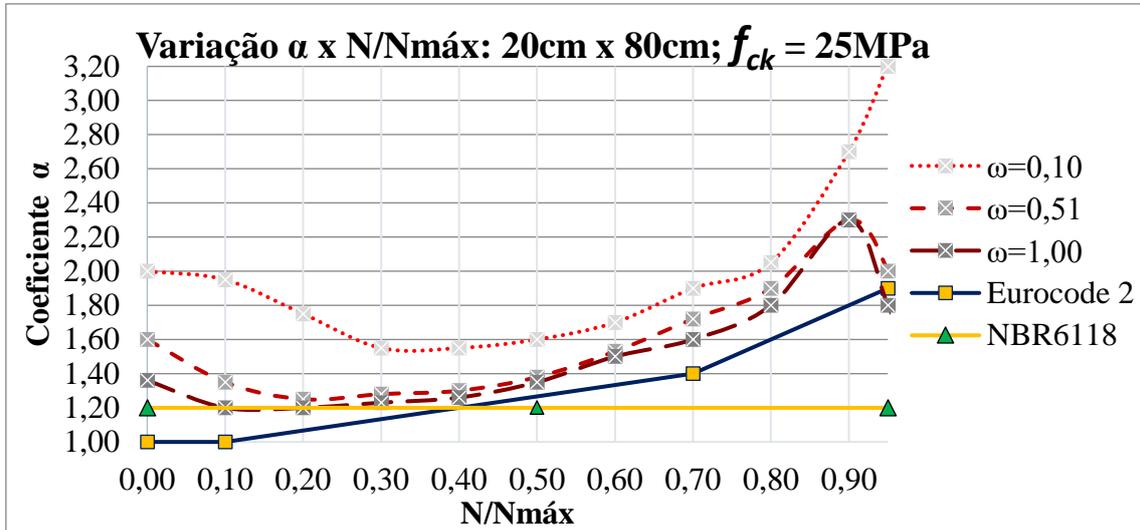


Figura 2.6. Comportamento de α por taxa de aço no pilar 20x80 com concreto C25.

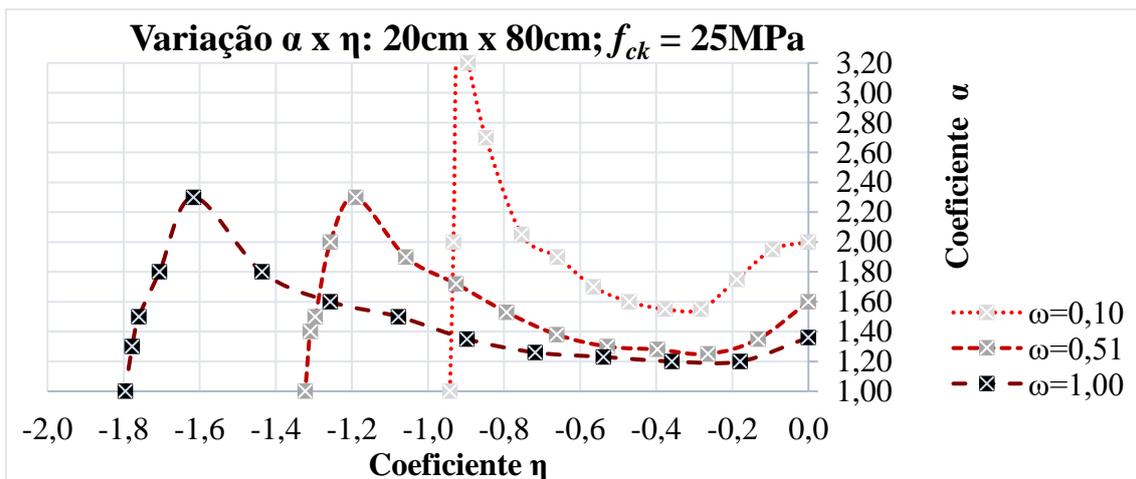


Figura 2.7. Comportamento de α no eixo adimensional para o pilar 20x80 com concreto C25.

