



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Análise de Sensibilidades Probabilísticas e Confiabilidade Estrutural em Treliças de Pontes Usando Ansys (Métodos Monte Carlo e Superfície de resposta)

Wilson Rodríguez Calderón¹, Myriam Rocío Pallares Muñoz², Julián Andrés Pulecio Díaz³

¹Universidad Santo Tomás / Posgrados / Tunja, Colombia. Email: wilroca50@hotmail.com

²Universidad Surcolombiana / Neiva, Colombia. / Email: myriam.pallares@usco.edu.co

³Universidad de Granada-Universidad Cooperativa de Colombia / Granada, España-Ibagué, Colombia. / Email: julpul7@correo.ugr.es, julian.puleciod@campusucc.edu.co

Resumo

O artigo mostra a aplicação e implementação de um modelo de elementos finitos adaptado para o cálculo de sensibilidades probabilísticas e confiabilidade estrutural em treliças de pontes metálicas utilizando o programa comercial ANSYS. Obtido, o modelo computacional é aplicado ao cálculo da sensibilidade probabilística e confiabilidade de um caso de armadura de ponte estrutural com variáveis aleatórias definidas, incluindo as áreas das barras, o comprimento de algumas barras chave para a configuração geométrica da treliça, o módulo elástico do material e as cargas aplicadas, para sua implementação é escrito um código de script em linguagem APDL da ANSYS para a parametrização do problema. Conclusões importantes são obtidas a respeito dos resultados de sensibilidade probabilística e da hierarquia de importância das variáveis em comparação com a função de estado limite de serviço e os resultados de confiabilidade estrutural encontrados com os diferentes métodos abordados (método de simulação direta de Monte Carlo Direto – MCD, método de Monte Carlo com Amostragem do hipercubo latino – MCLH e Método de superfície de resposta - RSM), os custos computacionais em tempo de CPU e, finalmente, a viabilidade do uso do ANSYS como alternativa para o cálculo da sensibilidade probabilística e confiabilidade estrutural e como possível candidato para testes de verificação contra os desenvolvimentos próprios dos pesquisadores do área. Uma introdução teórica é exposta anteriormente que envolve conceitos associados aos métodos utilizados pelo ANSYS para o cálculo da confiabilidade estrutural.

Palavras-chave

Confiabilidade Estrutural, sensibilidades probabilísticas, Método Monte Carlo, Método de Monte Carlo com Amostragem do hipercubo latino, Método de Superfície de resposta.

INTRODUÇÃO

O problema estudado neste artigo é inspirado no problema de um artigo apresentado por J.D. Sorensen et al. (SORENSEN ET AL., 1994). Procura-se explorar a sensibilidade da função de estado limite de serviço apresentada para o problema em relação às variáveis aleatórias que representam os parâmetros do problema, bem como, procura-se provar a eficiência computacional dos métodos de confiabilidade de Monte Carlo Direto (MCD), Monte Carlo com amostragem por hipercubo latino (MCLH) e Método de superfície de resposta (RMS) no ANSYS.

Compreender sensibilidades probabilísticas pode fornecer critérios de concepção e decisão para melhorar o comportamento de uma estrutura contra sua possibilidade de falha quando algum estado limite da estrutura analisada é ultrapassado.

O método Monte Carlo Direto geralmente tem um alto custo computacional, portanto alternativas de melhoria podem ser testadas, como a implementação de técnicas de amostragem (amostragem de hipercubo latino no



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

caso do ANSYS) ou substituindo o cálculo das simulações de Monte Carlo usando o modelo de elemento finito, com uma alternativa menos cara, como um polinomial de alto grau (Superfície de Resposta) com base nos parâmetros aleatórios ou variáveis do problema (com termos cruzados, se é necessário).

Para o cálculo polinomial que representa o que é chamado de superfície de resposta, é utilizada uma técnica específica de planejamento de experimentos (Design of Experiment - DOE) que minimiza avaliações implícitas (amostragem) da função de estado limite usando o modelo de elementos finitos. Obtidas as amostras dos parâmetros e a função de estado de limite usando o DOE, alguma técnica de regressão pode ser usada para encontrar a superfície de resposta ou interpolação polinomial e, assim, usá-la como função de estado limite em métodos de confiabilidade de primeira ordem FORM (First Order Reliability Methods) ou Monte Carlo (usado no caso da ANSYS). O uso desses métodos eventualmente leva ao cálculo da probabilidade de falha ou índice de confiabilidade, com alguma redução razoável no tempo ou custo computacional, isso substituindo a função de estado limite implícita do método de elementos finitos por uma função de estado limite explícita representada pela superfície de resposta.

