



Estudo comparativo de metodologias aproximadas para análise de segunda ordem de estruturas

Laís De Bortoli Lecchi¹, Walnório Graça Ferreira², Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa³, Arlene Maria Cunha Sarmanho⁴

^{1,4} Universidade Federal de Ouro Preto / Departamento de Engenharia Civil / laislecchi@gmail.com; arlene.sarmanho@gmail.com

² Universidade Federal do Espírito Santo / Departamento de Engenharia Civil / walnorio@gmail.com

³ Universidade de Coimbra / Departamento de Engenharia Civil / provid@dec.uc.pt

Resumo

O surgimento de novas tecnologias para a construção civil tem imposto cada vez mais desafios para a engenharia estrutural. Com frequência, nas grandes metrópoles, é possível observar edificações de múltiplos andares, com alturas e esbeltezes surpreendentes. Desse modo, torna-se necessário o conhecimento de métodos e softwares que efetuem a análise estrutural correta de tais edifícios, com o intuito de garantir a estabilidade dessas estruturas. As normas brasileiras (NBR 8800:2008 e NBR 6118:2014) e europeia (EN 1993-1-1:2005), referentes ao projeto de estruturas de aço e de concreto armado, preveem as análises de primeira e de segunda ordem e, para esta última, admite-se tanto a maneira geometricamente exata, quanto por métodos simplificados, dentro de limites específicos. A NBR 8800:2008 apresenta o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES), cujo procedimento consiste em executar a análise de segunda ordem por meio da superposição de duas análises elásticas de primeira ordem, considerando os efeitos locais ($P - \delta$) pelo coeficiente B_1 , e os efeitos globais ($P - \Delta$) pelo coeficiente B_2 . Já o método da NBR 6118:2014 consiste no cálculo do coeficiente γ_z , que é um fator de amplificação das ações horizontais atuantes na estrutura. A norma europeia apresenta o Método de Horne, que mediante o cálculo do coeficiente α_{cr} , é possível obter os esforços de segunda ordem por meio da amplificação dos esforços de primeira ordem. O presente artigo faz uma análise comparativa entre os critérios apresentados pelas normas, especialmente no que diz respeito à estabilidade global. Ao final é realizado um exemplo numérico para efeito de comparação entre os métodos e com a análise geometricamente exata, por meio do uso do programa Ansys 14.0.

Palavras-chave

Método $B_1 - B_2$; Método de Horne; Coeficiente γ_z ; Estabilidade global; Ansys.

1. Introdução

Desde a década de 1970, uma considerável quantidade de pesquisas sobre os efeitos de segunda ordem tem sido realizada. Geralmente, cada norma apresenta sua própria maneira de tratar esses efeitos, sendo comum a utilização de fatores de amplificação de esforços (ou ações), para estimar os esforços totais atuantes em uma estrutura.

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem, é necessário considerar as fontes de não linearidades na estrutura. Dentre as diversas existentes, destacam-se a não linearidade geométrica e a não linearidade física. Em resumo, esses efeitos provocam o aumento das deformações e, conseqüentemente, das tensões nos elementos estruturais, causando a redução de suas resistências. Quando considerados conjuntamente, eliminam a necessidade de processar a análise estrutural e o projeto em fases distintas (CHEN e TOMA, 1994). As publicações de Horne (1975), Wood e outros (1976) e Le Messurier (1976, 1977) foram fundamentais para o dimensionamento prático de estruturas de múltiplos andares, ao introduzirem uma maneira aproximada de se quantificar o efeito da não linearidade geométrica global (efeito $P-\Delta$).



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

No Brasil, os trabalhos de Franco (1985, 1991) e Vasconcelos (1985) para o estudo dos efeitos de segunda ordem em edifícios de concreto armado, culminaram na metodologia simplificada que pode ser encontrada na atual NBR 6118:2014, para projeto de estruturas em concreto armado.

