

Comparação Entre Métodos de Análise na Determinação de Esforços Solicitantes Internos em Lajes Maciças

Calebe Martins Barbosa¹, Yuri Bessa Cesarino²

¹ Universidade de Brasília - UnB / PECC / calebe.com@hotmail.com

² UniCEUB/ Departamento de engenharia / yuri.cesarino@ceub.edu.br

Resumo

É de conhecimento geral que etapas referentes ao cálculo de esforços solicitantes internos (*ESI*) e deslocamentos em lajes maciças de concreto armado são tarefas que exigem certa atenção, visto que alguns parâmetros considerados podem impactar seu desempenho, como a interação e solidarização de elementos adjacentes e fissuração do concreto. Sabe-se que existem métodos de cálculo simplificados para lajes maciças que utilizam tabelas, tal como os métodos de *Kalmanok*, *Czérni* e *Barés*, onde há a possibilidade de obtenção de resultados satisfatórios. Assim sendo, foi feita uma investigação de um edifício residencial, em que foram comparados os resultados do cálculo simplificado de esforços internos das lajes maciças com métodos numéricos, através dos programas *TQS* e *Robot Structural Analysis (RSA)* - em que foi possível considerar a influência desses parâmetros. Foram calculados os momentos fletores das lajes armadas em duas direções através do método de *Barés*, e as flechas através dos métodos de *Kalmanok*, para situações correntes em lajes estruturas de concreto armado, e em seguida foram comparados com os resultados de modelagem dos programas comerciais. Foi possível concluir que a não consideração da flexibilidade das vigas de bordo, uma limitação do uso de tabelas no cálculo manual, pode trazer resultados significativamente diferentes em relação ao comportamento físico real da estrutura, a depender da geometria e condições de contorno da laje a ser analisada, podendo-se chegar a desvios percentuais no valor médio de, aproximadamente, 26,51% entre os momentos fletores e 42,13% nos deslocamentos.

Palavras-chave

Análise estrutural, lajes maciças, método de *Báres* e método dos elementos finitos.

Introdução

Na perspectiva atual da Engenharia Civil no Brasil, encontram-se soluções estruturais de edificações em que métodos simplificados de cálculo de esforços solicitantes em lajes maciças podem ser empregados para a etapa de análise e dimensionamento estrutural, tal como o *método de Barés*. Todavia, com o advento de computadores de alto desempenho para cálculos matemáticos, soluções numéricas mais sofisticadas, como o *método dos elementos finitos*, podem ser exploradas na etapa de análise estrutural destes elementos. Com isto, arquitetos carregam possibilidades de utilização de soluções de projeto com maior nível de complexidade, conferindo a vantagem da possibilidade de utilização de elementos estruturais mais esbeltos, maiores vãos, geometrias complexas, dentre outras soluções arrojadas.

Os sistemas de pisos, que compreendem vigas e lajes, são o conjunto mais pesado do projeto de edificações, e por isso, se cálculo deve ser o mais racional possível (Fusco, 1976, e Carvalho, 2009). As etapas referentes ao cálculo dos esforços solicitantes desses sistemas, são umas das tarefas de maior nível de complexidade na perspectiva de projetos estruturais de edifícios. Este fato ocorre por conta da consideração entre a interação entre estes dois elementos estruturais (vigas e lajes), dado que a rigidez relativa de ambos impacta de maneira significativa o valor dos esforços solicitantes nestes.

Existem diversos métodos simplificados de análise estrutural de lajes maciças, que podem ser

utilizados sem auxílio de quaisquer softwares. Dentre eles, pode-se citar o método de Marcos e o método de Barés - usualmente mais utilizados pela literatura. Não obstante, tais métodos simplificados podem levar a valores de esforços solicitantes que não retratem plenamente o comportamento físico real da estrutura (Carvalho, 2009, e Araújo, 2010), tendo em consideração que os mesmos não levam em conta uma análise com maior rigor a respeito da interação entre vigas e lajes.

Fazendo-se utilização de métodos de análise estrutural mais sofisticados, como o *método dos elementos finitos*, sobrevém a possibilidade de análises com maior nível de complexidade, se aprofundando em questões relativas à interação entre vigas e lajes, em como a rigidez relativa de ambos interferem em seus esforços solicitantes finais (Araújo, 2010).

Este artigo trata de um estudo comparativo do cálculo estrutural, em termos de utilização, do método simplificado, *método de Barés*, de cálculo de esforços solicitantes em lajes maciças com o uso das tabelas adaptadas de Pinheiro (1994), comparando seus resultados com uma análise numérica, *método dos elementos finitos e grelha equivalente*, contrapondo os resultados obtidos por meio nas duas análises distintas, e mostrando a sensibilidade do método simplificado.

Teoria das Placas - Base do cálculo simplificado

Estruturas de superfícies são ditas como elementos estruturais onde dois comprimentos principais são da mesma ordem de grandeza (comprimento e largura), e são consideravelmente maiores que o terceiro (altura ou espessura), Fusco (1976).

