



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Comparação entre métodos simplificados e refinados para o cálculo de flechas diferidas em vigas contínuas de concreto armado.

Lucas S. Cruz¹, Elisabeth Junges², Lucas C. Pellanda³

¹Graduando em Engenharia Civil / UFES / lucas.senna.lsc@hotmail.com

²Departamento de Engenharia Civil / UFES / bethjunges@gmail.com

³Mestrando em Engenharia Civil / UFES / lucascpellanda@hotmail.com

Resumo

Neste trabalho são comparados os resultados de diferentes métodos simplificados e modelos refinados para o cálculo de flecha diferida em vigas contínuas de concreto armado. Os métodos simplificados empregados são o recomendado pela Norma Brasileira (ABNT NBR 6118), uma variação desse modelo proposto pelo Instituto Brasileiro do Concreto IBRACON, e o método recomendado pelo Código Europeu FIB. Além desses, os resultados foram comparados com dois modelos refinados que utilizam a metodologia dos Elementos Finitos, um baseado na NBR 6118 e o outro baseado no modelo FIB, sendo a não linearidade do material considerada por meio de diagramas momento-curvatura. A análise dos exemplos pelos diferentes modelos é realizada pelo programa computacional denominado AVSer, desenvolvido para o cálculo da flecha de vigas em concreto armado em situação serviço (até o escoamento da armadura). Foram analisados os resultados para 36 vigas teóricas contínuas de concreto armado, variando a geometria das vigas, a tipologia e valor dos carregamentos e, conseqüentemente, a taxa de armadura longitudinal. Os resultados obtidos pelos diferentes métodos foram comparados, permitindo o apontamento das principais diferenças e de algumas recomendações quanto ao uso.

Palavras-chave

Flecha Diferida; Vigas Contínuas; Concreto Armado.

1 Introdução

Ao dimensionar estruturas de Concreto Armado (CA), após o cálculo das armaduras atendendo o Estado Limite Último, se faz necessária a verificação quanto aos Estados Limites de Serviço, sendo um deles o Estado Limite de Deformações Excessivas (ELS-DEF). Nessa verificação é realizado o cálculo estimado da flecha que a estrutura apresentará no instante da aplicação do carregamento – flecha imediata – e em momentos futuros – flecha diferida – devendo essas flechas atenderem a valores limites normativos. Os fenômenos principais que provocam o acréscimo de flechas após a aplicação da carga são a retração e a fluência.

Sobre o fenômeno da retração, DINIZ (2011) explica que a retração do concreto independe de cargas externas, ou ações do meio, mas sim do processo de hidratação do cimento, resultando em deformações. O tipo de retração que mais ocorre é a retração por secagem ou hidráulica, ocorrida pela perda de água do concreto para o meio ambiente, principalmente durante a cura, aumentando a porosidade e diminuindo o volume final do concreto.

Já o fenômeno da fluência é definido por DINIZ (2011) como o acréscimo de deformação que ocorre ao submeter uma estrutura a um carregamento constante. As tensões presentes na estrutura são transmitidas para o material sólido que acaba lentamente pressionando a camada de água interlamelar, promovendo o seu deslocamento para os poros adjacentes, provocando deformações parcialmente irreversíveis.

Segundo BARONI (2003), as deformações advindas pelos fenômenos de fluência e retração podem atingir valores de duas a três vezes do valor da deformação imediata. Caso o concreto trabalhe com tensão de compressão inferior a 40% da sua tensão média de ruptura, a deformação diferida pode ser considerada proporcional à deformação imediata. Ainda de acordo com Baroni, ao submeter vigas de concreto de diferentes resistências a um mesmo carregamento, as vigas mais resistentes apresentarão menores deformações totais (flecha imediata + flecha diferida), o que introduz a necessidade de um estudo especial para os concretos de alta resistência.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Estruturas de concreto, quando solicitadas, apresentam fissuras na parte tracionada sendo que, devido ao grau de fissuração, a norma NBR 6118 (2014) apresenta a classificação de Estádios. No Estádio I, a tensão solicitante é menor do que a tensão de ruptura a tração do concreto, então considera-se que o concreto esteja resistindo ao esforço de tração. Por sua vez, no Estádio II, a tensão solicitante é maior do que a tensão de ruptura a tração do concreto e, desta forma, considera-se que o concreto fissurado não contribua em nada na resistência da estrutura à tração. Porém, sabe-se que o concreto fissurado contribui para a resistência da seção, pois o mesmo, entre as fissuras, continua aderido às barras de aço.

Há diversos métodos de cálculo para prever a flecha em vigas de CA. Esses modelos consideram a contribuição do concreto fissurado na rigidez da seção, além dos efeitos reológicos do concreto. Os modelos mais refinados utilizam a formulação do método dos elementos finitos (MEF) aliado a modelos constitutivos dos materiais, de maneira a obterem resultados mais realistas.

