



XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

## **Comparação entre o FAD e o CIV da NBR7188:2013 para Pontes em Concreto Armado com Duas Longarinas**

**Ives José Adriano dos Santos<sup>1</sup>, Pablo Aníbal López-Yáñez<sup>2</sup>, Douglas Mateus de Lima<sup>3</sup> e Iálysson da Silva Medeiros<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>UFPE – Universidade Federal de Pernambuco / Centro de Tecnologia e Geociências / Departamento de Engenharia Civil / ivesadriano@gmail.com

<sup>2</sup>UFPE – Universidade Federal de Pernambuco / Centro de Tecnologia e Geociências / Departamento de Engenharia Civil / lopez.yanez@yahoo.com.br

<sup>3</sup>UFPE – Universidade Federal de Pernambuco / Centro Acadêmico do Agreste / Núcleo de Tecnologia / douglas.mlima@ufpe.br

<sup>4</sup>UFPE – Universidade Federal de Pernambuco / Centro Acadêmico do Agreste / Núcleo de Tecnologia / ialysson.medeiros@ufpe.br

### **Resumo**

Neste trabalho, apresenta-se a análise dinâmica de uma ponte em concreto armado, com seção transversal composta pela laje do tabuleiro e pelo sistema estrutural principal formado por duas vigas longarinas biapoiadas avaliadas para determinados valores de vão. O objetivo deste trabalho é fazer uma comparação entre os resultados obtidos mediante o método de dimensionamento estático equivalente, apresentado pela NBR 7188:2013 que utiliza o coeficiente de impacto vertical (CIV), e a análise dinâmica propriamente dita da estrutura a partir do fator de amplificação dinâmica (FAD). As análises são feitas utilizando-se do Método dos Elementos Finitos e considerando a estrutura modelada como uma grelha, admitindo-a com 13 elementos e 10 nós (cada qual com 3 graus de liberdade). Na análise dinâmica, após a montagem das matrizes de massa e de rigidez, determinam-se as frequências naturais de vibração, aplica-se o conceito de amortecimento proporcional para obter a matriz de amortecimento do sistema e, por fim, é feita a modelagem da ação rodoviária utilizando-se o veículo-tipo TB-450 trafegando, individualmente, com 4 valores distintos de velocidade. Finalmente, os deslocamentos resultantes das análises (dinâmica e estática) são comparados, e verifica-se que, embora havendo resultados próximos, a majoração proposta pelo CIV é insuficiente para igualar o FAD em diversos casos, chegando ser 28,51% menor. Desta feita, o desempenho da estrutura pode ficar prejudicado; sendo necessária a avaliação de uma metodologia adequada ao dimensionamento desse tipo de estrutura.

### **Palavras-chave**

Análise dinâmica; pontes em concreto armado; coeficiente de impacto vertical; fator de amplificação dinâmica.

### **Introdução**

No Brasil, a grande maioria das pontes projetadas e construídas é de concreto armado e com vãos pequenos em torno de 20 m. Salvo algumas exceções, em que pontes de aço são utilizadas, é muito comum encontrar pontes de concreto armado permitindo que, predominantemente, rodovias ultrapassem seus obstáculos.

Atualmente, o contínuo avanço tecnológico nas áreas de novos materiais de construção civil e métodos de cálculo de estruturas, aliado à disponibilidade no mercado de computadores e *softwares* cada vez mais sofisticados, tem possibilitado ao profissional de engenharia, no setor de cálculo estrutural, desenvolver projetos progressivamente mais arrojados, tanto sob o ponto de vista arquitetônico quanto do estrutural.