ASPECTOS TEÓRICOS DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE CONFIABILIDADE EM ANSYS

Os métodos de cálculo de confiabilidade no ANSYS incluem os chamados métodos de simulação e métodos de superfície de resposta (ANSYS, 2016), no caso deste artigo, as possibilidades de cálculo são exploradas utilizando-se os métodos de simulação presentes no ANSYS, como o método Monte Carlo Direto e uma abordagem chamada Método Monte Carlo com amostragem pelo Hipercubo Latino, além disso, o método de superfície de resposta com a técnica de planejamento de experimentos chamada amostragem compósita central (central composite design - CCD) (GOMES, 2015). No cálculo de confiabilidade usando simulação, uma função de estado-limite que determina a falha da estrutura analisada é avaliada pela amostragem aleatória, normalmente essa avaliação sobre problemas estruturais é realizada empregando modelos de elementos finitos, desta forma o que é conhecido como índice de confiabilidade β é determinado. Abaixo está uma breve explicação do básico dos métodos explorados no programa de elementos finitos ANSYS. Por outro lado, é exibida uma breve descrição do cálculo das sensibilidades probabilísticas no ANSYS.

Método de simulação de Monte Carlo direto (MCD)

Tem-se um sistema ou estrutura cujo comportamento é regido por um conjunto de variáveis aleatórias $\mathbf{U} = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$, e a função de estado limite (F.E.L) $g(\mathbf{U})$ que define as regiões de falha e segurança e a função de densidade de probabilidade conjunta de variáveis aleatórias $f_U(\mathbf{U}) = f_U(U_1, U_2, \dots, U_n)$. No caso em que a função $g(\mathbf{U}) > 0$, isso indica que \mathbf{U} pertence à região segura ou domínio seguro (DS), caso contrário, a região de falha ou domínio de falha é estabelecido (DF) e se $g(\mathbf{U}) = 0$ o estado é de falha iminente. Em geral, a probabilidade de falha (P_f) de uma estrutura ou sistema pode ser calculado como:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{U}) < 0} f_U(\mathbf{U}) d\mathbf{U} = \int_{DF} f_U(\mathbf{U}) d\mathbf{U} \quad (1)$$

No entanto, a solução analítica da equação 1 é muito difícil e complexa de determinar, por isso é preferível ou busca-se calcular uma aproximação boa ou satisfatório. Na prática é possível calcular um estimador de P_f (Usa-se a notação, \hat{P}_f para esse estimador) pelo método de Monte Carlo (GOMES, 2015), assim:



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(U_i)] \quad (2)$$

Onde há uma função indicador I de tal forma que $I[g(U)] = 1$ para $g(U) < 0$ (Domínio de falha - D_F) y $I[g(U)] = 0$ para $g(U) > 0$ (Domínio de segurança - D_S). N é o número de simulações. Usando a equação 2, determina-se para cada amostra aleatória U_i o valor da função de estado limite g e isso, por sua vez, quando é avaliado dentro da função indicadora dará um valor de 1 ou 0, dependendo se é um ponto fica dentro do domínio de falha ou segurança, respectivamente, repetindo esta operação para todos os pontos de simulação N e somando os valores obtidos pela função indicadora, o valor da probabilidade de falha é obtida por uma contagem simples. Pode-se mostrar que o coeficiente de variação CV aplicado a \hat{P}_f pode ser calculado como (GOMES, 2015):

$$CV_{\hat{P}_f} = \frac{\sigma_{\hat{P}_f}}{\mu_{\hat{P}_f}} = \frac{\sqrt{\frac{P_f - P_f^2}{N}}}{P_f} = \sqrt{\frac{1 - P_f}{NP_f}} \quad (3)$$

Método de simulação de Monte Carlo com amostragem por hipercubo latino (MCLH)

Neste método, a amostragem é realizada de forma uniforme em um hipercubo cujo centro é o ponto de projeto (é um jeito para aplicar o método usando o ponto de projeto) como é mostrado na Figura 1 (RODRIGUEZ, 2020).