No Brasil, o dimensionamento das estruturas de CA deve atender aos critérios da NBR 6118 (2014), enquanto na Europa, o modelo adotado é o descrito no *fib* Model Code (2010). Na NBR 6118 (2014) há dois métodos de se calcular as flechas diferidas: o primeiro é um método refinado, descrito em seu anexo, enquanto o segundo é o método simplificado proposto por BRANSON (1968), juntamente com um fator α_f que considera o efeito da fluência do concreto, da mesma forma que o modelo do Código ACI 318 (2019). O modelo europeu do *fib* Model Code (2010) deriva do Manual do CEB (1985), que recomenda o método simplificado bilinear para o cálculo das flechas totais, porém, difere no cálculo do coeficiente.

2 Revisão bibliográfica

Assim, a fim de analisar e comparar os métodos de cálculo recomendados por normas e propostos por diferentes autores, alguns pesquisadores realizaram estudos comparativos com os resultados dos modelos, tendo alguns destes trabalhos descritos a seguir.

BARONI (2003) realizou um estudo comparando vigas de concretos especiais experimentais e o método de cálculo da NBR 6118:2003 e concluiu que o método simplificado proposto na norma forneceu valores abaixo dos registrados no experimento. Entretanto, utilizando o método do anexo A, foi possível aproximar as previsões da norma para os concretos convencional e de alta resistência, mas não para os demais concretos por ela estudados.

ARAÚJO (2004) comparou modelos de normas com os resultados obtidos por um modelo não-linear que realiza a análise pelo método dos elementos finitos. Os modelos de norma são: o método bilinear do CEB (Comité Euro-International du Béton), a fórmula prática do CEB/90, e a fórmula do ACI (American Concrete Institute) adotada na NBR 6118:2003. Os resultados de flechas nas vigas biapoiadas obtidos demonstraram que todos os modelos simplificados forneceram valores satisfatoriamente próximos aos valores obtidos pelo modelo refinado para o cálculo da flecha imediata, no entanto, ao calcular as flechas totais, enquanto os modelos europeus resultaram em valores condizentes com os obtidos pelo método dos elementos finitos, o modelo empregado pela norma brasileira forneceu valores muito abaixo do esperado.

DIAZ (2008) confeccionou 277 vigas experimentais de concreto armado – isostáticas e hiperestáticas - e submeteu-as a esforços de flexão para a determinação das flechas instantâneas e diferidas. Esses valores foram comparados com os encontrados pelo método do código ACI 318-2005 e por um método proposto pelo autor baseado na curvatura média da viga de concreto. Os valores encontrados foram similares, apresentando erros na faixa de 20%. O autor, por fim, ressaltou a precisão dos métodos simplificados, embora tenha enfatizado a clareza do sentido físico utilizado pelos métodos refinados.

SILVA (2006) comparou os métodos da NBR 6118:1978, NBR 6118:2003, o método indicado pelo CEB (Comité Euro-International du Béton) e o método ACI (American Concrete Institute) na obtenção dos valores de flecha total. Concluiu-se que os valores encontrados pelo método ACI e pela NBR 6118:2003 são muito próximos, enquanto a fórmula de Branson exhibe melhores resultados até 60% da carga última teórica. Comprovou-se que a introdução da fórmula de Branson na NBR 6118:2003 proporciona uma estimativa mais realista dos deslocamentos.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

POLLETO (2015) realizou a análise de fluência em vigas de concreto armado simplesmente apoiadas utilizando dados experimentais retirados da literatura, comparando com modelos que utilizam o método dos elementos finitos - MEF, além dos métodos indicados na NBR 6118 (2014) e pelo CEB-FIB 90. Os métodos simplificados das normas não apresentaram satisfatoriamente o comportamento da fluência, enquanto o método refinado forneceu valores próximo dos experimentais.

CARVALHO (2019) comparou os métodos de cálculo de flecha total provenientes do CEB-158 (1985), da NBR 6118 (2014) e o método exato proposto pelo autor, obtido através da integração da linha elástica. Foram implementadas em planilha Excel as rotinas de cálculo do modelo CEB 158 e os valores obtidos foram satisfatoriamente comparados com os fornecidos nos ábacos da mesma norma. Na comparação dos resultados para flechas de vigas biapoiadas, verificou-se o mesmo que ARAÚJO (2014): O método da NBR 6118 (2014) fornece valores abaixo do esperado para vigas pouco solicitadas, e superestima as mais solicitadas, mostrando resultados dispersos, enquanto o método do CEB varia menos quando comparado com o método exato.

JUNGES (2011) estudou alguns métodos simplificados e modelos refinados de cálculo de flecha imediata em vigas biapoiadas e contínuas de CA, implementando os métodos no programa computacional AVSer. Os métodos simplificados estudados foram o de Branson, aplicado como na NBR 6118 (2014) e conforme a publicação do IBRACON – Comentários técnicos da NB-1; além do método bilinear explicado no Manual CEB 1985. Para realizar a comparação, também foram implementados os métodos refinados MEV-Branson e MEV-Bilinear que utilizam a análise pelo MEF e diagrama momento-curvatura para consideração da não linearidade física. Como referência na comparação, adotou-se o modelo refinado de STRAMANDINOLI (2007). O estudo demonstrou que o modelo MEV-Branson forneceu valores mais próximos do modelo de referência. Posteriormente, JUNGES E LA ROVERE (2017) publicaram os resultados do estudo para as vigas contínuas.