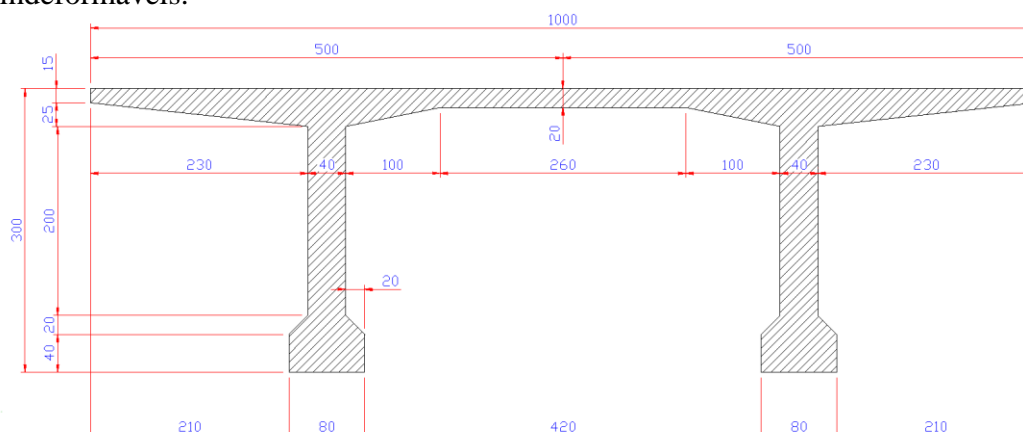
O aumento na leveza dessas novas edificações possibilita benefícios, que podem até resultar em diminuição dos gastos com a construção, contudo, pode trazer alguns problemas, como as vibrações, que podem gerar desconforto psicológico para seus usuários e até mesmo diminuição no tempo de vida útil da estrutura. Em

casos mais graves, é possível ocorrer a falha nos elementos estruturais devido à fadiga do material, provocada pelas vibrações. Tais vibrações são movimentos oscilatórios da estrutura em torno da sua posição de equilíbrio estático, e são causadas pela ação de um carregamento externo que varia com o tempo, a exemplo das ações oriundas dos vendavais, terremotos, fluxo de rios ou marés, tráfego de veículos etc.

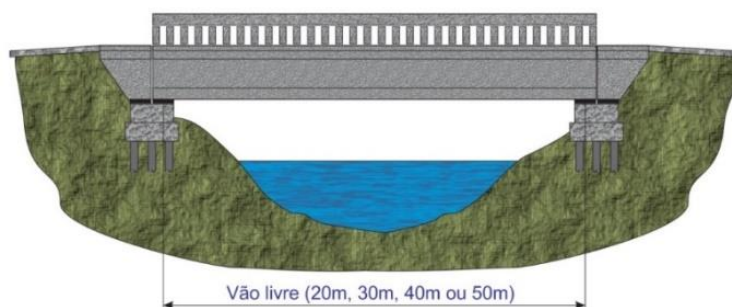
Dessa forma, o presente artigo tem como objetivo comparar o método de dimensionamento estático, proposto pela norma NBR 7188:2013, com a análise dinâmica da estrutura. Para isto, compara-se o Coeficiente de Impacto Vertical (CIV) fornecido pela norma com o Fator de Amplificação Dinâmica (FAD).

### Modelagem em elementos finitos

A análise matemática é feita utilizando-se do método dos elementos finitos, considerando a ponte como uma grelha e obtendo-se como resultados os deslocamentos ocorridos no centro do vão. São considerados quatro comprimentos para o vão livre da ponte: 20 m, 30 m, 40 m e 50 m. Cada modelo estudado possui duas faixas de rodagem, duas vigas (figuras 1 e 2), duas transversinas nos apoios e três transversinas intermediárias. Como o objetivo do trabalho é avaliar as deformações das vigas, somente a superestrutura é modelada, sendo os apoios considerados indeformáveis.



**Figura 1 - Modelo da seção transversal da ponte.**

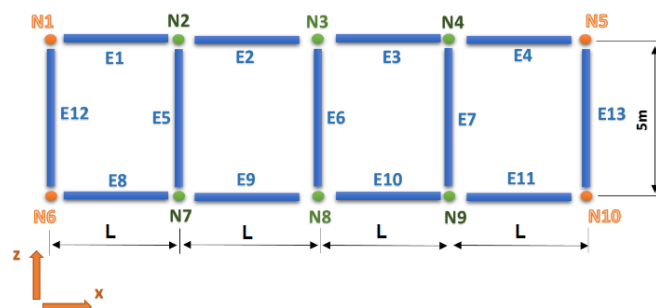


**Figura 2 - Vista lateral da ponte.**

Por se tratar de uma estrutura baixa, com um vão livre variando entre 20 e 50 m, não foram considerados deslocamentos horizontais, pois os mesmos (para a estrutura em questão) tem pouca influência na resposta vertical, que é o objeto deste trabalho. Desta forma, a estrutura foi modelada mediante elementos finitos de grelha, com 13 elementos e 10 nós, cada nó com 3 graus de liberdade (figura 3) e adotando-se o eixo y na vertical. Cada elemento tem seus deslocamentos, esforços internos e forças aplicadas de acordo com esquema apresentado na figura 4.