O método MCLH (IMAN e CONOVER, 1980) é uma aproximação do método MCD que busca sob a técnica de amostragem de hipercubo latino, diminuir o número de amostras a serem avaliadas para obter o valor da probabilidade de falha. A técnica de Amostragem por Hipercubo Latino (LH) é uma maneira avançada e eficiente de usar o método de simulação de Monte Carlo. A única diferença entre a técnica de amostragem direta e a amostragem de hipercubos latinos é que a amostragem de hipercubos latinos tem "memória", o que significa que pode evitar amostras repetidas que já foram avaliadas, ou seja, o agrupamento amostral é evitado. Também força as filas de uma distribuição a participar do processo de amostragem. Em geral, a técnica de amostragem de hipercubo latino requer entre 20 e 40% menos simulações do que a técnica de amostragem direta para obter os mesmos resultados com a mesma precisão, porém a economia em simulações pode variar dependendo do caso.

Na técnica de amostragem do hipercubo latino, a gama de todas as variáveis de entrada aleatórias é dividida em n intervalos com igual probabilidade, onde m é o número de pontos amostrais. O processo de geração de pontos na amostragem de hipercubo latino tem "memória", no sentido de que os pontos de amostragem não podem ser agrupados, pois estão estrangulados na respectiva faixa. Uma ilustração de uma amostra do tamanho 12 com o método hipercubo latino para duas variáveis aleatórias u_1 e u_2 ambas com distribuição uniforme podem ser vista na Figura 2.

Na prática é possível calcular um estimador de P_f (Usa-se a notação, \hat{P}_f para esse estimador) pelo método de Monte Carlo com amostragem por hipercubo latino (GOMES, 2015), assim:



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

$$\hat{P}_f = \frac{1}{nm} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m I[g(U_{ij})] \quad (4)$$

Onde as mesmas definições do método MCD são usadas para a função indicadora I e a função de estado limite $g(\mathbf{U})$.

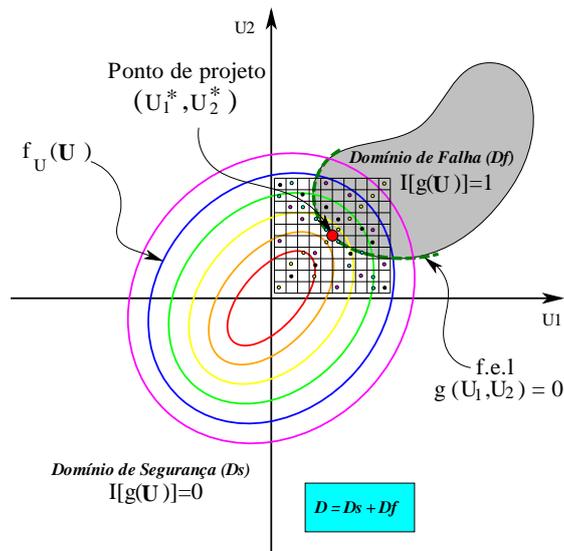


Figura 1– Descrição dos elementos básicos para o cálculo de probabilidade de falha pelo método de Monte Carlo com amostragem por Hipercubo Latino.

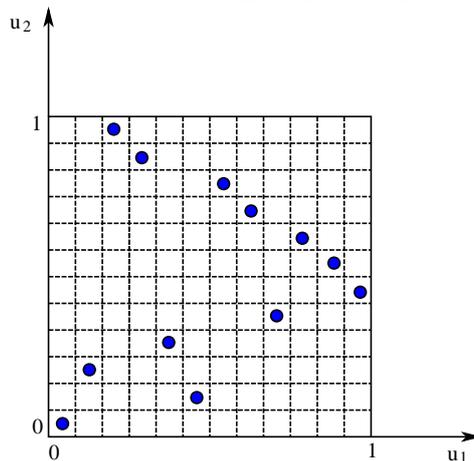


Figura 2 – Amostra de Tamanho 12 gerada com método de amostragem por hipercubo latino para duas variáveis aleatórias u_1 e u_2 (distribuição uniforme).