De acordo com a NBR 6118.2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, placas são classificadas como elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações normais a seu plano. Esta norma classifica, também, as chapas como elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações contidas em seu plano. Por fim, o normativo em pauta classifica cascas como elementos de superfície não plana.

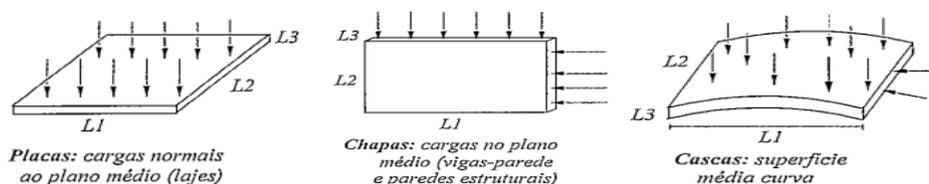


Figura 01: Classificação das peças estruturais por critério geométrico. Fonte: Clímaco, João Carlos Teatini, (2008).

Para o entendimento da teoria de Kirchhoff, que dita o comportamento de placas finas submetidas a forças perpendiculares ao plano médio da mesma, é de suma importância o entendimento de pontos importantes oriundos da teoria da elasticidade. Tais pontos se referem às relações entre tensões e deslocamentos para um corpo tridimensional generalizado submetido a tensões normais e tangenciais (Timoshenko, 1959, e Araújo, 2010). O estado de tensões em um dado local do sólido é definido pelas 9 (nove) componentes de tensões, expressas no tensor de tensões, indicado conforme Figura 02:

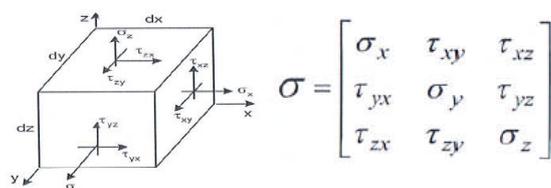


Figura 02: Elemento infinitesimal de volume submetido a um estado de tensões e tensor de tensões em um ponto no corpo submetido a ações. Fonte: Araújo, José Milton de (2010).

Por meio da compatibilização de deformações e deslocamentos no corpo, chega-se às equações que descrevem o comportamento do sólido. A partir da lei de Hooke, é estabelecida a relação entre as componentes de tensões e deformações. Para placas finas com deflexões de pequena ordem de grandeza, conforme a teoria de placas de Kirchhoff, segundo Araújo, José Milton (2010), são admitidas as seguintes hipóteses simplificadoras:

1. A placa possui material elástico linear, homogêneo e isotrópico;
2. O elemento apresenta espessura pequena em relação às outras dimensões;
3. As rotações da superfície deformada são de ordem de grandeza pequena;
4. Hipótese de Bernoulli, na qual as seções permanecem planas após o giro;
5. Os deslocamentos são pequenos em relação à espessura do elemento;
6. As deflexões são normais à superfície indeformada; e
7. As tensões normais à superfície média (cisalhamento) são desprezadas.

Os autores deste trabalho, todavia, gostariam de destacar que, apesar das hipóteses anteriores sustentarem a teoria das placas, elas naturalmente não retratam realisticamente o comportamento de lajes em concreto armado apoiadas em vigas de concreto, que são elementos *deformáveis* e que *fissuram a níveis baixos de tensões de tração* (Fusco, 1976).

A partir das análises do deslocamento de um ponto arbitrário na seção transversal da placa, empregam-se as relações de deslocamentos-deformações, considerando a hipótese 7 (onde foram desprezadas as tensões de cisalhamento), e fazendo-se o equilíbrio de momentos e esforços cortantes na placa, a equação diferencial que descreve o comportamento da placa é obtida, como indicado pela equação 01:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{D} \quad (01)$$

A equação diferencial descrita acima é conhecida como equação de Lagrange. Esta é caracterizada por ser linear, de quarta ordem, não homogênea, e seus coeficientes são constantes.

Método de Barés

Baseando-se em soluções numéricas por meio de séries da equação de Lagrange, Barés (1972) implementou tabelas de cálculos de esforços solicitantes em sua correção e simplicidade do método. As tabelas são baseadas em 9 casos distintos, a variar com o tipo de vinculação das lajes armadas em duas direções. Elas podem ser observadas na Figura 03:

Caso	Vinculação	Caso	Vinculação	Caso	Vinculação
1		2A		2B	
	Quatro bordas simplesmente apoiadas		Uma borda menor engastada		Uma borda maior engastada
3		4A		4B	
	Duas bordas adjacentes engastadas		Duas bordas menores engastadas		Duas bordas maiores engastadas
5A		5B		6	
	Uma borda maior apoiada		Uma borda menor apoiada		Quatro bordas engastadas

Figura 03: Definição dos nove casos de lajes retangulares pelo método de Barés. Fonte: Pinheiro, M. Barés, (2003).

Em casos de lajes contínuas ocorre a subdivisão virtual para fins de cálculo, onde são considerados como engastados os bordos de lajes adjacentes entre si, como pode ser observado na Figura 04.