Neste trabalho são abordados 3 métodos aproximados para o cálculo dos esforços totais das estruturas, a saber: o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES – NBR 8800:2008), a metodologia baseada no coeficiente γ_z (NBR 6118:2014) e o Método de Horne (EN 1993-1-1:2005).

2. Consideração de imperfeições iniciais

2.1. NBR 8800:2008 – Projeto de estruturas de aço

Imperfeições geométricas iniciais: A NBR 8800:2008 determina que um desaprumo interpavimento de $h/333$ (em que h é a altura do pavimento) deve ser adicionado à estrutura. Alternativamente, pode-se aplicar forças nocionais iguais a 0,3% das cargas gravitacionais no andar considerado, em combinações que não possuem ações laterais. O propósito da força nocional é proporcionar um efeito desestabilizante mínimo à estrutura (MACPHEDRAN e GRONDIN, 2007).

Imperfeições iniciais de material: Para estruturas sensíveis aos efeitos de segunda ordem, ou seja, em que os esforços de segunda ordem superam em 10% aos de primeira ordem, deve-se diminuir a rigidez à flexão e axial para $0,8EI$ e $0,8EA$, respectivamente.

2.2. NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto armado

Imperfeições geométricas iniciais: São tratadas como um desaprumo nas barras verticais dado pelo ângulo θ_a (Equação 2), ou equivalentemente, como uma força lateral fictícia (Equação 3).

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (1)$$

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1 + 1/n}{2}} \quad (2)$$

$$H_i = \theta_a F_{vi} \quad (3)$$

em que $\theta_{1,min} = 1/300$; $\theta_{1,máx} = 1/200$; H é a altura total da edificação, em metros; n é o número de filas de pilares no pórtico plano; F_{vi} é a carga no andar considerado.

Imperfeições iniciais de material: Pela NBR 6118:2014, a não linearidade física pode ser considerada pela redução dos valores de rigidez para cada elemento estrutural, como por exemplo:

- ✓ Lajes: $(EI)_{eq} = 0,3E_c I_c$;
- ✓ Vigas: $(EI)_{eq} = 0,4E_c I_c$ para $A_s' \neq A_s$; $(EI)_{eq} = 0,5E_c I_c$ para $A_s' = A_s$;
- ✓ Pilares: $(EI)_{eq} = 0,8E_c I_c$;

onde: A_s' é a área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão; A_s é a área da seção transversal da armadura longitudinal de tração; E_c é o valor representativo do módulo de deformação do concreto (E_{cs} majorado em 10%); E_{cs} é o módulo de elasticidade secante; I_c é momento de inércia calculado com a seção bruta do pilar equivalente;

2.3. EN 1993-1-1:2005 - Projeto de estruturas de aço

Imperfeições geométricas iniciais: Assim como as duas normas mostradas acima, o Eurocódigo 3 trata as imperfeições geométricas iniciais como um desaprumo (Equação 4), ou como forças laterais fictícias (Equação 5):

$$\varphi = \varphi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (4)$$

$$F' = \varphi V_{ed} \quad (5)$$

em que: φ_0 é o valor de base ($\varphi_0 = 1/200$); α_h é um coeficiente de redução relativo à altura h da estrutura $\alpha_h = 2/\sqrt{h}$, com a restrição: $2/3 \leq \alpha_h \leq 1$; α_m é um coeficiente de redução relativo ao número de pilares numa fila, $\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$; m é o número de pilares numa fila que suportam uma carga vertical $N_{ed} \geq 50\%$, do valor médio $N_{ed, médio}$ calculado para o conjunto de pilares contados na fila; V_{ed} é a carga vertical total no piso do andar considerado.

O desaprumo pode ser desprezado se $H_{ed} \geq 0,15V_{ed}$.

Imperfeições iniciais de material: Para o Eurocódigo 3, não há a redução do módulo de elasticidade E , como nas normas brasileiras.

3. Metodologias aproximadas para análise de segunda ordem

A seguir, apresentam-se os três métodos aproximados para análise de segunda ordem tratados neste artigo.