Pode-se mostrar que o coeficiente CV de variação aplicado a \hat{P}_f pode ser calculado como (GOMES, 2015):

$$CV_{\hat{P}_f} = \sqrt{\frac{1 - P_f}{nmP_f}} \quad (5)$$

Método de superfícies de resposta (RSM) e técnica de amostragem compósita central (CCD)

No caso da análise de confiabilidade com base no cálculo da função de estado limite $g(U)$ usando modelos de elementos finitos é muito conveniente em termos de custo computacional tentar substituir a resposta do modelo de elemento finito por um polinômio ajustado empregando alguma técnica de regressão, isso no sentido de que o cálculo explícito dum polinômio implica um custo computacional menor do que os cálculos implícitos dum modelo de elemento finito. O método de superfície de resposta busca substituir a função implícita de estado limite no modelo de elemento finito por um polinômio ajustado à amostragem gerada inteligentemente usando técnicas de planejamento de experimentos DOE. Em ANSYS MECHANICAL APDL existem duas técnicas DOE chamadas amostragem compósita central (CCD) e amostragem de matriz Box-Behnken (BBD) (ANSYS, 2016). A estrutura do polinômio geral da superfície de resposta no ANSYS é:

$$\hat{Y} = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i U_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n c_{ij} U_i U_j \quad (6)$$

onde: C_0 é o termo constante, C_i são os coeficientes dos termos lineares, C_{ij} são os coeficientes dos termos quadráticos e n é o número de variáveis aleatórias.

Neste artigo é utilizado o método de amostragem CCD. No método CCD cada variável de entrada aleatória tem pontos de amostragem localizados em 5 níveis, é útil especificar esses 5 níveis em termos de probabilidade, de modo que não importa o tipo de função de densidade de probabilidade da variável aleatória individual. Os cinco níveis de probabilidade de pontos amostrais são denotados como p_1 , p_2 , p_3 , p_4 e p_5 (ANSYS, 2016).

No método CCD gera-se três grupos de pontos amostrais (ANSYS, 2016) que são:

1. Ponto central: Os valores de todas as variáveis de entrada aleatórias têm uma função de probabilidade cumulativa que é igual a p_3 .
2. Pontos do eixo: há dois pontos para cada variável aleatória localizada na posição do eixo, portanto, tendo n variáveis aleatórias tem-se $2n$ pontos de eixo. Para cada eixo, um ponto leva valor correspondente a p_1 e o outro p_5 , mantendo o valor correspondente a p_3 para todas as outras variáveis aleatórias.
3. Pontos fatoriais: há 2^{n-f} pontos fatoriais. Onde, f é a fração da parte fatorial ou grupo que aumenta com o número de variáveis aleatórias n . Para pontos fatoriais, todas as variáveis de entrada aleatórias têm valores correspondentes às permutações de p_2 e p_4 .

Como exemplo ilustrativo para 3 variáveis de entrada aleatórias, o número de coeficientes da função quadrática com os termos cruzados é 10, o número fatorial f é 0, e o número de pontos de amostragem é 15, ou seja, 15 simulações são necessárias para ter os dados base para o ajuste polinomial onde calcula-se os coeficientes do polinômio completo representando a superfície de resposta. A Figura 3 mostra as configurações dos pontos de amostragem para o exemplo de 3 variáveis de entrada aleatórias.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS

7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

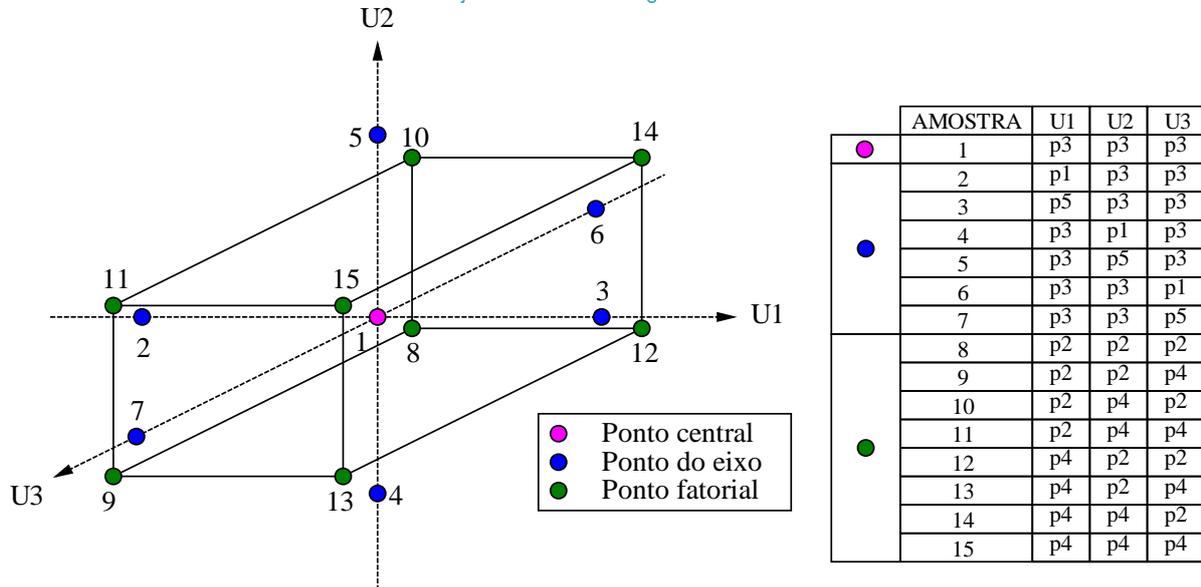


Figura 3 – Amostragem e Matriz de probabilidades pelo método CCD em um problema de três variáveis de entrada aleatórias.

Análise de sensibilidades probabilísticas usando o coeficiente de correlação de postos de Spearman

O coeficiente de correlação de postos de Spearman é utilizado como ferramenta para o cálculo de sensibilidades probabilísticas (ANSYS, 2016) uma vez que estabelece o nível de significância de uma variável aleatória em relação à função de estado limite em estudo. A expressão para o cálculo é:

$$r_s = \frac{\sum_i^n (R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum_i^n (R_i - \bar{R})^2} \sqrt{\sum_i^n (S_i - \bar{S})^2}} \quad (7)$$

onde:

R_i é posto de X_i dentro do conjunto de observações $[X_1 X_2 \dots X_n]^T$,
 S_i é posto de Y_i dentro do conjunto de observações $[Y_1 Y_2 \dots Y_n]^T$ e,
 \bar{R}, \bar{S} são os postos médios de R_i y S_i respectivamente.

Estabelecer a sensibilidade probabilística das variáveis aleatórias de um problema ou projeto permite definir critérios para investir e poupar dinheiro nas variáveis apropriadas que intervêm na confiabilidade de uma estrutura, pelo que é necessário investir dinheiro e esforço nas variáveis mais significativas para afetar positivamente a confiabilidade de uma forma eficaz e poupar dinheiro em variáveis insignificantes onde os cortes podem ser feitos sem afetar significativamente a confiabilidade de uma estrutura, desde que, naturalmente, seja humanamente possível intervir na variável aleatória presente no problema.

Há uma diferença entre as sensibilidades probabilísticas e sensibilidades determinísticas. As sensibilidades determinísticas são, na sua maioria, apenas informações de gradiente local. Inerentemente, as simulações de Monte Carlo sempre variam todas as variáveis de entrada aleatórias no ao mesmo tempo; assim, se as interações existirem, elas serão sempre refletidas corretamente nas sensibilidades probabilísticas (ANSYS, 2016).

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema abordado é inspirado no problema de um artigo apresentado por J.D. Sorensen et al. (SORENSEN ET AL., 1994). A Figura 4 mostra configurações geométricas, restrições e cargas. Para análise é proposto um estado limite de serviço, tomando como deflexão máxima no ponto médio da viga (nó 8) o valor de 75.0 mm como valor médio. A função de estado limite neste caso é:

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{s}) = 1.0 - \frac{\delta_8}{\delta_{lim}} \quad (8)$$

onde \mathbf{x} denota o conjunto de variáveis aleatórias pertencentes à estrutura (cargas, propriedades materiais e geometria estrutural, e deslocamento limite para o caso), o vetor \mathbf{u} representa o conjunto de deslocamentos envolvidos na função estado limite G , e o vetor \mathbf{s} denota o conjunto de efeitos de carga ou variáveis secundárias do problema envolvido na função estado limite G (tensões, forças internas, entre outros), δ_8 é a deflexão de controle calculada e δ_{lim} é o limite de deflexão definido pelo analista. Para o caso em particular G é uma função de \mathbf{x} e \mathbf{u} porque é uma função de estado limite de serviço.