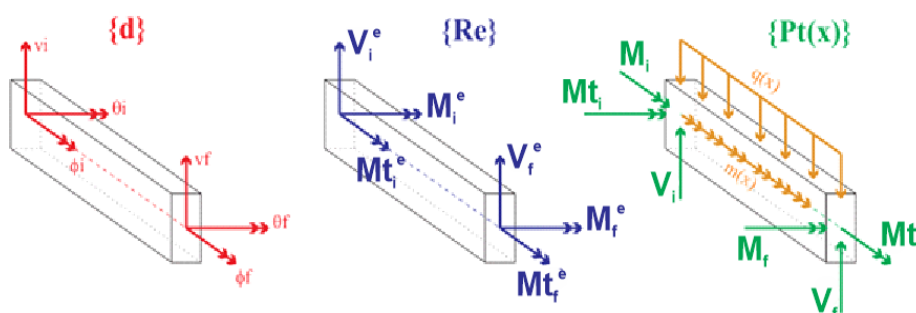


XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual



**Figura 2 - Modelo esquemático.**

Considera-se que a estrutura se apoie nos nós N1, N5, N6 e N10, de forma que os nós N1 e N6 não se desloquem horizontalmente, assim sendo, os graus de liberdade de todos os nós são mostrados na tabela 1. Na tabela 2 são apresentados os dados do material utilizado.



**Figura 3 - Esquema de cada elemento, apresentando os vetores de deslocamento  $\{d\}$ , reações elásticas  $\{Re\}$  e forças aplicadas  $\{Pt\}$ .**

**Tabela 1 - Graus de liberdade.**

Nó	Vertical (v)	Rotação - eixo z ( $\theta$ )	Rotação - eixo x ( $\varphi$ )
N1	Restringido	Livre	Livre
N2	Livre	Livre	Livre
N3	Livre	Livre	Livre
N4	Livre	Livre	Livre
N5	Restringido	Livre	Livre
N6	Restringido	Livre	Livre
N7	Livre	Livre	Livre
N8	Livre	Livre	Livre
N9	Livre	Livre	Livre
N10	Restringido	Livre	Livre

**Tabela 2 – Propriedades do concreto armado.**

Resistência característica	35 MPa
Módulo de elasticidade longitudinal	$3,31 \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade transversal	$1,27 \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	0,3
Massa específica	2500 kg/m <sup>3</sup>



XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

## Características geométricas das vigas principais

As vigas principais têm vários comprimentos, variando entre 20 e 50 m, seção transversal constante e 3 m de altura. Estas vigas compõem os elementos E1, E2, E3, E4, E8, E9, E10 e E11 e suas características geométricas constam na tabela 3. As transversinas fazem a ligação entre as duas vigas principais e compõem os elementos E5, E6, E7, E12 e E13, cada transversina tem seção transversal com 40 cm de largura e 260 cm de altura, assim, suas características geométricas são as mostradas na tabela 3.

**Tabela 3 - Características geométricas.**

Características geométricas	Vigas principais	Transversinas
Comprimento total	20, 30, 40 e 50 m	4,60 m
Área da seção transversal	2,59 m <sup>2</sup>	1,08 m <sup>2</sup>
Momento de inércia em x	2,71063 m <sup>4</sup>	0,01440 m <sup>4</sup>
Momento de inércia em y	2,24114 m <sup>4</sup>	0,65600 m <sup>4</sup>
Constante de torção de Saint-Venant	0,13057 m <sup>4</sup>	0,05760 m <sup>4</sup>

## Análise Estática

Nesta seção são apresentados os resultados de deslocamento para o centro do vão, considerando-se o Trem-tipo TB-450 e os coeficientes de impacto calculados de acordo com a NBR7188:2013.