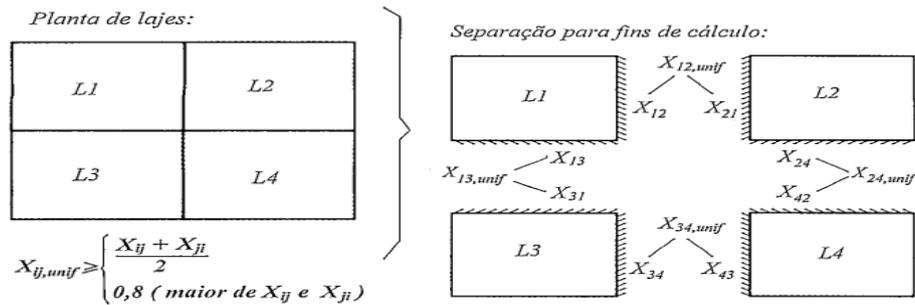


Figura 04: Divisão em casos de lajes contínuas, e recomendações da consieração dos momentos em regiões de fronteira. Fonte: Clímaco, João Carlos Teatini, (2008).

O método tabular traz as expressões a seguir para aferição dos valores dos momentos fletores positivos e negativos, conforme Equações 02 e 03:

1. Momentos positivos:

$$m_x = \frac{\mu_x \cdot p \cdot l_x^2}{100}; \quad m_y = \frac{\mu_y \cdot p \cdot l_x^2}{100} \quad (02)$$

2. Momentos negativos:

$$X_x = \frac{\mu'_x \cdot p \cdot l_x^2}{100}; \quad X_y = \frac{\mu'_y \cdot p \cdot l_x^2}{100} \quad (03)$$

Nota-se os coeficientes de correção dos momentos fletores, tendo como parâmetro de entrada a relação entre os vãos da laje ($\lambda = l_y/l_x$), sendo l_x sempre o menor vão da laje neste caso. É importante salientar que o Método de Marcos é também calculado de forma semelhante, contudo, seu método considera apenas 6 casos de apoio, só que l_x *não necessariamente* é o menor vão, a depender do caso.

As flechas são determinadas de acordo com a Equação 04, onde P representa o carregamento uniformemente distribuído sobre a placa, α é um coeficiente de cálculo para flechas elásticas que está relacionado às condições de contorno na laje (casos da tabela de Barés e coeficiente λ), l_x é o menor vão da laje, E representa o módulo de elasticidade longitudinal do material e h é a altura ou espessura do elemento de placa.

$$a = \frac{P l_x^4}{E h^3} \frac{\alpha}{100} \quad (04)$$

Conforme Araújo (2010), as tabelas encontradas na literatura podem apresentar algumas diferenças devido ao valor adotado para o coeficiente de Poisson e também pelas aproximações devidas ao truncamento das séries de Fourier.

Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos consiste em um método numérico com larga escala de aplicações, dentre elas encontra-se a análise de esforços e deslocamentos em placas. A metodologia em questão pode ser empregada em diversos âmbitos da Engenharia, tendo aplicações na análise estrutural, no fluxo de fluidos, na condução de calor, na dispersão de poluentes, e no eletromagnetismo. A metodologia consiste em subdividir o problema em um conjunto de pequenos elementos, chamados elementos finitos. A discretização do domínio forma uma malha, que, no caso bidimensional, para chapas ou placas, podem ser empregadas diversas categorias de elementos, tais quais elementos triangulares, retangulares ou isoparamétricos.

Com a utilização de um número adequado de elementos de superfície da laje, é possível obter soluções para praticamente qualquer geometria (SILVA, 2005). O método necessita de conhecimentos prévios de transformação linear de coordenadas de um ponto referencial para outro. Esta etapa é necessária

para chegar à matriz de transformação das barras dos elementos. Com base em metodologias distintas, tais quais métodos variacionais, energéticos, dentre outros, deduz-se as expressões da matriz de rigidez, vetor de forças e o vetor de deslocamentos, conforme Figura 06.

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ w_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ M_i \\ F_j \\ M_j \end{Bmatrix}$$

Figura 06: Matriz de rigidez e vetores de deslocamentos e forças. Fonte: Cook R. D. (2002).

Nota-se acima a relação entre a matriz de rigidez dos elementos, o vetor de deslocamentos e o vetor de forças. Assim, após montada a matriz de rigidez, a problemática a ser resolvida é a inserção das corretas condições de contorno do problema e resolução do sistema de equações, geralmente feita através de programa computacional, como aqueles utilizados neste trabalho. A resolução do sistema de equações anteriores dá como solução os deslocamentos nodais do sistema estrutural, que após o recálculo com as demais equações associadas ao método, produzem os esforços internos da estrutura.