3.1. Método da amplificação dos esforços solicitantes (MAES - NBR 8800:2008)

O MAES foi proposto pelo SSRC (Structural Stability Research Council) e adotado pela norma americana AISC, em 1986 (CARTER, 2013). Baseia-se no uso dos coeficientes de amplificação B_1 e B_2 , para a obtenção dos esforços totais atuantes em uma dada estrutura. Idealmente, é aplicável em estruturas reticuladas, com elementos uniformes geometricamente e em suas rigidezes (WHITE et al., 2006).

Para analisar uma estrutura pelo MAES é necessário transformá-la em dois submodelos, como mostrado na Figura 1. A estrutura original, com todas as ações e restrições, é decomposta na soma de outras duas, uma denominada *nt* do inglês "no translation" (indeslocável) e a segunda, denominada *lt*, também do inglês "lateral translation" (deslocável).

O submodelo *nt* tem todas as ações atuantes, porém são inseridos apoios fictícios em cada pavimento. Esse submodelo serve para se obter o efeito de segunda ordem local ($P - \delta$), decorrente da curvatura das barras, sem considerar os deslocamentos laterais dos nós (FAKURY et al., 2016).

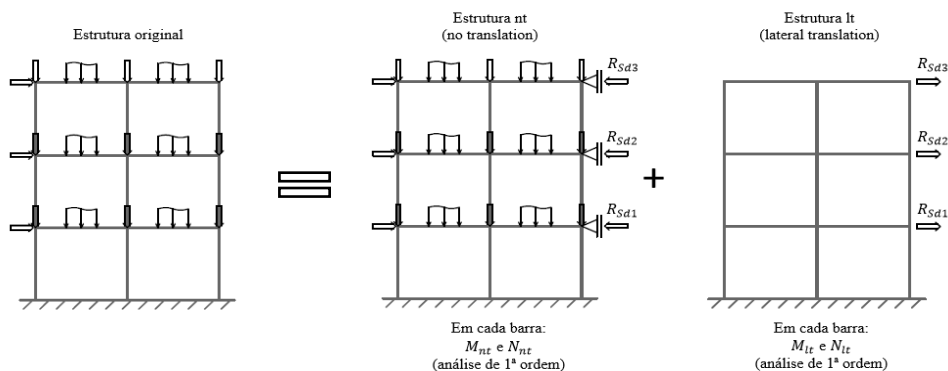


Figura 1 - Estrutura original decomposta em dois modelos. Fonte: BADKE-NETO e FERREIRA (2016).



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

O submodelo lt se caracteriza pelo estudo do efeito $P - \Delta$, segundo a obtenção do coeficiente B_2 . Contém os mesmos apoios originais, porém as ações aplicadas são iguais, em módulo, às reações obtidas como resultado da análise linear realizada no submodelo nt , com sentido contrário.

A NBR 8800:2008 define o coeficiente B_1 por:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{|N_{Sd1}|}{N_e}} \quad (6)$$

onde: C_m é o coeficiente de equivalência de momentos, dado por $C_m = 0,60 - 0,40(M_1/M_2)$, sendo (M_1/M_2) a relação entre o menor e o maior dos momentos fletores solicitantes de cálculo na estrutura nt no plano de flexão. N_{Sd1} é definida como a força axial de compressão solicitante de cálculo, na barra considerada e em análise de primeira ordem, dada por $N_{Sd1} = N_{nt} + N_{lt}$. N_e é a força axial que provoca a flambagem elástica por flexão da barra no plano em que atua o momento fletor, dada por: $N_e = \pi^2 EI/L^2$, em que E é o módulo de elasticidade, I é o momento de inércia da seção transversal e L é o comprimento da barra.