CRUZ (2020) deu seguimento ao trabalho iniciado por JUNGES (2011) ao utilizar o programa AVSer modificado por PELLANDA (2020) para o estudo das flechas diferidas em vigas biapoiadas de CA, concluindo que os métodos brasileiros superestimam as flechas totais quando comparadas com as do modelo europeu. Além disso, mostrou que os valores dos métodos refinados são sempre inferiores que os valores dos métodos simplificados de uma determinada norma para os exemplos estudados.

Pretende-se então, dar continuidade às análises normativas realizadas por JUNGES (2011) E CRUZ (2020), utilizando novamente o programa AVSer para o estudo comparativo das flechas totais, agora em vigas contínuas de CA. Os métodos estudados e comparados estão descritos na seção seguinte.

3 Métodos para o cálculo de flecha de vigas de concreto armado

3.1 Método indicado pela NBR 6118 (2014)

Para o cálculo da parcela da flecha imediata, em que se considera a contribuição do concreto fissurado na rigidez à flexão da viga, a norma adota a fórmula de BRANSON (1968), cuja expressão de rigidez equivalente é como se segue:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (1)$$

Onde I_c é o momento de inércia da seção bruta do concreto; I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II; M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado; M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural e E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto, que pode ser encontrado pela eq. (2):

$$E_{cs} = 0,85E_{ci} = 0,85 \cdot \alpha_E \cdot 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (2)$$

Sendo que E_{ci} o módulo de elasticidade tangente inicial [em MPa]; α_E é um coeficiente que varia de acordo com o material do agregado utilizado, podendo variar entre 0,7 e 1,2; e f_{ck} é a resistência característica do concreto, em MPa.

Quando se utiliza uma seção de referência para todo o vão, considerando que parte dele se encontra no Estádio I e que o concreto fissurado contribuirá na resistência à tração da estrutura, utiliza-se o coeficiente $m = 3$; enquanto para o cálculo de uma seção individual adota-se $m = 4$.

Para calcular I_{II} , será necessário homogeneizar a seção e, para isso, utiliza-se $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$, sendo E_s o módulo de elasticidade do aço que, na falta de ensaio pode assumir o valor de 210 GPa.

Para calcular M_r utiliza-se a fórmula:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (3)$$

onde α é o fator que relaciona a resistência à tração na flexão e à tração direta, podendo assumir os valores 1,2, 1,3 ou 1,50; f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto e y_t é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada.

Após o cálculo da flecha imediata utilizando a rigidez à flexão descrita acima, a norma diz que se pode encontrar o valor da flecha diferida no tempo ao multiplicarmos a flecha imediata (a_i) por um fator α_f que considera o efeito da fluência. Esse fator é encontrado pela seguinte expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (4)$$

Onde $\Delta\xi$ é um coeficiente função do tempo que pode ser obtido calculado como se segue:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (5)$$

Sendo:

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Sendo t o tempo em que se deseja a flecha diferida (em meses); t_0 a idade referente à data de aplicação da carga de longa duração (em meses). Para casos em que parcelas da carga é aplicada em idades diferentes, usa-se o seguinte valor ponderado:

$$t_0 = \frac{\sum P_i t_{0i}}{\sum P_i} \quad (6)$$

Onde P_i é a quantidade de parcelas de carga e t_{0i} é a idade de aplicação da parcela (em meses).

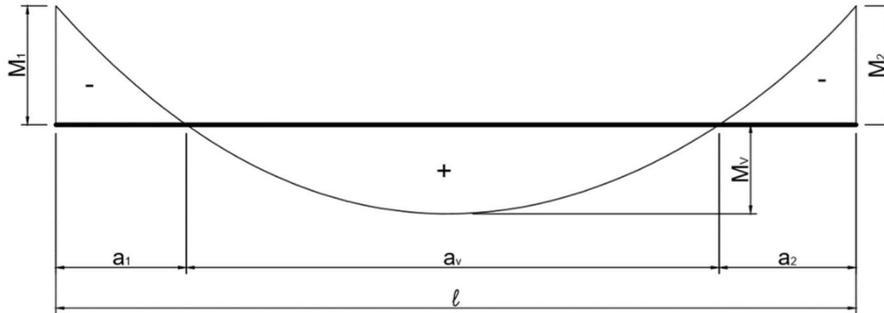
ρ' é calculado pela expressão $\rho' = \frac{A_s'}{bd}$ onde A_s' é a área de aço de compressão, b e d são a largura e a altura da seção, respectivamente.