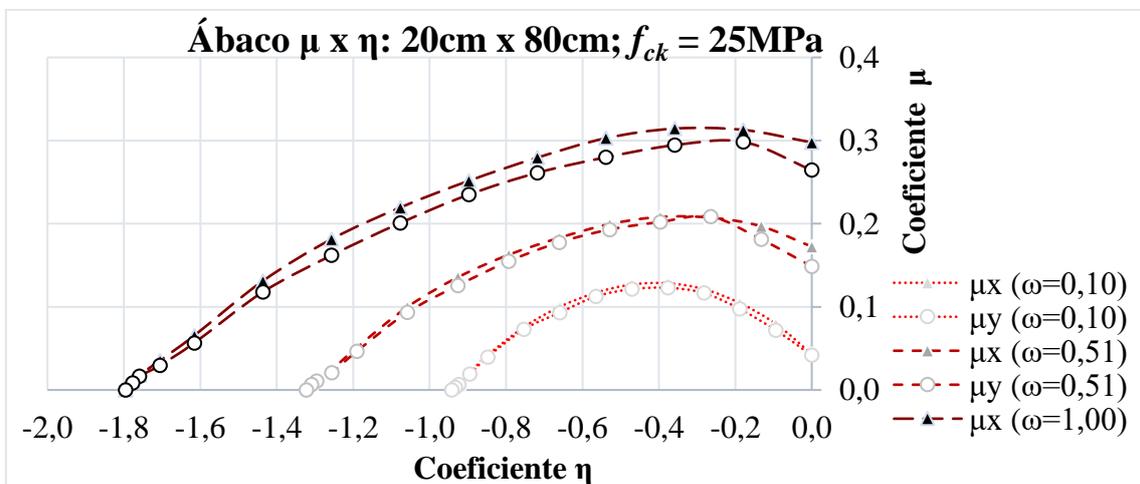


Figura 2.8. Ábaco adimensional do pilar 20x80 com concreto C25.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

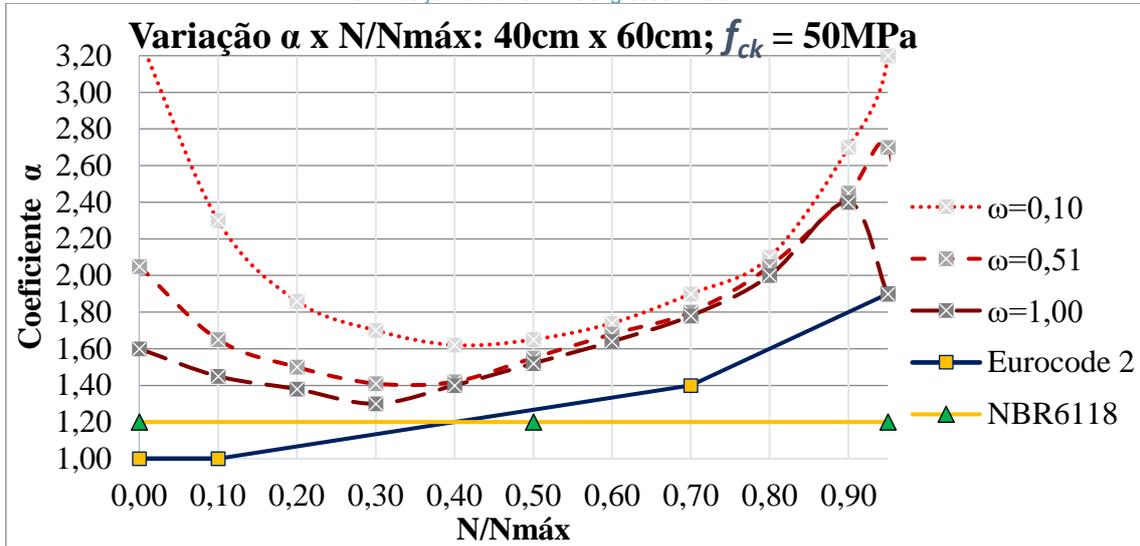


Figura 2.9. Comportamento de α por taxa de aço no pilar 40x60 com concreto C50.