A dedução completa da expressão do coeficiente B_2 pode ser encontrada em Souza e outros (2018). A NBR 8800:2008 define B_2 como:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_s} \frac{\Delta_h}{h} \frac{\sum N_{Sd}}{\sum H_{Sd}}} \quad (7)$$

em que $\sum N_{Sd}$ é a carga gravitacional total que atua no andar considerado. $\sum H_{Sd}$ é a força cortante no andar, obtida na estrutura original ou na estrutura lt (Figura 1). Δ_h é o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior, obtido na estrutura original ou na estrutura lt . h é a altura do andar. R_s é um coeficiente de ajuste.

A NBR 8800:2008 classifica as estruturas segundo sua deslocabilidade. Se o deslocamento obtido em análise de segunda ordem Δ_2 dividido pelo deslocamento obtido em análise de primeira ordem Δ_1 for menor ou igual a 1,1, diz-se que a estrutura é de pequena deslocabilidade. Se $1,1 < \Delta_2/\Delta_1 \leq 1,4$, diz-se que a estrutura é de média deslocabilidade. Se $\Delta_2/\Delta_1 > 1,4$, a estrutura é de grande deslocabilidade. O coeficiente B_2 é tomado como uma aproximação aceitável da razão entre os deslocamentos (Δ_2/Δ_1), desde que $\Delta_2/\Delta_1 \leq 1,4$, ou $B_2 \leq 1,4$. Vale ressaltar que o ANSI/AISC 360-16 não realiza essa classificação.

3.2. O coeficiente γ_z (NBR 6118:2014)

Em 1991, no Colloquium do CEB na cidade do Rio de Janeiro, Franco e Vasconcelos apresentaram pela primeira vez o coeficiente γ_z , no trabalho intitulado "Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings" (FRANCO e VASCONCELOS, 1991). Possui dupla utilidade: a classificação da estrutura e a majoração dos esforços de primeira ordem. Se $\gamma_z \leq 1,1$, a estrutura é considerada de nós fixos e pode-se desprezar os efeitos de segunda ordem. Se $\gamma_z > 1,1$, as ações horizontais devem ser majoradas pelo fator $0,95\gamma_z$, sendo este processo recomendado para o limite $\gamma_z \leq 1,3$.

A dedução completa do coeficiente γ_z pode ser encontrada em Souza e outros (2018). O γ_z é calculado uma única vez, para cada combinação de ações. A Equação 8 mostra formulação de γ_z apresentada na NBR 6118:2014:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (8)$$

onde: $M_{1,tot,d}$ é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura; $\Delta M_{tot,d}$ é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem.

3.3. O Método de Horne (EN 1993-1-1:2005)

O Eurocódigo 3, seção 5.2.2 (cláusulas (3) e (7)), determina quatro maneiras de se efetuar a análise estrutural, para levar-se em conta os efeitos de segunda ordem (BERNUZZI e CORDOVA, 2016). Neste artigo foi implementada a análise de segunda ordem aproximada, com imperfeições globais, a partir da metodologia apresentada por Horne (1975), que inicialmente propôs uma formulação com o objetivo de calcular a carga crítica de flambagem elástica de pórticos de múltiplos andares. Posteriormente, o método se estendeu para a análise de estabilidade global.

A análise de primeira ordem pode ser efetuada, desde que o aumento dos esforços internos ou qualquer outra mudança do comportamento estrutural causado por deformações possam ser desprezáveis. Essa condição é assumida como satisfeita, se o seguinte critério for atendido:

$$\alpha_{cr} \geq 10 \rightarrow \text{para análise elástica} \quad (9)$$

em que α_{cr} é o coeficiente de afastamento, que multiplicado pela carga de projeto atinge a carga de instabilidade elástica no modo global. É calculado por (HORNE, 1975; EN 1993-1-1:2005):

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{ed}}{V_{ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,ed}} \right) \quad (10)$$

onde: H_{ed} é a força horizontal total, eventualmente somada à força fictícia que simula a imperfeição global, aplicada no topo do andar; V_{ed} é a carga vertical total no piso do andar considerado; h é a altura do andar; $\delta_{H,ed}$ é o deslocamento no topo do andar, calculado unicamente sob a ação das cargas horizontais H_{ed} , sem levar em conta as cargas verticais V_{ed} .