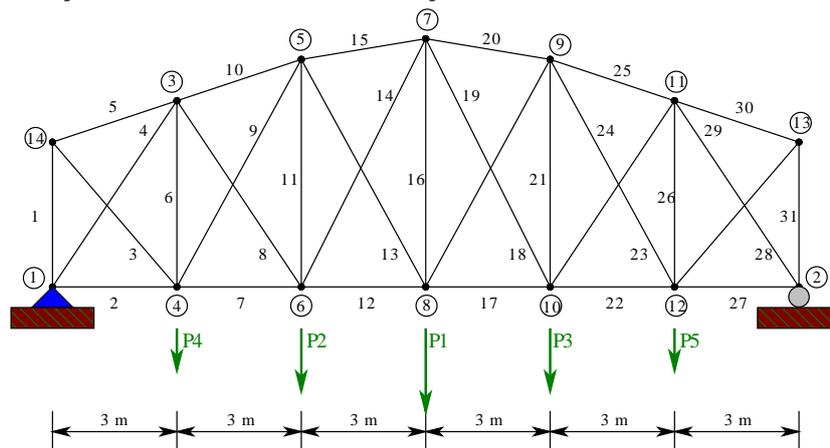


Figura 4 – Treliça de ponte plana: geometria, restrições e cargas.

O limite de deflexão médio de 75.0 mm escolhido para o problema é igual a 1/240 do comprimento da treliça, calculada como:

$$\delta_{lim} = \frac{6 * 3000}{240} = 75.0 \text{ mm} \quad (9)$$

As variáveis aleatórias do problema estão resumidas na Tabela 1. Existem 3 grupos de elementos de seção tubular, os elementos do cordão inferior compõem o grupo 1 (2,7,12,17,22 e 27), os elementos do cordão superior (5,10,15,20,25 e 30) e as diagonais extremas (3 e 29) são do grupo 2 e o restante corresponde ao grupo 3. Também pode-se ver como as coordenadas verticais do cordão superior são inseridas como variáveis aleatórias, a fim de incluir a influência de variações na forma do arco como um componente resistente deste tipo de configuração geométrica. As cargas, materiais e espessura dos tubos são levadas em consideração como variáveis aleatórias e como elemento especial do problema o limite de deslocamento vertical é considerado aleatório, uma vez que depende do comprimento da treliça que pode variar de acordo com fatores construtivos ou topográficos.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Tabela 1 – Tabela de variáveis aleatórias e seus parâmetros estatísticos característicos.

Variável	Unidade	Media	CV	Distribuição
d1	mm	100	0.10	Lognormal
d2	mm	110	0.10	Lognormal
d3	mm	50	0.10	Lognormal
E	MPa	199948.04	0.06	Lognormal
P1	N	400000	0.10	Lognormal
P2	N	300000	0.10	Lognormal
P3	N	300000	0.10	Lognormal
P4	N	200000	0.10	Lognormal
P5	N	200000	0.10	Lognormal
UYLIM	mm	75	0.10	Lognormal
Y14	mm	3500	0.014	Lognormal
Y3	mm	3700	0.014	Lognormal
Y5	mm	3900	0.013	Lognormal
Y7	mm	4000	0.013	Lognormal
Y9	mm	3900	0.013	Lognormal
Y11	mm	3700	0.014	Lognormal
Y13	mm	3500	0.014	Lognormal
ESP(espessura)	mm	20	0.050	Lognormal

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos implementados obtêm os resultados relatados na Tabela 2 para o estudo de caso, chamando a atenção para o método Monte Carlo Direto (MCD), o método Monte Carlo com amostragem por hipercubo latino (MCLH) e o Método de Superfície de Resposta com Amostragem Compósita Central (RMS-CCD).

Tabela 2 – Tabela de resultados de confiabilidade obtidos e tempo computacional associado para solução encontrada usando o módulo PSD ANSYS.

Método	Prob. De Falha(Pf)	Índice de confiabilidade (β)	CV _{Pf} (%)	Tempo CPU (min)
MCD (200000 sim)	2.95789e-003	2.7524	4.105	377.07
MCLH (Passo 1000) (sim 10000)	2.57621e-003	2.7973	19.677	18.05
MCLH (Passo 10000) (sim 100000)	3.01287e-003	2.7464	4.068	188.58
RSM-CCD (sim 1000000)	3.11487e-003	2.7354	1.789	5.32



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

Pode-se apreciar que os tempos no ANSYS em geral são importantes (com exceção do método RSM-CCD) para um tamanho de modelo de elemento finito relativamente pequeno, mesmo que esses resultados sejam obtidos usando memória compartilhada em 6 núcleos físicos da Estação de Trabalho utilizados para executar os testes; isso ocorre porque o ANSYS é um programa geral, que em alguns aspectos não pode ser adaptado para pular algumas etapas desnecessárias para resolver o problema, como calcular forças internas sobre os elementos para este caso.