Portanto, o valor da flecha total (a_f) pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$a_f = a_i (1 + \alpha_f). \quad (7)$$

3.2 Método ponderado pelo IBRACON (2015)

O Instituto Brasileiro do Concreto IBRACON (2015) compilou uma série de comentários técnicos a respeito da NBR 6118 (2014), onde é exposta uma consideração adicional para o cálculo da rigidez à flexão da viga. Em casos de vigas biapoiadas, o momento solicitante de cálculo apresentado por ela em condições normais de carregamento será positivo em todo o vão, admitindo uma taxa de armadura comprimida constante em todo o vão (quando houver), tornando o fator a_f constante em toda a viga e, portanto, pode ser calculado como disposto no item 2.1. Porém, em casos de vigas contínuas, haverá parcelas de momento negativo e parcelas de momento positivo em um mesmo vão conforme o diagrama da Fig. 1. Este modelo ponderado indicado pelo IBRACON (2015) recomenda calcular uma rigidez à flexão $(EI)_{eq}$ conforme o item anterior para cada trecho. Dessa forma, o $(EI)_{eq}$ do vão de uma viga contínua será encontrado conforme a eq. (8).



**Figura 1 – Diagrama de Momento Fletor de uma viga contínua e trechos considerados para a eq. (8).
Fonte: autor.**

$$(EI)_{eq} = \frac{1}{l} \left[(EI)_{eq,1} \cdot a_1 + (EI)_{eq,v} \cdot a_v + (EI)_{eq,2} \cdot a_2 \right] \quad (8)$$

Sendo $(EI)_{eq,1}$ o produto de inércia equivalente no trecho a_1 ; $(EI)_{eq,v}$ o produto de inércia equivalente no trecho a_v e $(EI)_{eq,2}$ o produto de inércia equivalente no trecho a_2 . Da mesma forma que o $(EI)_{eq}$ pode ser ponderado em trechos, o IBRACON (2015) orienta que o fator α_f , especificamente o ρ' , também pode ser ponderado nesses mesmos trechos.

3.3 Método Refinado MEV Branson

No item anterior foi exposto como o produto de inércia pode ser ponderado em trechos diferentes da viga. Este método é um refinamento de cálculo em relação ao método anterior. Neste Modelo dos Elementos de Viga baseado na equação de Branson, a viga é discretizada em vários elementos finitos de comprimento pequeno, sendo os deslocamentos e esforços nodais encontrados através da formulação de análise matricial. A rigidez equivalente $(EI)_{eq}$ é calculada para cada elemento a partir do diagrama momento-curvatura obtido através da fórmula de Branson, utilizando o expoente $m = 4$, da mesma forma que cada elemento terá o seu respectivo fator α_f calculado de forma independente. Neste modelo, pode-se obter ao final os deslocamentos em todos os nós dos elementos de viga.

3.4 Método Bilinear

A norma europeia *fib* Model Code (2010) recomenda o método simplificado bilinear para a estimativa de flecha em vigas de concreto armado. O valor da flecha é obtido por meio da seguinte equação:

$$a = \zeta a_{II} + (1 - \zeta) a_I \quad (9)$$

Onde a é a flecha no estado fissurado, obtida pela interpolação entre a_I , que é a flecha calculada no Estádio I e a_{II} , que é a flecha calculada no estágio II; ζ é o coeficiente de interpolação, calculado como se segue:

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (10)$$

Onde β é um coeficiente que leva em conta a influência da duração do carregamento, sendo $\beta = 1,0$ para carregamentos de curta duração; $\beta = 0,5$ para carregamentos de longa duração ou vários ciclos de carga e descarga; σ_s é a tensão calculada na base da seção fissurada (tensão atuante) e σ_{sr} é a tensão calculada na base da seção fissurada sob as condições de carregamento que causam as primeiras fissuras (tensão de fissuração). Para o cálculo da flecha diferida, a norma prevê uma alteração no módulo de elasticidade, mostrada na equação 11, a fim de que a rigidez da estrutura considere o efeito da fluência.

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi} \quad (11)$$

Onde: E_{cm} é o módulo de elasticidade na idade de 28 dias; φ é o coeficiente de fluência de acordo com o carregamento e intervalo de tempo considerado, calculado da seguinte forma:



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) \quad (12)$$

Onde

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (13)$$

Com

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad (14)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (15)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_0)^{0,2}} \quad (16)$$

Onde f_{cm} é a resistência à compressão do concreto na idade de 28 dias em [MPa]; RH é a umidade relativa do ambiente em [%]; $h = 2A_c/u$ é um tamanho em [mm], onde A_c é a área da seção transversal em [mm²] e u é o perímetro do membro em contato com a atmosfera em [mm]; α_1 e α_2 são obtidos por:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7}, \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad (17)$$

$\beta_c(t, t_0)$ é o coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo depois de aplicado o carregamento, calculado da seguinte forma:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (18)$$

Com

$$\beta_H = 1,2 \cdot h \cdot \left[1 + (1,2 \cdot RH/100)^{18} \right] + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad (19)$$

Onde h é dado em [mm], calculado por $h = 2A_c/u$, onde A_c é a área da seção transversal, em [mm²], e u é o perímetro do membro em contato com a atmosfera em [mm] e α_3 calculado conforme equação a seguir.

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (20)$$

Dessa forma, ao calcular a flecha utilizando o novo módulo de elasticidade modificado pelo coeficiente de fluência, a flecha calculada será referente à flecha total.