Estudo de Caso

Para a modelagem utilizando o método dos elementos finitos, no estudo de caso, as lajes foram apoiadas em vigas de bordo, que foram previamente dimensionadas, com o auxílio do TQS, para seus respectivos casos. Nessa ocasião, portanto, a flexibilidade das vigas de apoio impactou os resultados dos esforços e deslocamentos nas lajes. Para uma comparação realista dos métodos de cálculo de esforços em questão, propôs-se a análise numérica de um pavimento tipo, previamente definido, com diversas lajes com características distintas entre si, considerando a flexibilidade das vigas e as ligações com os pilares.

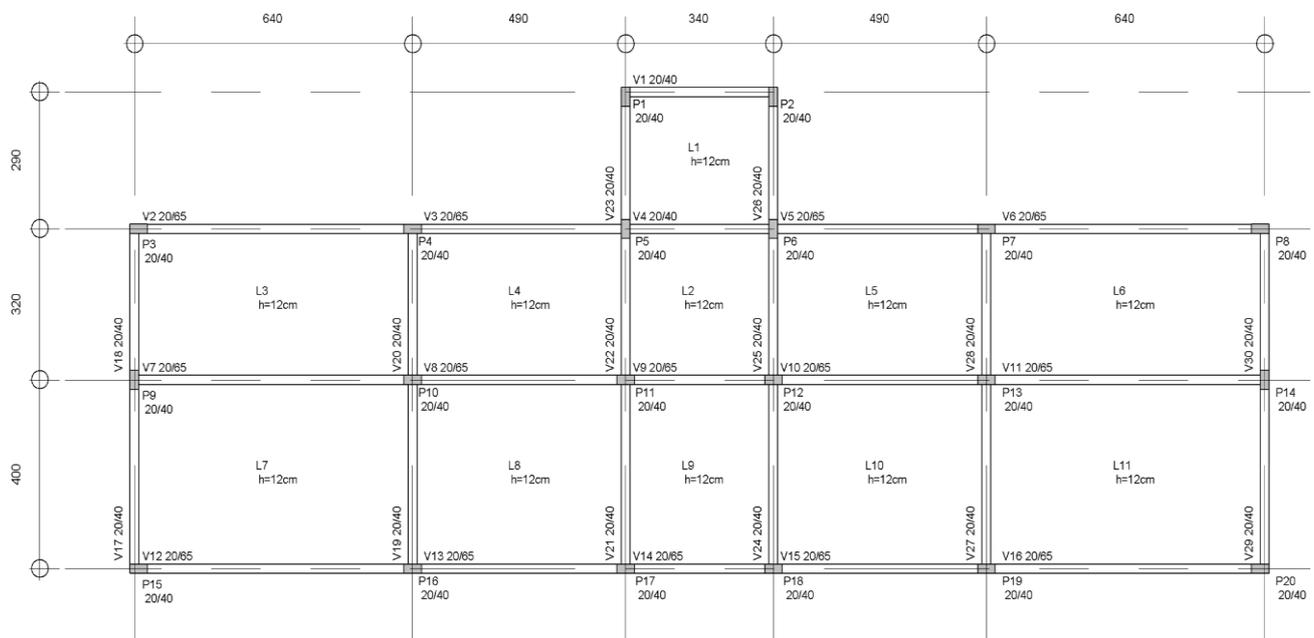


Figura 07: Forma pavimento tipo. Fonte: Autores.

O estudo de caso consiste em um pavimento tipo com 11 painéis de lajes em concreto armado. A estrutura foi dimensionada com o auxílio do software TQS, na qual foram utilizadas cargas fixas de 2 kN/m^2 e variáveis 2 kN/m^2 , distribuídas nas áreas das lajes, bem como o peso próprio da estrutura. O pavimento foi modelado com pé direito de 3,0m e o concreto escolhido para os pilares, vigas e lajes foi o C30. Uma ilustração do modelo no TQS encontra-se indicada na Figura 08:

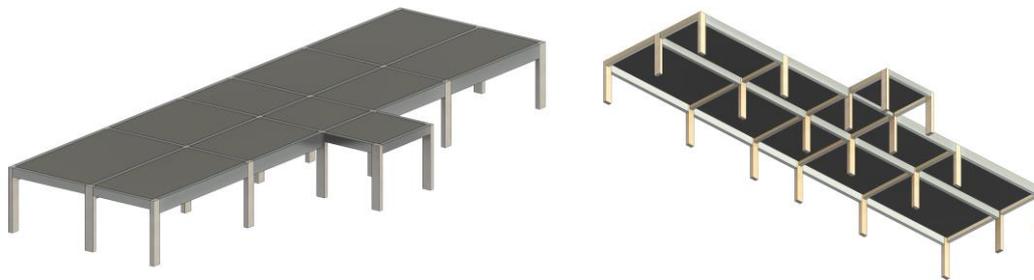


Figura 08: Estrutura 3D modelada no TQS. Fonte: Autores.

Foram dimensionados pilares de 20x40cm, vigas principais de 20x65cm e vigas secundárias de 20x40cm. A altura adotada para as lajes foi de 12 cm, conforme a forma do pavimento explanada na Figura 07.