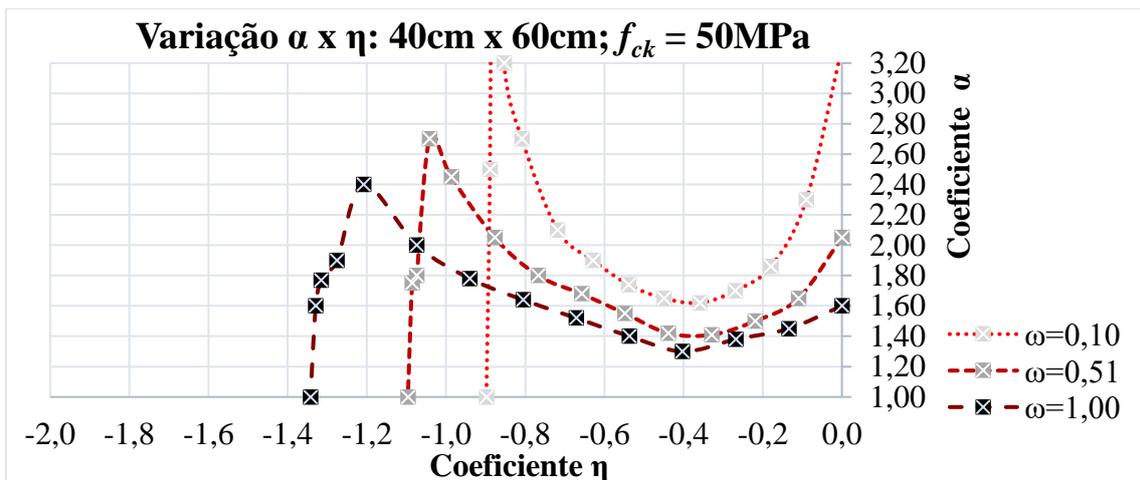


Figura 2.10. Comportamento de α no eixo adimensional para o pilar 40x60 com concreto C50.

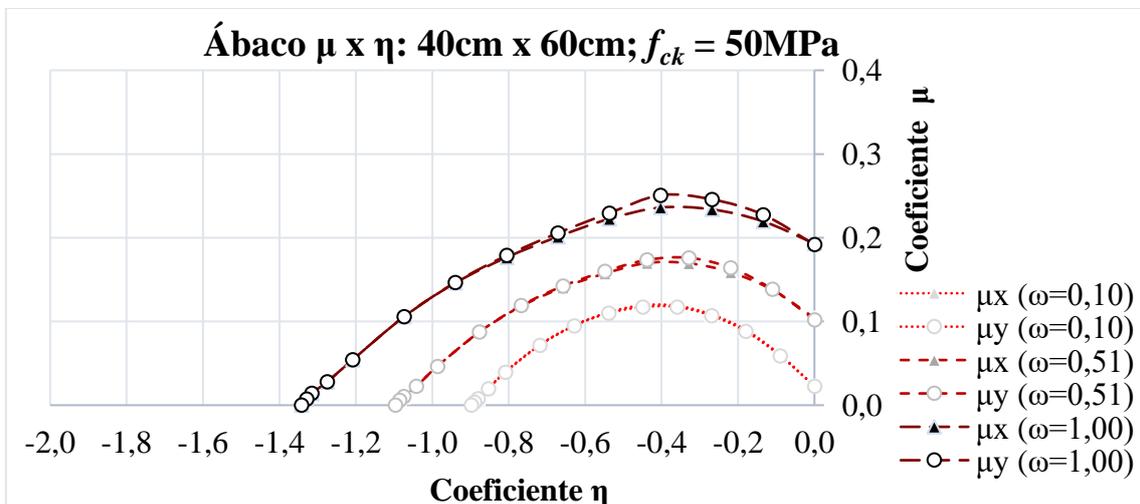


Figura 2.11. Ábaco adimensional do pilar 40x60 com concreto C50.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

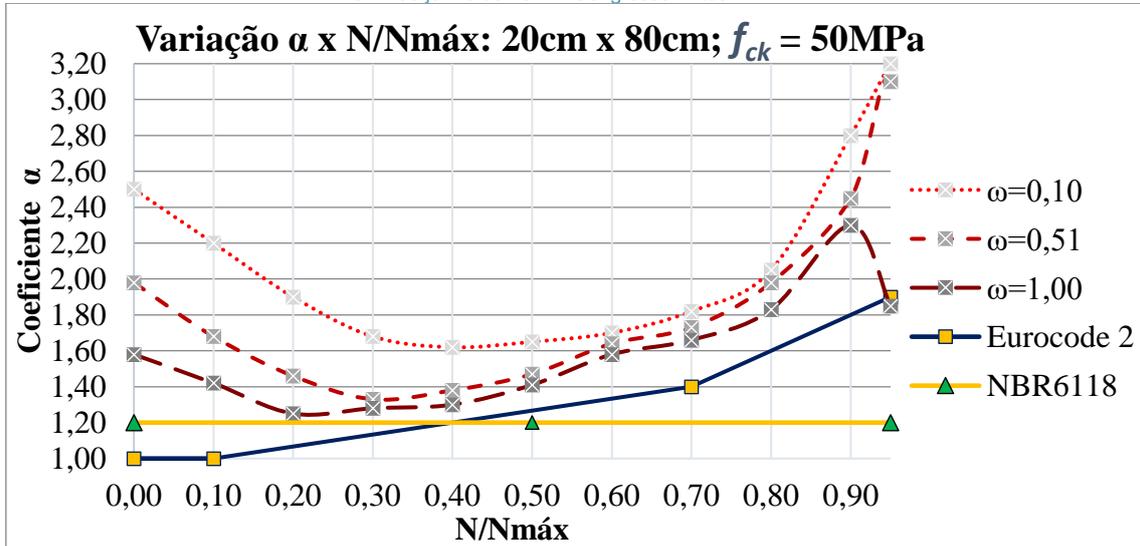


Figura 2.12. Comportamento de α por taxa de aço no pilar 20x80 com concreto C50.