Vale ressaltar que o método é aplicável se a condição $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ for atendida. A amplificação de esforços se dá pela aplicação de um coeficiente β (Equação 11), que é função de α_{cr} . Após a análise estrutural e amplificação dos esforços, a estabilidade das barras deve ser verificada, conforme a seção 6.3 do Eurocódigo 3.

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (11)$$

4. Exemplo numérico

A Figura 2-a mostra um pórtico em concreto armado de seis pavimentos e um vão, onde estão indicadas as cotas, números dos nós e números das barras (sublinhados). A Figura 2-b mostra as ações aplicadas à estrutura, para a combinação mais desfavorável. Chama-se esse conjunto de ações de Q_R (ações de referência).

A resistência característica à compressão é $f_{ck} = 25$ MPa, o módulo de deformação secante $E_{cs} = 24$ GPa. Os pilares são compostos por 3 tipos de seções retangulares: S_1 (25x40 cm), S_2 (25x35 cm) e S_3 (25x25 cm). As vigas possuem seção retangular com dimensão 20x60 cm e comprimento $L_{viga} = 6$ m.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

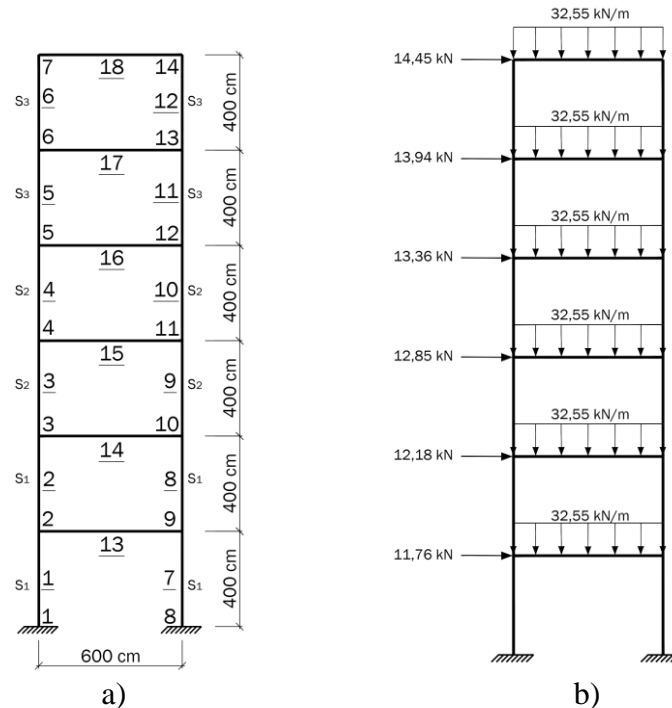


Figura 2. a) Dimensões e numeração; b) Ações de cálculo na estrutura (adaptado de SOUZA et al., 2018).

A estrutura foi modelada no programa Ftool, de onde foram obtidos os esforços e deslocamentos de primeira ordem. Em seguida, remodelou-se a estrutura no programa Ansys 14.0, com elementos de BEAM188 e 20 subdivisões por barra, para que fosse efetuada a análise não linear geométrica. As imperfeições iniciais de material foram adicionadas conforme as condições das metodologias apresentadas ($0,4E$ para vigas e $0,8E$ nos pilares). Não foi necessário adicionar desaprumos iniciais, segundo as regras e recomendações de cada norma.

Foram realizadas cinco simulações com aumento gradativo do carregamento de referência Q_R , por um fator de multiplicação n ($Q_R; 2Q_R; 3Q_R; 4Q_R; 5Q_R$, com $n \rightarrow 1, 2, 3, 4$ e 5) e analisados os deslocamentos no topo do pórtico (nó 14, 6º andar) e o momento fletor no pilar 12 (6º andar), como mostram as figuras 3, 4 e 5.