Após o dimensionamento da estrutura no *TQS*, esta foi modelada no *Robot Structural Analysis (RSA)* para a análise dos esforços e deslocamentos via método dos elementos finitos. As lajes foram discretizadas por elementos finitos com tipo de malha *Delaunay* e modelo de cálculo como *casca*, com espessura de 12 cm. Os elementos finitos adotados possuem tamanho de 0,2 m, com *quadriláteros* e *tetraédros* de 4 nós. As vigas e pilares foram modelados como elementos de barras.

Foram aplicadas, na estrutura modelada no *RSA*, as mesmas condições de carregamento utilizadas no dimensionamento da estrutura no *TQS*. Uma ilustração do modelo no *RSA* é indicada na Figura 09:

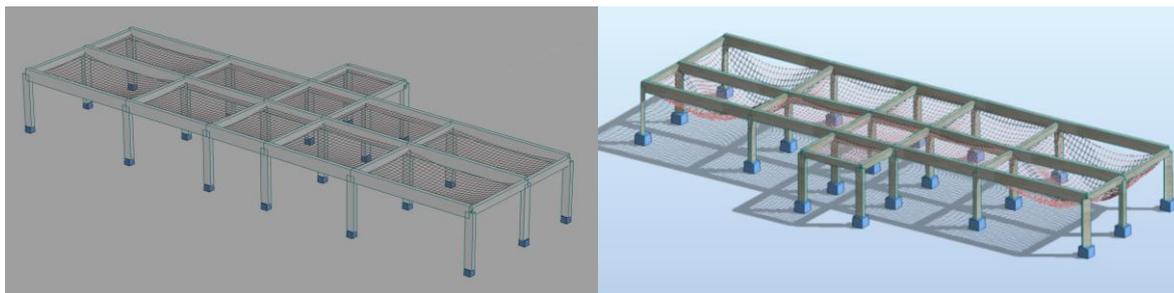


Figura 09: Estrutura 3D com deformação da laje discretizada em elementos finitos. Fonte: Autores.

Com o auxílio do *SMath* e das tabelas de lajes adaptadas de Pinheiros (1994), foram realizados os cálculos manuais dos momentos fletores nas direções x e y de todos os casos de lajes, bem como seus respectivos deslocamentos no eixo z.

A rigidez à flexão, das vigas, impacta de maneira significativa os esforços e as deformações das lajes. Tais deformações fazem com que o gráfico de momentos fletores, e os deslocamentos das lajes sofram alterações que irão variar de acordo com as características geométricas e mecânicas dos apoios lajes. Aspectos que também irão impactar de maneira significativa nos deslocamentos da estrutura são as considerações de fissurações do concreto em vigas. Para consideração dos efeitos da fissuração na flecha imediata da estrutura, pode-se adotar o modelo simplificado de Branson, onde são empregadas técnicas para a análise da estrutura trabalhando entre os estádios I e II de deformação do concreto. O modelo de Branson propõe uma inércia média que vai representar os trechos fissurados e não fissurados da peça, baseando-se em um método semiprobabilístico, utilizando-se a variação da tensão ao longo da seção transversal do elemento estrutural, utilizando-se expressões empíricas que fornecem o valor da inércia equivalente média (NBR 6118, 2014).

Resultados

Os resultados obtidos através das duas análises foram compilados em formato de tabela para efeitos de comparação. Observa-se abaixo o comportamento das lajes em termos de esforços e deslocamentos

obtidos por meio do RSA.

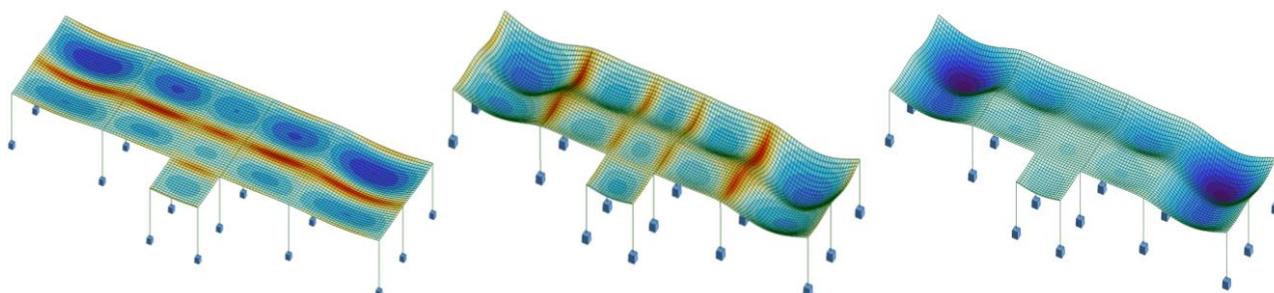


Figura 10: Mapas de momentos Fletores nas 2 (duas) direções x, y, com estrutura deformada e mapa de deslocamentos. Fonte: Autores.

A partir dos resultados obtidos pelo software, e pelos cálculos realizados de forma manual, foram arranjados os valores referentes aos momentos fletores e deslocamentos, que estão indicados nas tabelas abaixo, onde M_i são os momentos fletores positivos, X_i os momentos fletores negativos, λ a relação entre os vãos do pano da laje, $L0_i$ é a nomenclatura da laje isolada (Figura 07) e δ é o deslocamento em cm.