As cargas móveis, oriundas do tráfego veicular, são essencialmente dinâmicas, já que variam de posição e intensidade ao longo do tempo. Para um dimensionamento estrutural mais fiel à realidade, é preciso considerar o comportamento dinâmico da estrutura. Porém, a análise dinâmica é muito laboriosa, assim, de forma geral, costuma-se utilizar técnicas estáticas simplificadoras. Então, recursos como o Coeficiente de Impacto Vertical (CIV) são desenvolvidos para incluir, simplificada, os efeitos dinâmicos na análise estática. Assim, o CIV tem como objetivo majorar o carregamento estático na tentativa tornar as deformações e, conseqüentemente, os esforços, equivalentes àquelas encontradas na análise dinâmica.

Para pontes rodoviárias, o CIV é definido pela NBR 7188:2013 mediante as expressões 1 e 2, nas quais  $L_{iv}$  é o vão teórico do elemento analisado e  $L$  é o vão efetivo:

$$CIV = 1,35 \quad \text{para } L < 10 \text{ m} \quad (1)$$

$$CIV = 1 + 1,06 \left( \frac{20}{L_{iv} + 50} \right) \quad \text{para } 10 \text{ m} < L < 200 \text{ m} \quad (2)$$

O coeficiente do número de faixas (CNF) ajusta as cargas móveis verticais conforme o número de faixas carregadas do tabuleiro. Este coeficiente é definido como:

$$CNF = 1 - 0,05 (n - 2) > 0,9 \quad (3)$$

sendo  $n$  é o número de faixas de tráfego rodoviário a serem carregadas sobre o tabuleiro transversalmente contínuo. Neste trabalho, o valor do CNF resulta unitário.

A implementação do coeficiente de impacto adicional (CIA) tem como objetivo considerar o aumento dos efeitos dinâmicos provocados por ressaltos nas extremidades das pontes ou próximos às juntas estruturais. As seções afastadas menos de 5 m desses locais deverão ser dimensionadas levando em consideração o CIA definido mediante:

$$CIA = \begin{cases} 1,25 & \text{para obras em concreto ou mistas;} \\ 1,15 & \text{para obras em aço.} \end{cases} \quad (4)$$

### Resultados da análise estática (deslocamentos)

A seguir são apresentados os deslocamentos no centro do vão da ponte, calculados a partir da análise estática. Para fins de comparação com os resultados da análise dinâmica, apresentam-se os resultados considerando-se a passagem do veículo TB-450 juntamente com o tráfego e, também, os resultados do veículo trafegando isoladamente (tabela 4). Visando determinar o Fator de Amplificação Dinâmica (FAD), os resultados ora mostrados não incorporam os coeficientes de impacto recomendados pela norma, pois são provenientes da análise meramente estática

**Tabela 4 - Deslocamentos no centro do vão para análise estática.**

Vão livre	Deslocamento vertical no centro da ponte (Nó N3, faixa por onde trafega o trem-tipo)		
	Peso próprio	TB-450 + tráfego	TB-450
20 m	-0,00192 m	-0,00317 m	-0,00282 m
30 m	-0,00925 m	-0,01387 m	-0,01208 m
40 m	-0,02854 m	-0,04043 m	-0,03475 m
50 m	-0,06862 m	-0,09387 m	-0,07997 m

### Análise Dinâmica

#### Frequências naturais e períodos de vibração

As frequências naturais e os períodos de vibração são características relacionadas com as propriedades mecânicas da estrutura (rigidez e massa). Assim, considerando-se o sistema de equações diferenciais já desacoplado e sendo  $k_i$  e  $m_i$  as constantes de rigidez e a massa correspondentes à  $i$ -ésima coordenada generalizada, respectivamente; a  $i$ -ésima frequência natural da estrutura (tabela 5) é calculada como sendo:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \quad (5)$$