3.5 Método Refinado MEV CEB 2010

Este modelo refina o modelo simplificado bilinear. A viga é discretizada em elementos finitos de pequeno comprimento, e utiliza-se a formulação matricial para obtenção dos esforços e deslocamentos em cada nó. Nesse método, no entanto, é utilizado uma interpolação entre as curvaturas calculadas nos Estádios I e II. Essa equação pode ser manipulada para encontrar que a rigidez equivalente, calculada em cada elemento, partirá de uma relação entre a rigidez do Estádio I e II, como detalhado por JUNGES (2011) em sua dissertação. No caso de flechas totais, é indiferente calcular o módulo de elasticidade (alterado pelo coeficiente de fluência) para cada elemento ou para toda a viga, uma vez que os dados para o cálculo do coeficiente de fluência são constantes. O que irá diferenciar nos resultados é que, ao calcular o fator de interpolação pela eq. (10), o momento a ser utilizado será o atuante no Elemento de Viga, e não apenas o momento da seção mais solicitada.

3.6 Implementação computacional dos modelos estudados

Os métodos acima descritos estão todos implementados no programa computacional AVSer (Análise de deformações e esforços de Vigas de concreto armado em Serviço), sendo que, as rotinas de cálculo referentes à parcela imediata da flecha foram implementadas por JUNGES (2011), tendo seus resultados comparados



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

conforme descrito acima. Já a parte referente à parcela diferida foi implementada por PELLANDA (2020) visando complementar o programa iniciado por Junges fornecendo, enfim, os resultados de flecha total.

4 Vigas teóricas

Para a comparação dos valores de flecha imediata, JUNGES (2011) criou e dimensionou vigas contínuas de concreto armado de acordo com a NBR 6118:2007, variando a geometria, carregamento e, conseqüentemente, a taxa de armadura longitudinal, a fim de verificar a influência desses parâmetros nos valores de flecha imediata. Dada a dificuldade em encontrar vigas contínuas experimentais ensaiadas sob um carregamento permanente (carga de longa duração), estudou-se as vigas fornecidas por JUNGES (2011).

As vigas estão separadas por grupo, responsável por manter a mesma geometria e propriedades dos materiais. O grupo é indicado pelo primeiro algarismo após o traço, e o segundo algarismo o tipo de carregamento, sendo 1 para carga distribuída e 2 para cargas concentradas no meio dos vãos. O último algarismo representa a posição da viga dentro do grupo. A VC-311 é a primeira viga contínua (VC) do grupo 3 com carregamento distribuído, por exemplo. A geometria e propriedade das vigas podem ser consultadas na figura 2.

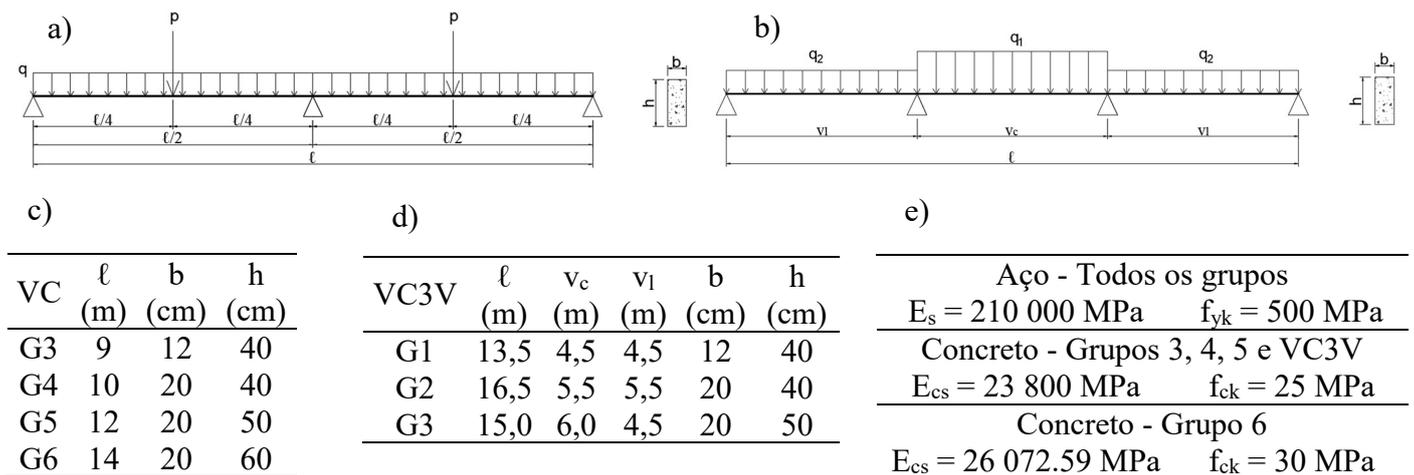


Figura 2 – a) Geometria e carregamento das vigas contínuas teóricas estudadas; b) Geometria e carregamento das vigas contínuas de três vãos estudadas; c) Dados da geometria para a figura 2a; d) Dados da geometria para a figura 2b; e) Propriedades dos materiais. Fonte: Autor.