A Tabela 1 apresenta os valores calculados do coeficiente B_2 , para o 6º andar; do coeficiente B_1 (6º andar); do coeficiente γ_Z ; dos coeficientes α_{cr} e β e, por fim, a razão entre os deslocamentos de segunda ordem e de primeira ordem (Δ_2/Δ_1) no Ansys, para o pilar 12.

Tabela 1 - Coeficientes de majoração.

n	$B_2 - 6^\circ$ andar	B_1	γ_Z	α_{cr}	β	Ansys - 6º andar
1	1,03	1,0	1,04	25,62	1,04	1,04
2	1,05	1,0	1,07	12,75	1,09	1,07
3	1,12	1,0	1,11	8,54	1,13	1,21
4	1,17	1,0	1,16	6,38	1,19	1,30
5	1,22	1,0	1,21	5,11	1,24	1,41



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS

7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

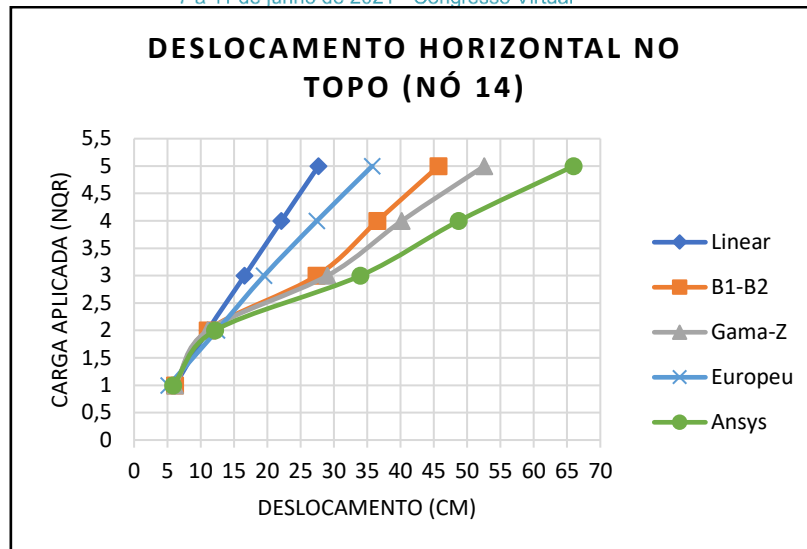


Figura 3 - Deslocamento horizontal no topo do pórtico (nó 14).

Percebe-se o efeito da não linearidade física que, para métodos onde há redução da rigidez, são obtidos maiores valores de deslocamento, sendo a análise rigorosa no Ansys a que apresenta os maiores. Vale ressaltar que, para $n = 1$ e $n = 2$, não foi necessário incluir a imperfeição de material, pois os efeitos de segunda ordem, até então, eram inferiores a 10% dos de primeira ordem.

Visivelmente, o método europeu não segue o mesmo comportamento dos demais, apresentando valores inferiores de deslocamento, a partir de $n = 3$. A fim de estudar o comportamento desse método, faz-se a redução da rigidez das vigas ($0,4E$) e dos pilares ($0,8E$) e analisam-se os deslocamentos novamente:

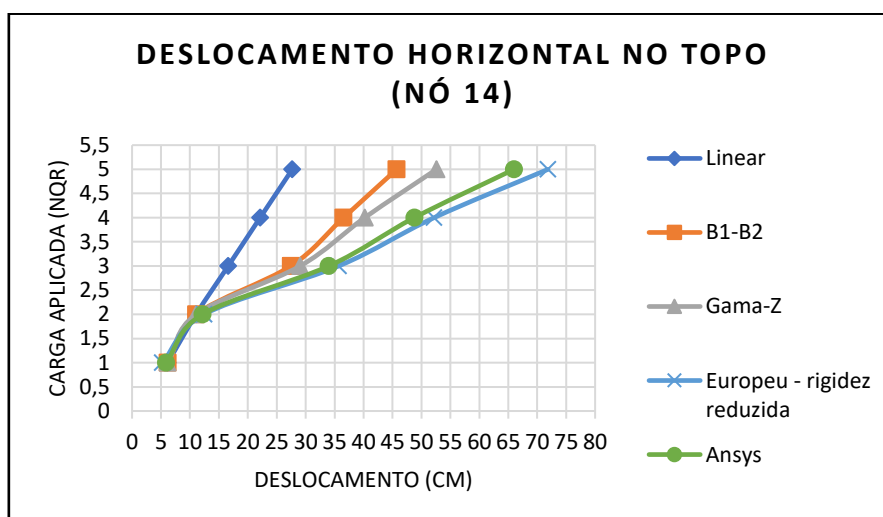


Figura 4 - Deslocamento horizontal no topo (nó 14), com rigidez reduzida para o método Europeu.

Escolheu-se o pilar 12 (6º andar) para analisar os esforços de momento fletor, para cada uma das metodologias apresentadas. Chama-se atenção novamente para o método Europeu, em que é apresentado com e sem a redução da rigidez. A figura a seguir mostra o resultado.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

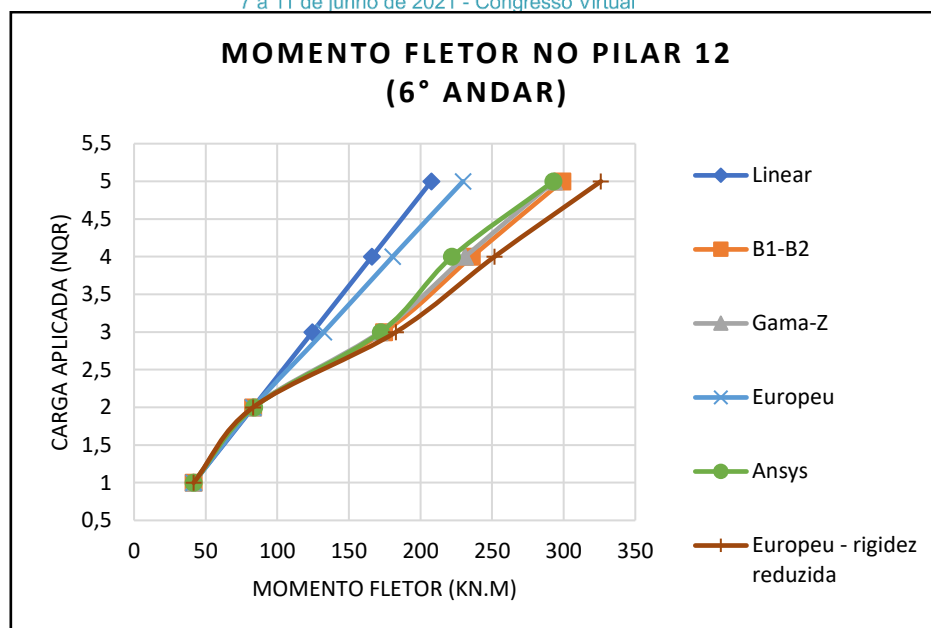


Figura 5 - Curvas parâmetro de carga x momento fletor no pilar 12.

A partir do gráfico de momento fletor para o pilar 12 (Figura 5), é possível observar que os métodos aproximados e a análise rigorosa possuem boa correlação até o fator de multiplicação $n = 2$, onde ainda não ocorreu a diminuição da rigidez dos elementos. A partir de $n = 3$, o resultado para o método Europeu, que por não considerar a imperfeição inicial de material, fica com valores inferiores aos outros métodos. Diminuindo-se a rigidez dos elementos para o método Europeu, é possível obter boa correlação para o momento fletor até o limite de $n = 4$.