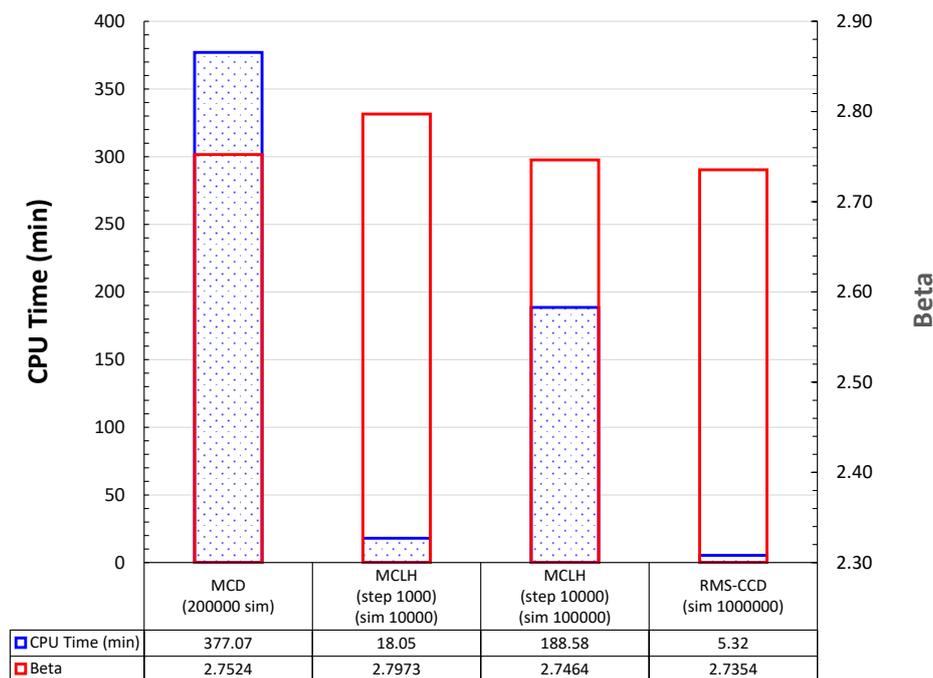


Figura 5 – Índice de confiabilidade e resultados de tempo computacional obtidos para problema de confiabilidade de treliça plana do ponte.

Pode ser visto na Figura 5 similaridade nos resultados encontrados entre o método MCD e sua aproximação MCLH, de tal forma que se vê que o método MCLH pode ser adequado em termos de tempo computacional para obter uma boa aproximação do índice de confiabilidade. Comparando-se os resultados obtidos com o método MCD e o método MCLH com 100000 simulações, pode-se ver que com a metade das simulações em relação ao método MC pode ser obtido um grau muito semelhante de aproximação que mostra o potencial da amostragem de hipercubo latino para reduzir o número de simulações para o mesmo nível de aproximação. O método RSM-CCD mostra fortemente que, neste caso, tem um custo computacional altamente competitivo, embora um milhão de simulações de Monte Carlo tenham sido realizadas usando a superfície de resposta calculada e o maior nível de precisão alcançado seja atingido ($CV_{Pf}=1.789\%$).

Por fim, o cálculo das sensibilidades probabilísticas foi realizado em todos os métodos, porém, apenas os resultados comparativos são mostrados nos Métodos MCD e RMS-CCD, uma vez que é de interesse saber se a análise de sensibilidade é afetada pela mudança na função de resposta utilizada no MCD, na qual é implicitamente calculada com as simulações realizadas pelo método de elemento finito e a função de resposta utilizada no RSM-CCD que corresponde ao polinômio ajustado por regressão. A resposta é que não há mudanças significativas e o método RSM-CCD mostra-se confiável na caracterização das sensibilidades probabilísticas do problema modelado. A Figura 6 (a) e (b) fornece correspondência satisfatória dos cálculos de sensibilidade probabilística utilizando os métodos acima.