Os carregamentos indicados na figura 2a estão descritos na tabela 1 sendo q o carregamento distribuído e p o carregamento concentrado. A próxima coluna mostra a porcentagem do vão que apresenta momento solicitante acima do momento de fissuração do concreto. Finalmente, são apresentados os valores de flecha total (aos 70 meses) calculados pelos cinco métodos estudados. A tabela 2 é semelhante à tabela 1 mostrando os dados para as vigas contínuas de 3 vãos como indicado na figura 2b.

Alguns valores foram admitidos para a realização dos cálculos: o carregamento foi aplicado 30 dias após a concretagem, a fim de preservar o tempo de cura do concreto; a NBR 6118 (2014) admite que após os 70 meses não há variação de flecha, enquanto o *fib* Model Code (2010) apresenta variação pouco significativa após esse tempo, logo adotou-se a flecha aos 70 meses como valor de flecha total; para o modelo europeu, adotou-se uma umidade de 75% por ser a umidade média da região de Vitória – ES; para os modelos refinados, as vigas foram discretizadas em elementos de 10 cm para análise no programa AVSer.

Como apresentado nas tabelas 1 e 2, o programa AVSer apresentou alguns erros no processo de cálculo das flechas diferidas, sendo o Erro 1 apresentado quando o número de processos iterativos ultrapassou o máximo suportado pelo programa (dificuldade de convergência) e o Erro 2 apresentado quando a viga atingiu o momento do início de plastificação.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Tabela 1 – Vigas contínuas estudadas com seus carregamentos e valores de flecha. Fonte: autor.

Viga	q (kN/m)	p (kN)	$M_{cqp} > M_r$ (% vão)	Flechas Totais (cm)				
				NBR 6118 Branson	Ibracon Branson	MEV Branson	Bilinear CEB 2010	MEV Bilinear
VC-G311	5,85	-	3,56	0,2651	0,2106	0,1879	0,2603	0,1758
VC-G312	10,50	-	43,11	0,5803	0,5249	0,4021	0,3783	Erro 1
VC-G313	15,15	-	64,44	0,8140	1,0283	0,8626	0,5225	0,4890
VC-G314	19,80	-	74,00	0,7884	1,1807	1,0975	0,6829	0,5779
VC-G321	1,20	11,65	1,11	0,1395	0,1486	0,1429	0,1857	0,1328
VC-G322	1,20	27,38	46,22	0,6684	0,7034	0,4688	0,4342	Erro 1
VC-G323	1,20	42,52	66,44	0,8278	1,0252	0,8748	0,5677	0,4851
VC-G324	1,20	55,34	72,44	0,8514	1,1421	1,0915	0,7388	0,5930
VC-G411	9,48	-	6,60	0,5650	0,3314	0,2956	0,4653	0,2609
VC-G412	13,48	-	38,40	0,9486	0,6299	0,5113	0,5632	Erro 1
VC-G413	17,48	-	57,20	1,0514	1,0979	0,9046	0,6264	Erro 1
VC-G414	21,48	-	66,60	1,1185	1,3904	1,1936	0,6806	0,6571
VC-G511	10,93	-	7,50	0,6969	0,4067	0,3635	0,4980	0,3151
VC-G512	15,55	-	48,83	1,1246	0,9348	0,7389	0,6577	Erro 1
VC-G513	22,17	-	64,50	1,2838	1,4829	1,2738	0,7626	0,6901
VC-G514	27,79	-	72,50	1,3925	1,7826	1,6244	0,8929	0,8598
VC-G521	2,50	18,17	0,00	0,1636	0,1691	0,1632	0,1674	0,1495
VC-G522	2,50	45,43	40,17	0,7955	0,7361	0,4674	0,5516	Erro 1
VC-G523	2,50	72,68	60,67	1,1750	1,3317	1,0501	0,7140	0,5843
VC-G524	2,50	109,02	72,83	1,5652	1,7529	1,6421	1,0044	0,8869
VC-G611	12,00	-	6,14	0,6805	0,4313	0,3798	0,5173	0,3209
VC-G612	21,00	-	53,00	1,3276	1,2354	0,9842	0,7604	Erro 1
VC-G613	27,00	-	65,29	1,3421	1,6735	1,4036	0,8164	0,7540
VC-G614	36,00	-	75,00	1,5198	2,0135	1,8430	1,0885	0,9711

Tabela 2 - Vigas contínuas de três vãos estudadas com seus carregamentos e valores de flecha.

Fonte: autor.