Tabela 01: Tabela de resultados via MEF, com momentos em kN.m/m e deslocamentos em cm. Fonte: Autores.

Lajes	λ	M_x	M_y	X_x	X_y	δ
L01	1,17	1,76	1,66	2,94	1,24	0,051
L02	1,06	1,29	0,98	3,83	2,55	0,031
L03 - L06	1,99	3,04	2,29	5,22	3,85	0,206
L04 - L05	1,53	2,34	1,19	5,85	3,85	0,058
L07 - L11	1,60	5,03	3,19	5,22	4,71	0,314
L08 - L10	1,22	4,11	2,01	5,85	4,71	0,155
L09	1,18	3,02	1,59	3,86	3,00	0,111
Máximos		5,03	3,19	5,85	4,71	0,31

Tabela 02: Tabela de resultados via método de Barés, com momentos em kN.m/m e deslocamentos em cm. Fonte: Autores.

Lajes	λ	M_x	M_y	X_x	X_y	δ
L01	1,17	2,00	1,28	4,53	1,28	0,035
L02	1,06	1,29	1,17	3,21	3,08	0,022
L03 - L06	1,99	3,32	0,93	6,93	4,78	0,073
L04 - L05	1,53	2,47	1,42	5,51	4,61	0,053
L07 - L11	1,60	4,54	1,88	9,85	7,39	0,153
L08 - L10	1,22	2,73	2,41	7,03	6,54	0,090
L09	1,18	2,08	1,16	4,75	3,78	0,039
Máximos		4,54	2,41	9,85	7,39	0,15

Nota-se que os momentos fletores positivos máximos nas duas direções, na maioria dos casos, foram maiores nos resultados obtidos via elementos finitos do que no método de *Barés*, como pode ser observado nos gráficos abaixo, indicando as curvas de valores de momentos em relação às suas respectivas lajes.

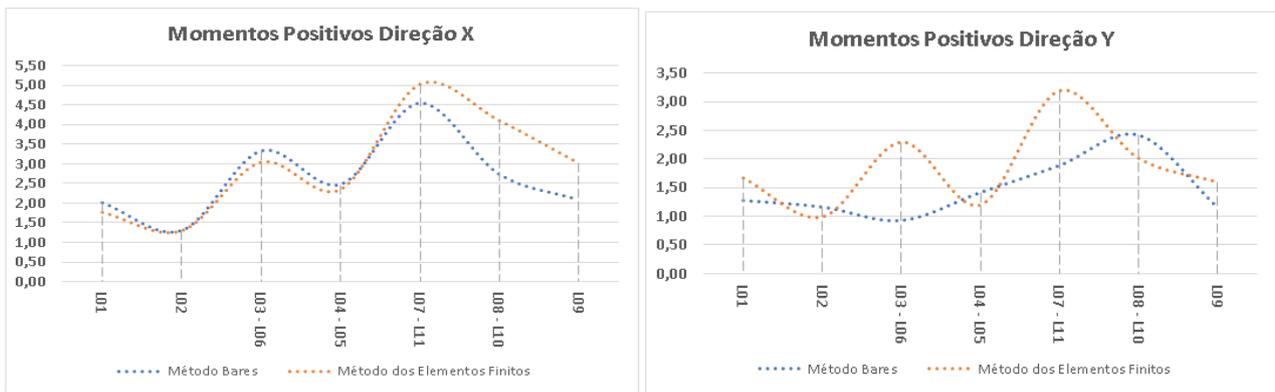


Figura 11: Curvas com valores de momentos fletores positivos em x e y, com as respectivas lajes. Fonte: Autores.

É válido ressaltar, a partir do gráfico da figura 11, onde nas lajes de maiores vãos, no caso, a Laje 07, Laje 11, Laje 08 e Laje 10, as vigas de bordo impactaram de maneira significativa nos momentos positivos na direção x, fazendo-se com que os valores atingidos via MEF mostraram-se de maior ordem de grandeza do que os obtidos pelo método de *Barés*. Observa-se, também, o aumento significativo nos valores de momentos positivos na direção Y na análise via MEF.