**Tabela 5 - Frequências naturais e períodos de vibração para os 4 primeiros modos de vibração.**

Modo	Frequência angular (rad/s)	Período (s)	Frequência natural (Hz)
<b>PONTE - 20 m</b>			
1	81,03	0,0775	12,9
2	92,97	0,0676	14,8
3	323,91	0,0194	51,5
4	348,46	0,0180	55,4
<b>PONTE - 30 m</b>			
1	36,93	0,1701	5,88
2	45,34	0,1386	7,22
3	148,07	0,0424	23,57
4	159,86	0,0393	25,44



XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

PONTE - 40 m			
1	21,04	0,2986	3,35
2	28,19	0,2229	4,49
3	84,42	0,0744	13,44
4	92,98	0,0676	14,81
PONTE - 50 m			
1	13,58	0,4628	2,16
2	19,99	0,3144	3,18
3	54,47	0,1153	8,67
4	61,75	0,1017	9,83

## Amortecimento

O amortecimento estrutural é uma propriedade complexa de ser calculada. Assim, usualmente, as propriedades de amortecimento de uma estrutura são estimadas utilizando dados experimentais de estruturas semelhantes. Para o trabalho em questão, a ponte é feita em concreto armado e, portanto, o coeficiente de amortecimento adotado é de 3% (CHOPRA, 2001).

Neste artigo, será utilizado o amortecimento de Rayleigh, o qual baseia-se em formar a matriz de amortecimento a partir das matrizes de massa  $\mathbf{M}_E$  e de rigidez  $\mathbf{K}_E$  da estrutura. Para a estrutura do presente estudo, a matriz de amortecimento da estrutura  $\mathbf{C}_E$  é então calculada pela expressão 6:

$$\mathbf{C}_E = a_0 \mathbf{M}_E + a_1 \mathbf{K}_E \quad (6)$$

sendo os coeficientes  $a_0$  e  $a_1$  dados pelas expressões 7 e 8, e possuem unidades de  $s^{-1}$  e  $s$ , respectivamente.

$$a_0 = \zeta \frac{2 \omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (7)$$

$$a_1 = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (8)$$

nas quais:  $\omega_i$  é a frequência natural do primeiro modo de vibração;  $\omega_j$  é a frequência natural do segundo modo de vibração;  $\zeta$  é o coeficiente de amortecimento (neste caso, igual a 3%). A partir destes valores, é aplicada a expressão 6 para determinação da matriz de amortecimento da estrutura. O resultado é uma matriz simétrica e proporcional às matrizes de massa e rigidez em função das condições de ortogonalidade. Assim como as demais matrizes calculadas neste trabalho, a matriz de amortecimento não será apresentada devido ao seu tamanho.

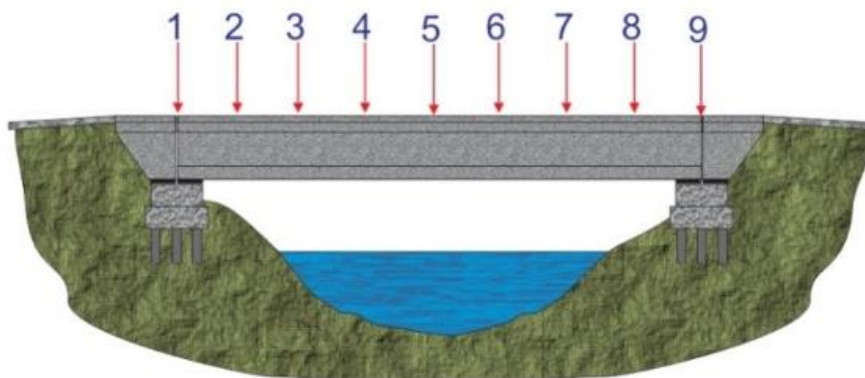
## Carga móvel

Para a análise dinâmica, o carregamento adotado é Trem-tipo TB-450, proposto pela NBR7188:2013, para o qual é assumido que trafegue com velocidade constante. Segundo a ABNT NBR 7188:2013, os casos e os valores utilizados são:

- **TB-450:** carga do veículo TB-450 com 150 kN por eixo, total 450 kN;
- **Tráfego:** carga distribuída referente ao tráfego com 5 kN/m<sup>2</sup>;
- **TB-450 + tráfego:** cargas do veículo e do tráfego aplicadas simultaneamente.