Viga	q ₁ (kN/m)	q ₂ (kN/m)	$M_{cqp} > M_r$ (% vão)	Flechas Totais (cm)				
				NBR 6118 Branson	Ibracon Branson	MEV Branson	Bilinear CEB 2010	MEV Bilinear
VC3V-G11	9,00	4,50	0,00	0,1563	0,1611	0,1564	0,2374	0,1465
VC3V-G12	19,00	9,50	43,56	0,7143	0,5581	0,4697	0,4485	Erro 1
VC3V-G13	29,00	14,50	65,33	0,9430	1,0304	1,0300	0,5726	0,5155
VC3V-G14	39,00	19,50	74,67	0,9355	1,2169	1,1901	0,7130	0,6193
VC3V-G21	18,85	9,43	8,00			Erro 2		
VC3V-G22	35,60	17,80	59,27	1,0351	1,0118	0,9683	0,6009	0,5023
VC3V-G23	39,85	19,93	64,73	1,0603	1,1753	1,1543	0,6377	0,5717
VC3V-G24	50,35	25,18	72,73	1,1655	1,4174	1,3650	0,7690	0,6895
VC3V-G31	11,90	11,90	6,67	0,3580	0,2757	0,2297	0,3460	0,2003
VC3V-G32	18,55	18,55	36,67	0,7114	0,5421	0,4505	0,4395	Erro 1
VC3V-G33	25,20	25,20	58,00	0,8637	0,9513	0,8590	0,5250	Erro 1
VC3V-G34	35,17	35,17	71,00	0,9477	1,2397	1,1294	0,7214	0,5862

5 Resultados

A influência da umidade nos modelos da norma europeia foi estudada por CRUZ (2020) concluindo que quanto maior a umidade, menores os valores de flecha, evidenciando a minimização dos efeitos de fluência e retração no concreto. Os modelos baseados na equação de Branson não incluem a umidade como parâmetro.

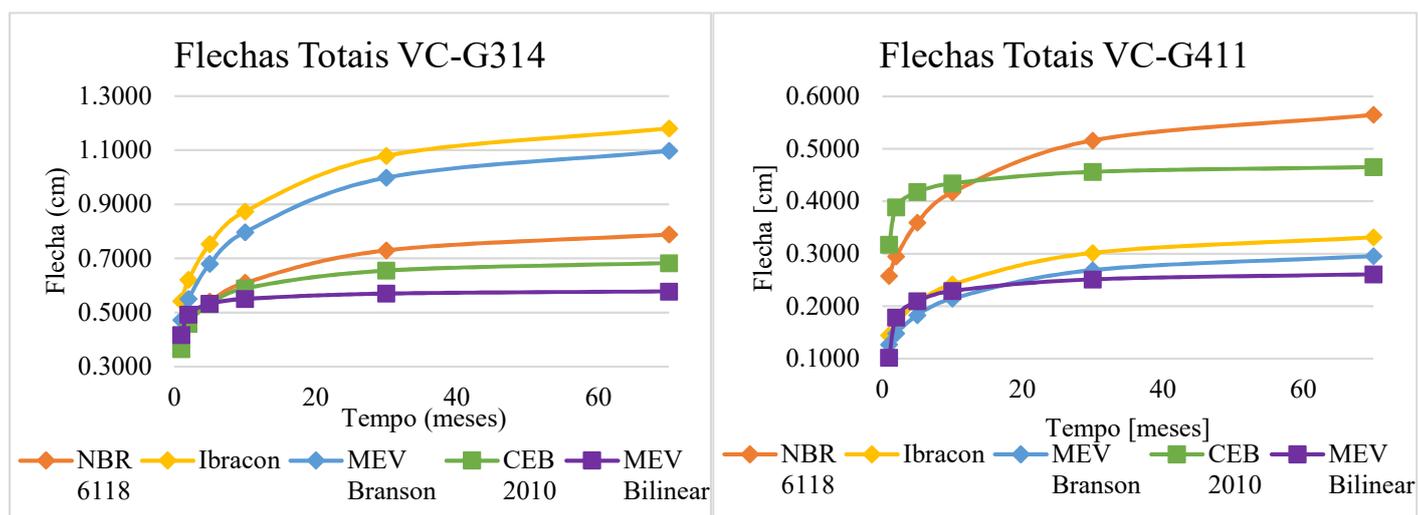


Figura 3 – Gráfico flecha x tempo para as vigas VC-G314 e VC-G411. Fonte: Autor.

Como mostrado na figura 3, os modelos da norma europeia desenvolvem os valores de flecha nos primeiros meses, variando pouco a partir do décimo mês, ao contrário dos modelos da norma brasileira onde há um ganho gradual de flecha ao longo do tempo. Nas vigas que possuem menor porcentagem do vão fissurado, como na viga VC-G411 da figura 3 que possui apenas 6,6% do vão fissurado, se mantém o observado por CRUZ (2020), em que os modelos simplificados fornecem valores sempre maiores que seus respectivos modelos refinados. Entretanto, ao aumentar a porcentagem do vão fissurado, se observa uma inversão quanto aos resultados dos modelos brasileiros, onde o método simplificado fornece valores menores que os refinados. Isso ocorre pois no método simplificado, a ponderação da equação (1) de Branson (M_r/M_a) assume o maior momento como se atuasse em toda a viga, o que é uma inverdade. Os modelos refinados, no entanto, utilizam o esforço atuante no elemento de viga, mostrando valores mais próximos a realidade.

Para os modelos na norma europeia se observa que ao aumentar a porcentagem do vão fissurado, o modelo simplificado passa a fornecer valores bem mais altos que o modelo refinado para cada viga estudada, devido à adoção do maior momento como atuante em toda a viga. No entanto, para as vigas pouco fissuradas, o modelo simplificado só apresenta valores maiores de flecha inicial, apresentando valor de flecha a 70 meses maior que o valor calculado pelo método refinado. Nas vigas estudadas, o método simplificado da norma europeia sempre forneceu valores maiores que o método refinado da mesma norma.