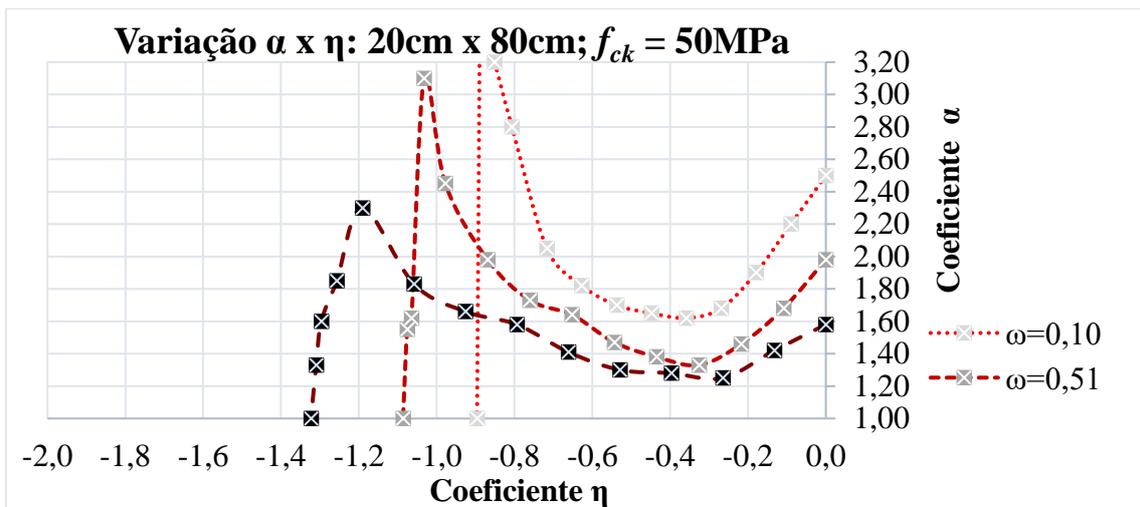


Figura 2.13. Comportamento de α por taxa de aço no pilar 20x80 com concreto C50.

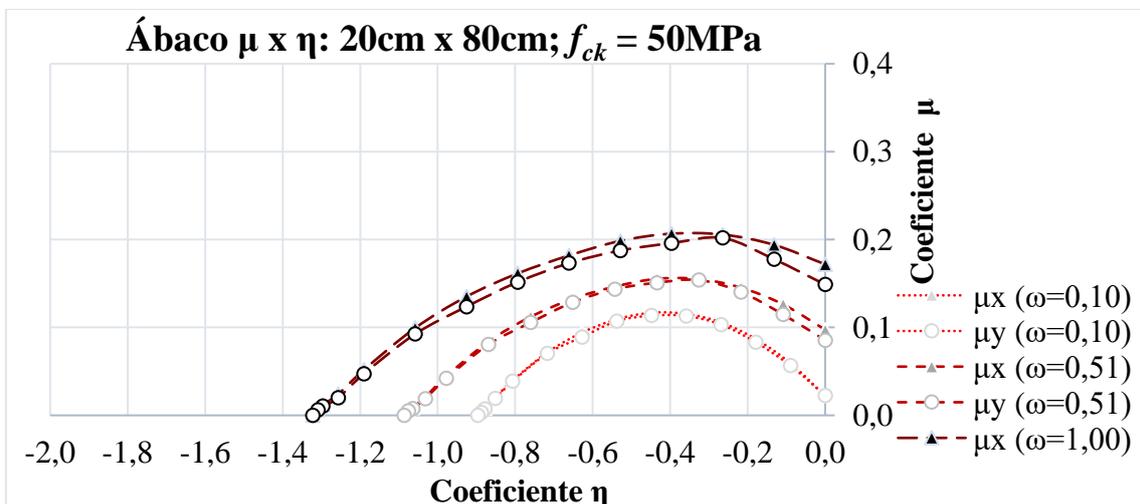


Figura 2.14. Ábaco adimensional do pilar 20x80 com concreto C50.