A variação ao longo do tempo é feita atribuindo-se um vetor de carga atualizado a cada nova posição do veículo, sendo consideradas quatro velocidades de tráfego. Na figura 5 ilustram-se as nove posições de carga utilizadas, sendo consecutivamente equidistantes. Cada posição é considerada num determinado instante da

análise dinâmica, permitindo, assim, levar em conta a velocidade de passagem do veículo (MELO, 2007; MOROZ, 2009; SOUSA, 1998).



**Figura 5 - Posicionamento da carga móvel ao longo do tempo.**

#### Resultados análise dinâmica (deslocamentos)

Os resultados da análise dinâmica são apresentados na tabela 6, na qual se observam os deslocamentos máximos ocorridos no centro do vão (nó N3 da viga sob o tráfego). Para cada vão livre analisado, são apresentados os deslocamentos máximos de acordo com a velocidade do veículo.

**Tabela 6 - Deslocamentos no centro do vão para análise dinâmica, vão livre 20 m.**

Vão livre	Velocidade (km/h)	Deslocamento máximo no centro do vão (Nó N3, faixa por onde trafega o trem-tipo)	
		TB-450 + tráfego	TB-450
20 m	40	-0,00361 m	-0,00347 m
	60	-0,00367 m	-0,00349 m
	80	-0,00422 m	-0,00398 m
	100	-0,00403 m	-0,00363 m
30 m	40	-0,01746 m	-0,01686 m
	60	-0,01832 m	-0,01715 m
	80	-0,01851 m	-0,01784 m
	100	-0,01928 m	-0,01819 m
40 m	40	-0,05701 m	-0,05351 m
	60	-0,05707 m	-0,05534 m
	80	-0,05788 m	-0,05601 m
	100	-0,05967 m	-0,05789 m
50 m	40	-0,13013 m	-0,12585 m
	60	-0,13512 m	-0,13066 m
	80	-0,14013 m	-0,13584 m
	100	-0,13947 m	-0,13514 m

#### Fator de amplificação dinâmica (FAD)

O fator de amplificação dinâmica (FAD) é a relação entre o deslocamento dinâmico máximo ( $\delta_d$ ) e o deslocamento estático ( $\delta_e$ ) em um ponto convenientemente escolhido. Trata-se, portanto, de um fator de



XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

majoração que permite encontrar o deslocamento dinâmico máximo da estrutura a partir do deslocamento calculado estaticamente. Assim, considerando-se a análise em regime elástico linear, tem-se (CHOPRA, 2001; CLOUGH, 1993):

$$FAD = \frac{\delta_d}{\delta_e} \quad (9)$$

Então, na tabela 7, apresentam-se os valores encontrados para o fator de amplificação dinâmica, para quatro velocidades de tráfego estudadas. Nas colunas C1 mostra-se a diferença percentual entre o FAD e o CIV, e nas colunas C2 tem-se a diferença percentual entre o FAD e o produto CIV·CIA.

**Tabela 7 - Comparação entre FAD e CIV e entre FAD e (CIV·CIA).**

Vão livre	CIV (CIV·CIA)	Velocidade (km/h)	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS					
			TB-450 + tráfego			TB-450		
			FAD	C1 (%)	C2 (%)	FAD	C1 (%)	C2 (%)
20 m	1,30286 (1,62857)	40	1,1374	14,547	43,184	1,2328	5,683	32,103
		60	1,1594	12,373	40,467	1,2331	5,657	32,071
		80	1,3322	2,203	22,247	1,4129	7,788	15,264
		100	1,2724	2,394	27,992	1,2883	1,130	26,412
30 m	1,26501 (1,58125)	40	1,2593	0,453	25,566	1,3961	9,390	13,262
		60	1,3209	4,232	19,710	1,4198	10,903	11,371
		80	1,3346	5,215	18,481	1,4771	14,359	7,051
		100	1,3905	9,026	13,718	1,5065	16,031	4,962
40 m	1,23556 (1,54444)	40	1,4102	12,384	9,520	1,5397	19,753	0,308
		60	1,4117	12,477	9,403	1,5915	22,365	2,957
		80	1,4316	13,694	7,882	1,6115	23,329	4,161
		100	1,4760	16,290	4,637	1,6657	25,824	7,280
50 m	1,212 (1,515)	40	1,3863	12,573	9,284	1,5737	22,984	3,730
		60	1,4395	15,804	5,245	1,6338	25,817	7,271
		80	1,4928	18,810	1,487	1,6987	28,651	10,814
		100	1,4858	18,428	1,965	1,6899	28,280	10,350