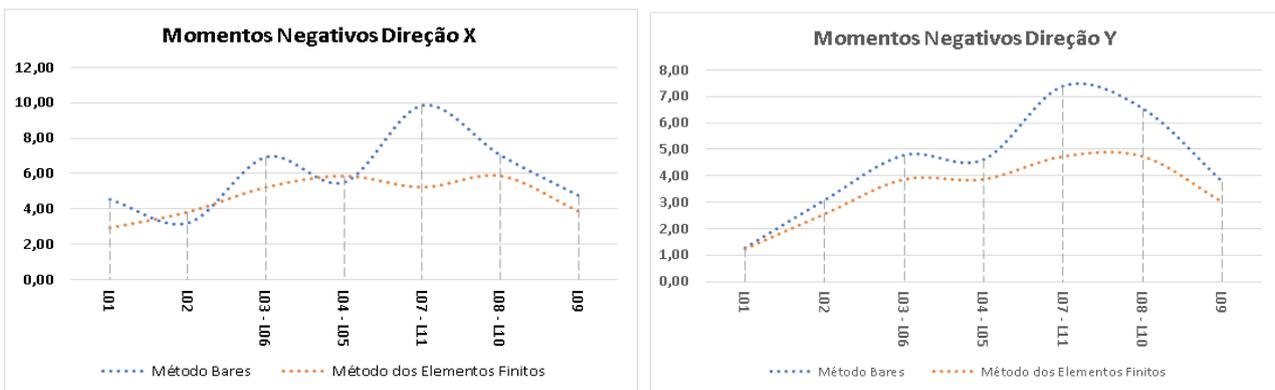


Figura 12: Curvas com valores de momentos fletores negativos em x e y, com as respectivas lajes. Fonte: Autores.

Analisando-se os gráficos da figura 12, é notável o maior valor nos momentos negativos na direção X no método de *Barés*, haja vista que no mesmo a viga de apoio foi considerada como completamente engastada. O mesmo efeito ocorre para a direção y, porém, agora, mais ressaltado por conta de as vigas na direção y, modeladas no RSA, serem menos rígidas do que as na direção x.

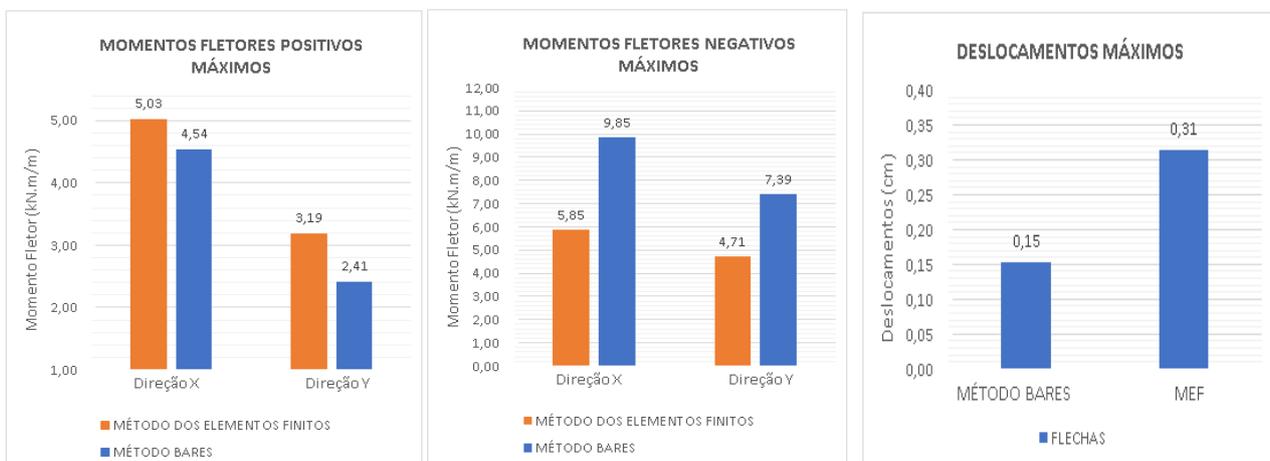


Figura 13: Gráfico com valores máximos encontrados para momentos fletores positivos, negativos e deslocamentos nas duas direções nas lajes. Fonte: Autores.

Pode ser observada a discrepância entre os valores máximos de deslocamentos encontrados nos dois métodos, no qual um valor se mostra quase duas vezes maior que o outro das lajes. Por isso, a própria NBR 6118.2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento recomenda a correção nos valores dos momentos por meio de coeficientes, que podem chegar até 25%. No *RSA* não foram considerados efeitos de fissuração e nem incrementos de segunda ordem para análise estrutural do pavimento tipo utilizado no estudo de caso.

Para efeitos de comparação, na modelagem via *MEF*, no *RSA*, a viga com maior deslocamento apresentou valor de flecha 0.86cm. Descontando tal valor de deslocamento da viga, no deslocamento de sua laje correspondente, de 0.310cm, a laje apresentará deslocamento absoluto de 0.124cm, se aproximando do valor obtido via método de *Barés*, fato que explicita o impacto da flexibilidade das vigas nas flechas das lajes.

Abaixo podem ser observados os valores de desvios percentuais entre os momentos positivos nas duas direções, os momentos negativos nas duas direções e os deslocamentos, aferidos com a utilização das duas metodologias em questão.

Tabela 03: Tabela comparativa de resultados de erros % do cálculo manual e por programas numéricos. Fonte: Autores.