A mesma observação se aplica às vigas de três vãos estudadas. O modelo refinado MEV Bilinear forneceu os menores valores de flecha total para todas as vigas teóricas, enquanto os valores mais altos ora foram fornecidos pelo modelo simplificado da NBR 6118 e ora pelo modelo do Ibracon. Notou-se uma grande variação nos resultados obtidos. As maiores flechas calculadas assumiram valores de 1,5 à 2,2 vezes maior que as menores flechas em uma determinada viga estudada, já nas vigas de dois vãos foi observado uma variação de 1,13 à 2,28 entre os maiores e menores valores de flecha para uma mesma viga.

6 Conclusões

Mantendo a geometria constante e variando a carga, aumentando a taxa de armadura, notou-se um consequente aumento da seção fissurada e, obviamente, maiores valores de flechas totais. Nas vigas pouco fissuradas (menos que 10 % do vão) notou-se que, além de apresentar pouca variação na comparação entre os resultados



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

de todos os métodos, os modelos simplificados forneceram valores de flecha maiores que seus respectivos métodos simplificados, devido a não consideração das linearidades físicas. No entanto, ao aumentar a seção fissurada, os valores calculados pelo MEV-Brason e pelo Ibracon-Brancon superam os valores do método simplificado da norma brasileira. No modelo europeu observou-se que o aumento da seção fissurada faz com que os valores do método simplificado se aproximem dos valores do método refinado.

Diferentemente das vigas biapoiadas, onde observou-se que, para os métodos do Branson, os valores de flecha total têm relação direta com a flecha imediata, nas vigas contínuas se verifica a influência da taxa de armadura de compressão, tornando a evolução da flecha diferida dispare ao longo do tempo.

Os métodos devem então ser selecionados de acordo com a porcentagem do vão fissurado. Teoricamente, os métodos refinados fornecem valores mais reais por considerar o nível de fissuração real em cada elemento de viga, sendo então mais próximo da realidade, mas para uma análise simples ou preliminar, os métodos simplificados podem ser adotados com a ciência da disparidade entre os resultados. Além disso, ainda ficou evidente que os modelos europeus apresentaram valores de flechas menores em comparação com o modelo da norma brasileira, sendo portanto, por segurança, não recomendado para vigas contínuas.

7 Referências

- DINIZ, J. Z. F., FERNANDES, J. F. e KUPERMAN, S. C., Concreto: Ciência e Tecnologia: Retração e Fluência. IBRACON: Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 2011.
- BARONI, H. J. M., Avaliação do comportamento dos deslocamentos transversais ao longo do tempo em vigas de concreto armado não convencional. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT. NBR 6118, Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON FIB. Model Code 2010. Lausanne - Suíça, 2010.
- BRANSON, D. E., Design procedures for computing deflections. ACI Journal, September, 1968.
- ACI COMMITTEE 318. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19) and commentary. ACI standard. American Concrete Institute, 2019.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON – CEB. Design Manual on Cracking and Deformations. Lausanne, 1985.
- ARAÚJO, J. M., Processos simplificados para cálculo de flechas de vigas de concreto armado. Teoria e Prática na engenharia Civil, n.5, Rio Grande, 2004.
- DIAZ, L., Análisis comparativo de deformaciones experimentales em vigas de hormigón armado versus valores teóricos según procedimiento del código ACI 318-2005 y método propuesto. XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Santiago, 2008.
- SILVA, A. O. B., ARAUZ, A. C., e RODRIGUES, F. M., Estudo comparativo dos métodos de verificação da flecha em vigas de concreto armado. XXXII Jornadas Sulamericanas de engenharia Estrutural, Campinas, 2006.
- POLETTI, F. A. B., Análise da fluência em vigas de concreto armado simplesmente apoiadas usando o método dos elementos finitos. Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- CARVALHO, R. A., OLIVEIRA, V. H. D., PEREIRA, R. L. e MARTINS, P. C. R., Cálculo de flechas pelo modelo bilinear: rotina de cálculo e comparação de formulações. Anais do 61º Congresso Brasileiro do Concreto, Fortaleza, 2019.
- JUNGES, E., Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- STRAMANDINOLI, R. S. B., Modelo de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.
- JUNGES E., e LA ROVERE, H. L., Comparação entre modelos simplificados e de elementos finitos para flecha imediata em vigas contínuas de concreto armado. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, São Paulo, 2017.
- CRUZ, L. S., PELLANDA, L. C. e JUNGES, E., Comparison between simplified and refined models for calculating deflection in rc beams. XLI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering CILAMCE, Paraná - Brasil, 2020
- PELLANDA, L. C., Modelo para Verificação de Vigas de Concreto Protendido em Serviço. Qualificação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2020.
- INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO IBRACON. ABNT NBR 6118:2014 Comentários e exemplos de aplicação. SP 2015.