Observa-se, na tabela 7, que os valores **vermelhos** indicam que o coeficiente de impacto da norma brasileira é **menor** que o FAD (contra a segurança), enquanto que os valores **azuis** indicam que o coeficiente de impacto proposto pela norma é **maior** que o FAD (a favor da segurança).

Verifica-se que, como esperado, o fator de amplificação dinâmica varia com a velocidade de tráfego do veículo. Percebe-se também que durante a passagem do veículo individualmente, o fator de amplificação dinâmica é maior do que quando a ponte está com o tráfego completo. Isto ocorre porque a carga gerada pelos demais veículos gera uma espécie de “amortecimento” para a ponte, e isto reduz a amplitude das vibrações. Quando o veículo trafega individualmente, o carregamento total da ponte e seu deslocamento máximo, são menores, contudo, a amplitude de vibrações é maior e, por consequência, o FAD também aumenta.

Ao comparar o CIV, verifica-se que o valor calculado pela Norma Brasileira é inferior ao FAD em praticamente todas as condições analisadas, chegando a ser **28,651%** menor para o vão livre de 50 m, na velocidade de 80 km/h. Se for aplicado o coeficiente de impacto adicional (CIA), a majoração indicada pela NBR 7188:2013 supera o FAD em várias situações analisadas. Contudo, a referida norma diz que o CIA deve ser usado somente em trechos até 5 m antes e depois de juntas e/ou irregularidades na ponte. Assim sendo, existem trechos da ponte que contam apenas com o CIV, resultando então em uma majoração insuficiente segundo os resultados da análise dinâmica desta pesquisa.





XII CONGRESSO BRASILEIRO  
de PONTES e ESTRUTURAS  
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

## Conclusões

No presente artigo apresenta-se uma comparação entre o coeficiente de impacto vertical, recomendado pela NBR 7188:2013, com o fator de amplificação dinâmica, calculado mediante uma análise dinâmica. Verifica-se que, em alguns casos analisados, o coeficiente proposto pela Norma Brasileira majora as cargas estáticas de forma inadequada, chegando a ser **28,651%** menor do que a amplificação dinâmica.

Embora os resultados estejam relativamente próximos na grande maioria das situações analisadas, a majoração proposta pelo CIV é insuficiente para igualar o fator de amplificação dinâmica, produzindo assim, esforços internos menores do que os efetivamente provocados pelas cargas atuantes. Ainda que tais esforços não resultem no colapso da estrutura, outros problemas estruturais podem ocorrer, tais como: desconforto dos usuários, aumento da abertura de fissuras e redução de vida útil da estrutura em função da amplificação do fenômeno de fadiga. Fica evidente, portanto, que o desempenho da estrutura pode ficar comprometido.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas – NBR 7188:2013. Rio de Janeiro, 2013.
- CHOPRA, A. K. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering. 2. ed. United States of America: Prentice-Hall, 2001. 844 p.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. Dynamics of structures. 2 ed. Tokyo: McGraw Hill, 1993. 634 p.
- MELO, E. S., 2007. Interação Dinâmica Veículo-Estrutura em Pequenas Pontes Rodoviárias. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- MOROZ, F. V., 2009, Uma Metodologia para a Análise da Influência no Tráfego de Carros Pesados na Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias. Dissertação de Mestrado, POLI/USP, São Paulo, SP, Brasil.
- SOUSA, J. T. G., 1998. Análise dinâmica de pontes sob ação de um veículo móvel. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.