5. Conclusões

O tema abordado por este artigo tem sido pesquisado desde a década de 1970 e, considerando sua relevância, ainda não é tratado com devida clareza na academia. Dessa forma, buscou-se apresentar de maneira resumida e simplificada os pontos principais da bibliografia fundamental sobre o assunto.

A aplicação numérica apresenta um pórtico em concreto armado, de 6 pavimentos e submetido a ações diversas. A particularidade desse material, em relação ao aço, é o maior rigor na consideração das imperfeições iniciais de material tratada pelas normas brasileiras (NBR 8800:2008 e NBR 6118:2014), em que ocorre a diminuição de 20% da rigidez dos pilares e de 60% da rigidez das vigas. Sendo assim, pôde-se inferir a partir dos gráficos, que os métodos aproximados tiveram boa correlação para valores limitados do carregamento aplicado. Além do mais, a metodologia do Eurocódigo 3 se adequa melhor ao uso em estruturas de concreto, se for feito o ajuste da rigidez.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, bem como pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), instituições às quais os autores prestam seu agradecimento.



Referências

- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. AISC: Manual of steel construction-load and resistance factor design specification for structural steel buildings. Chicago, IL, 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto, procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- BADKE-NETO, A.; FERREIRA, W. G. Dimensionamento de elementos de perfis de aço laminados e soldados: com exemplos numéricos. 3. ed. Vitória, ES: GSS, 2016.
- BERNUZZI, C.; CORDOVA, B. Structural Steel Design to Eurocode 3 and AISC Specifications. Oxford: John Wiley & Sons, 2016.
- CARTER, C. The Evolution of Stability Provisions in the AISC Specification. Steel Day Eve, New York, 2013.
- CHEN, W. F.; TOMA, S. Advanced Analysis os Steel Frames. CRC Press, Boca Raton, Flórida, 1994.
- EUROPEAN STANDARD. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1. General rules and rules for buildings. 2005 (english version).
- FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. C.; CALDAS, R. B. Dimensionamento básico de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.
- FRANCO, M. Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado. Instituto de Engenharia: publicação técnica. São Paulo, 1985.
- FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. Avaliação prática dos efeitos de 2º ordem em edifícios altos. Instituto de Engenharia: publicação técnica. São Paulo, 1991.
- HORNE, M. R. An approximate method for calculating the elastic critical loads of multi-storey plane frames. The Structural Engineer Journal, June 1975/ N° 6/ Volume 53.
- LEMESSURIER, W. J. A practical method of second order analysis Part 1 – Pin Jointed Systems. Engineering Journal /AISC, Second Quarter, 89-96, 1976.
- LEMESSURIER, W. J. A practical method of second order analysis Part 2 – Rigid Frames. Engineering Journal /AISC, Second Quarter, 49-67, 1977.
- MACPHEDRAN, I.; GRONDIN, G. A Brief History of Beam-Column Design. CSCE Annual General Meeting & Conference. Yellowknife, 2007.
- SOUZA, Y. P.; FERREIRA, W. G.; FERREIRA, L. D.; GONÇALVES, V. F.; CAMARGO, R. S.; BADKE-NETO, A.; LECCHI, L. B. Introdução à teoria da estabilidade elástica - Conceitos, implementações computacionais e aspectos normativos. Vitória, ES: LBF, 2018.
- VASCONCELOS, A. C. Critérios para Dispensa de Consideração do Efeito de 2ª Ordem. In. Reunião Anual do IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado. São Paulo, 1985.
- WHITE, D. W.; SUROVEK, A. E.; ALEMDAR, B. N.; CHANG, C.; KIM, Y. D.; KUCHENBECKER, G. H. Stability Analysis and Design of Steel Building Frames Using the 2005 AISC Specification. Steel Structures, V.6, p. 71-91, 2006.
- WOOD, B. R.; ADAMS, P. F.; BEAULIEU, D. Column Design by P Delta Method. ASCE Journal of the Structural Division. V. 102, n. ST2, p. 411-427, Fevereiro, 1976.