CONCLUSÃO

O cálculo da solução exata da flexão composta oblíqua à nível de projeto pode ser excessivamente laborioso, o que eleva a importância de um método simplificado acurado, que agilize o encontro de uma solução manual de fácil execução e que apresente resultados seguros.

A Figura 3.1 apresenta um resumo dos resultados obtidos neste trabalho comparados aos dois métodos simplificados analisados.

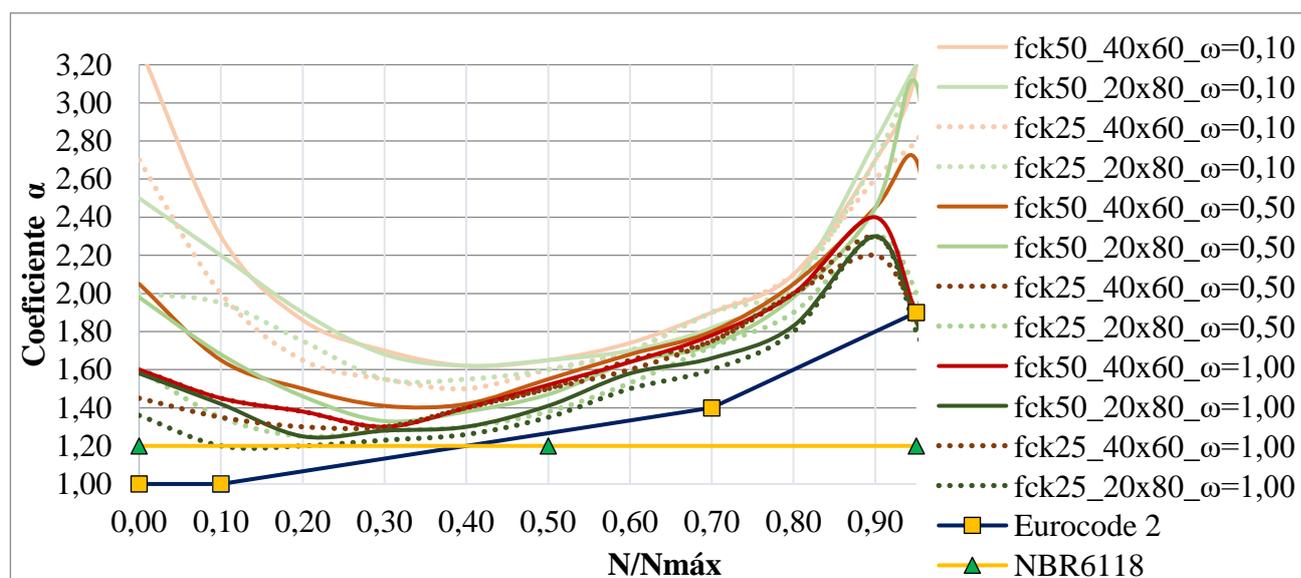


Figura 3.1. Resumo dos resultados obtidos para o coeficiente α

Neste cenário, tanto a curva apresentada pela NBR6118 (ABNT, 2014) quanto a proposta pelo Eurocode2 (CEN, 2018) mostraram-se conservadoras quando comparadas com o cálculo exato, não apresentando valores inferiores a estes em nenhum cenário abordado neste trabalho.

Por outro lado, a atribuição de valores excessivamente conservadores, mesmo que favorável à segurança, não é desejável do ponto de vista de projeto, não apenas por onerar os custos envolvidos, mas também por não representar fielmente o problema em algumas situações.

Sendo assim, a solução simplificada para o dimensionamento de seções solicitadas à flexão composta oblíqua proposta pela norma europeia para o expoente alfa (α) da Equação 1.1 mostra-se mais adequada que a solução brasileira, por representar com melhor aproximação o comportamento da solução exata, especialmente para esforços normais entre 60% e 90% do máximo. Estes resultados podem contribuir para o aperfeiçoamento deste tópico da norma brasileira.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto. Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.
- CUNHA, Y. M., Automatização da verificação de seções de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua. Projeto de Graduação, Escola Politécnica/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2009.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). EN 1992-1-1 2010 – Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Procedimento, Bruxelas, 2018.
- MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M. Hormigón Armado: ábacos para el calculo de secciones em el estado ultimo de agotamiento. tomo II.10ª ed. Barcelona: Gustavo Gill, 1981.
- OBLÍQUA, versão 1.0, ZANDONÁ, C. A. W., DE OLIVEIRA, M. F. F., MARINO, M. A., Universidade Federal do Paraná/UFPR, Curitiba, PR, Brasil, 2001.
- PFEIL, W., Concreto Armado, vol. 2, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora LTC, 1989.