XII CONGRESSO BRASILEIRO
de PONTES e ESTRUTURAS
7 a 11 de junho de 2021 - Congresso Virtual

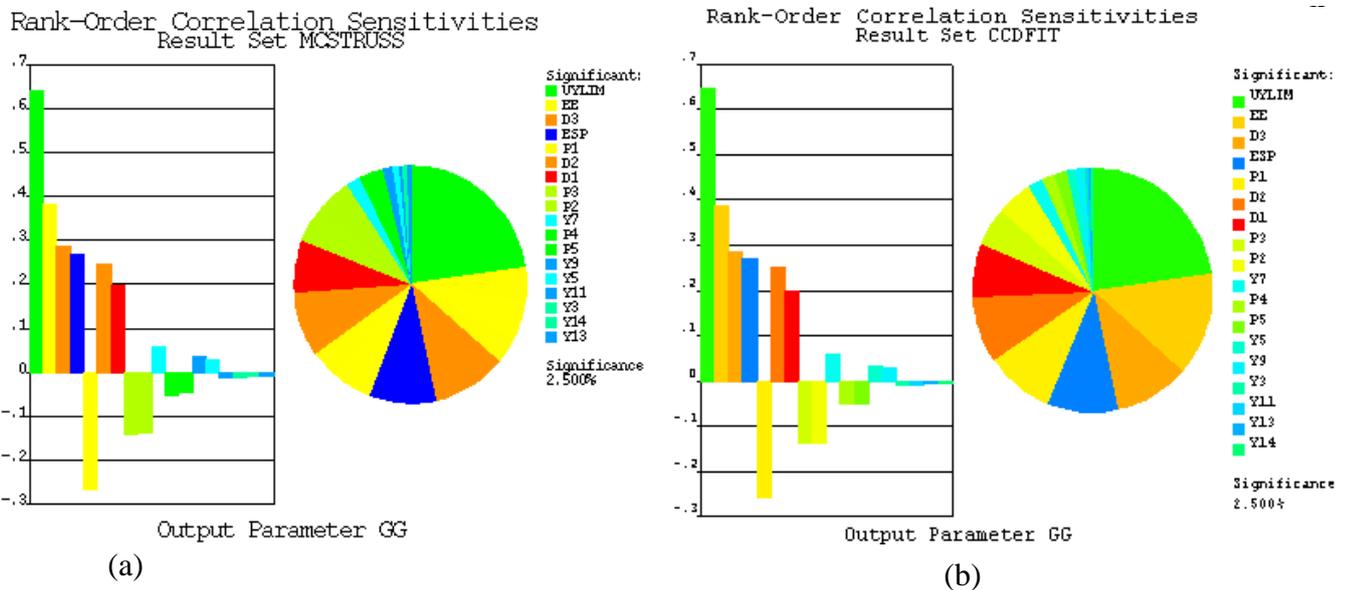


Figura 6 – Gráfico de barras e sensibilidade probabilística circular entre variáveis de entrada e função de estado limite GG, (a) método MCD, (b) método RSM-CCD.

CONCLUSÕES

- Os resultados obtidos nos métodos explorados, mostram que o método MCLH é altamente recomendado e que mais ou menos com cerca de 50% de simulações em relação ao método MCD podem ser alcançados níveis de aproximação semelhantes, no entanto, para o caso estudado o melhor método em precisão e baixo custo computacional é o método RSM-CCD.
- A escalabilidade do caso estudado mostra que é relativamente pequena, uma vez que apenas 6 núcleos dos 12 disponíveis na estação de trabalho utilizada são aproveitados.
- O caso estudado mostra a viabilidade do uso do programa ANSYS como ferramenta de comparação com novos desenvolvimentos implementados em pesquisas ou teses avançadas.
- Sensibilidades probabilísticas mostram que a variável mais significativa no cálculo da função de estado limite de serviço é o deslocamento limite central da treliça do ponte, pois é uma variável de controle, porém, afim de seguir o módulo elástico como característica do material constituinte, D_3 e a espessura dos tubos como valores representativos das seções transversais das barras associadas e, finalmente, a carga P_1 é destacada por ser a carga central diretamente colocada no ponto de controle da função de estado limite.

Referências

- SORENSEN J. D. et al., Reliability and Optimization of Structural Systems: “Interactive reliability-based optimal design”, Part two- technical contributions, p. 249-256. 1995.
- ANSYS, Inc. Theory Reference and Advanced Analysis Guide (Version 16.0), 2016.
- GOMES H.M, Apostila de confiabilidade estrutural, 2015.
- RODRÍGUEZ C. W., Análise de confiabilidade em problemas de interação solo – estaca incluindo campos estocásticos, Tese de Doutorado em Engenharia Civil – Estruturas, UFRGS, 2020.
- IMAN, R. L., W. J. CONOVER., Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models, with an Application to Risk Assessment. Communications in Statistics: Part A- Theory and Methods, v. A9, n. 17, p. 1749-1842. 1980.