Lajes	Mx	My	Xx	Xy	δ
L01	13,72%	22,88%	54,19%	3,24%	32,16%
L02	0,36%	19,01%	16,26%	20,98%	30,32%
L03 - L06	9,34%	59,25%	32,83%	24,21%	64,61%
L04 - L05	5,42%	19,08%	5,90%	19,81%	8,97%
L07 - L11	9,72%	40,95%	88,64%	56,89%	51,31%
L08 - L10	33,57%	19,99%	20,10%	38,92%	42,26%
L09	31,20%	26,81%	22,99%	26,02%	65,32%
MÉDIAS	14,76%	29,71%	34,41%	27,15%	42,13%

Conclusões

A partir dos dados expostos na sessão anterior, observa-se que as dimensões das lajes e as condições de apoio impactam significativamente nos resultados dos momentos fletores nas duas direções e nos deslocamentos das lajes.

Percebe-se que nas lajes L03-L06, do pavimento tipo utilizado no estudo de caso, que são as com maior coeficiente λ , que os valores de momentos na direção y divergiram de maneira significativa, apresentando desvio percentual de quase 60%. Tal fato mostra a importância de se aplicar um método de análise com maior teor de refinamento em casos específicos, pois, percebe-se que a não consideração da flexibilidade dos apoios fez com que os momentos fletores positivos e deslocamentos da laje apresentassem valores extraordinariamente menores do que a realidade, e momentos fletores negativos acima do esperado (o que pode gerar custos adicionais de materiais em projeto, além da incorreta previsão de taxas de armadura na laje - o que pode impactar o funcionamento da laje). Utilizando-se a mesma laje como modelo, observa-se desvio percentual de quase 65% entre os deslocamentos aferidos com a utilização dos dois métodos.

Já no caso das lajes L07-L11, percebe-se uma extrema divergência no valor dos momentos negativos na direção x e y , dado que os vãos das vigas de apoio desta laje são de aproximadamente 6,4m e 4m, fazendo com que a deflexão de tais elementos apresente valor de elevada ordem de grandeza, impactando diretamente nos momentos nos apoios das lajes. Logo, deduz-se, a partir do exposto, que as dimensões dos vãos das lajes impactam de forma significativa na precisão do método simplificado.

Em geral, as flechas se mostraram com desvios percentuais médios no valor de aproximadamente 42,13%, dado que demonstra o impacto gerado pela flexibilidade das vigas de bordo nas lajes, considerada no MEF e desconsiderada no método simplificado. É importante destacar que os efeitos de deformação lenta (fluência) não foram comparados neste trabalho por não ser objeto de estudo.

Logo, a partir dos resultados obtidos, vale salientar a importância de análises numéricas sofisticadas em casos de lajes mais complexas, haja vista a divergência dos valores obtidos via métodos simplificados e métodos numéricos. Entretanto, observa-se que para panos de lajes com dimensões pequenas e coeficiente λ com valor próximo de 1,00, alguns dos valores de momentos fletores positivos não mostraram divergência significativa. Esses resultados sugerem que distribuições mais uniformes de lajes têm resultados que se aderem mais aos valores numéricos encontrados. Constatase, também, a recorrência dos valores de momentos fletores negativos sempre maiores nos resultados obtidos via método de *Barés* do que os obtidos via método dos elementos finitos, fato encadeado pela idealização do engastamento nos apoios, pois no modelo físico real, observa-se que o apoio não é perfeitamente engastado, e sim flexível.

Percebe-se que quanto maior a rigidez das vigas de bordo adotadas na modelagem por MEF, maior semelhança surgirá nos resultados obtidos por meio do método simplificado, haja vista a consideração dos apoios como perfeitamente engastados no método de *Barés* - tendendo se aproximar das hipóteses de cálculo outrora mencionados. Logo, deduz-se, em relação aos resultados obtidos que o método de *Barés* apresenta análises satisfatórias apenas em casos de lajes com geometria simples, com $\lambda \cong 1,00$ e com vãos curtos, uma vez que os apoios recebem distribuição de carga mais uniforme do que as demais situações aqui evidenciadas. Portanto, os resultados desse trabalho proposto sugerem que o método simplificado de cálculo de lajes de maciças pode ser conduzido sem ressalvas desde que as vigas de apoio possuam elevado rigidez, caso contrário, notáveis diferenças de esforços podem ser observadas.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118:2014: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento.
- ARAÚJO, José M. de Avaliação dos métodos simplificados para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis. Escola de Engenharia da FURG, Rio Grande, 2008.
- ARAÚJO, José M. Curso de Concreto Armado. Volume 2, 3ª Edição Dunas, 2010.
- CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Barés Miranda. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. 2009.
- CLÍMACO, J. C. T. S. Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. Brasília: UnB, 2016.
- COOK, Robert D. et al. Concepts and applications of finite element analysis. John wiley & sons, 2007.
- FUSCO, Péricles B., Fundamentos do projeto estrutural. São Paulo, McGraw-Hill, 1976.
- PINHEIRO, L. M. Concreto armado: tabelas e ábacos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1994.
- SILVA, Marcos Alberto Ferreira da. Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado. 2005. 239 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Civil, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.
- TIMOSHENKO, Stephen et al. Theory of plates and shells. New York: McGraw-hill, 1959.