



XIV Congresso Brasileiro
de Pontes e Estruturas

Avaliação da Influência de Parâmetros Estruturais na Análise Modal de Pavimentos e Edifícios de Concreto

Júlia Maria de F. Moura¹, Petrus Gorgônio B. da Nóbrega², Selma H. Shimura da Nóbrega³

¹ Engenheira Civil, juliadefrancam@gmail.com

² Professor Dr. Titular, Departamento de Arquitetura, DARQ-CT-UFRN, petrus.nobrega@ufrn.br

³ Professora Dra. Titular, Departamento de Engenharia Civil, DEC-CT-UFRN, selma.nobrega@ufrn.br

Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte,

Campus Universitário – Lagoa Nova, Natal / RN, 59078-970

Resumo

Com o progressivo avanço tecnológico do material concreto e dos sistemas construtivos, as edificações resultam cada vez mais altas, esbeltas e relativamente flexíveis. Essa tendência acaba por reduzir as frequências naturais das estruturas e torná-las mais suscetíveis aos problemas relacionados às vibrações excessivas. Nesse contexto, importa mais realizar uma análise dinâmica com o objetivo de verificar o comportamento dos edifícios de concreto sob ações dinâmicas e, por consequência, sua adequabilidade aos critérios relacionados ao Estado-Limite de Serviço de Vibração Excessiva. O primeiro passo nesse sentido é efetuar uma análise modal da estrutura, aqui compreendida como a determinação de suas características dinâmicas fundamentais (frequências naturais e modos de vibração). Percebe-se, todavia, que a norma de projeto de estruturas de concreto, ABNT NBR 6118, ainda carece de indicações claras e objetivas acerca da ponderação dos principais parâmetros inerentes à obtenção dessas propriedades modais. O presente trabalho objetiva quantificar a influência de algumas variáveis (especialmente o percentual da carga de utilização e a fissuração dos elementos de concreto) na análise modal de pavimentos e de edifícios de concreto. Para isso, foram estudadas computacionalmente lajes isoladas, maciças ou nervuradas, e foram analisados dois edifícios reais diferentes, analogamente com tipologias de laje distintas (maciça ou nervurada). Os diferentes percentuais da carga variável de utilização a ser computada para compor a massa total da estrutura, bem como os diferentes ponderadores de redução de rigidez por fissuração dos elementos, permitiram estabelecer relações de influência de cada uma dessas propriedades na análise modal.

Palavras-chave

Análise dinâmica; Análise modal; Estado-limite de serviço; Vibrações excessivas; Dinâmica das estruturas.

Introdução

Sabe-se que na hipótese de a frequência natural da estrutura possuir valor próximo ao da frequência da ação de excitação, as deformações e os esforços solicitantes associados são amplificados, podendo os deslocamentos dos elementos estruturais tornarem-se perceptíveis e causarem desconforto aos usuários. Esse fenômeno é designado como ressonância e tem sido cada vez mais motivo de atenção dos engenheiros, dado que os edifícios modernos têm a tendência de ser esbeltas e flexíveis (portanto, mais suscetíveis às vibrações excessivas), mediante o avanço dos usos e tecnologias do concreto, a prática de uma arquitetura mais ousada e a evolução dos sistemas construtivos.

Alguns problemas envolvendo vibrações tornaram-se mundialmente famosos, como o do caso da *Millennium Footbridge* (Londres), a qual, já no dia da sua inauguração, apresentou oscilações excessivas pelo caminhar das pessoas sobre ela. No Brasil, perceberam-se diversos problemas em estádios de futebol e mais recentemente em edifícios altos e pavimentos de edifícios. Esse contexto evidencia a necessidade de uma maior atenção ao atendimento dos estados-limites de serviço (ELS), em especial ao estado-limite de serviço de vibrações excessivas (ELS-VE).

A verificação do comportamento das estruturas de concreto armado sob solicitações dinâmicas é basicamente composta por duas etapas: (1) análise modal, seguindo uma metodologia analítica ou experimental, para a determinação das frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura; e (2) análise dinâmica da resposta da estrutura, no domínio do tempo ou da frequência, com a aplicação das ações dinâmicas e a avaliação da resposta em termos de esforços (e/ou tensões) e deslocamentos (e/ou velocidades e/ou acelerações).

A norma brasileira que trata do projeto de estruturas de concreto, a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), a exemplo do código europeu *fib Model Code 2010* (FIB, 2010), prevê a dispensa da análise dinâmica completa para a verificação do ELS-VE caso a estrutura atenda ao critério da frequência natural fundamental mínima (f_1), de acordo com a atividade desenvolvida no pavimento (vide seção 23.3 da NBR 6118:2014). Este procedimento é chamado de Método da Sintonização da Estrutura (“*tuning method*”), conforme definido por BACHMANN *et al.* (1995), e o seu princípio lógico é evitar a possibilidade de ressonância afastando a frequência natural da frequência de excitação.

A problemática, no entanto, está na omissão da NBR 6118:2014 quanto a alguns detalhes de critérios para obtenção dos parâmetros fundamentais relacionados à análise (massa e rigidez). A indefinição dos ponderadores desses parâmetros pode gerar dúvidas além de ser decisiva para o atendimento ou não dos limites de frequência fundamental estabelecidos pela própria norma.

Nesse sentido, o presente trabalho trata da influência das duas propriedades que interferem nas frequências naturais das estruturas: a massa e a rigidez. Para isso, o artigo faz a aplicação de diferentes percentuais de carga variável e de coeficientes de não linearidade física para o módulo de elasticidade – o que representa de forma simplificada a diminuição da rigidez por fissuração – na análise modal de pavimentos e edifícios de concreto. As estruturas estudadas são duas lajes isoladas, sendo uma maciça e outra nervurada, e dois edifícios reais distintos, da mesma forma, com tipologia de laje maciça ou nervurada.

Análise Modal e Parâmetros de Influência

Um dos conceitos mais importantes na Dinâmica das Estruturas é o da frequência natural. Quando uma estrutura é perturbada, retirada da sua posição de equilíbrio, e lhe é permitido oscilar sem qualquer excitação dinâmica externa, de forma livre, ela vibrará em certas frequências: suas frequências naturais. Uma estrutura possui um número ilimitado de frequências naturais e, para cada uma dessas, está associado um perfil de movimento da estrutura chamado de modo de vibração (JOHANSSON, 2009).

Para uma estrutura “discretizada” (considerado o modelo discreto como uma simplificação do modelo contínuo) com múltiplos graus de liberdade, tem-se “ n ” frequências naturais, sendo “ n ” o número de graus de liberdade (GL) da estrutura. O processo de obtenção numérico das frequências e dos respectivos modos naturais de vibração é chamado de análise modal.

As frequências naturais da estrutura dependem de suas propriedades de massa e de rigidez (aqui incluídos os comprimentos dos vãos e as condições de vinculação), mas não das ações externas (BACHMANN; AMMANN, 1987). A primeira frequência (quando ordenadas de forma crescente) é a mais baixa e é referida como “frequência fundamental”, analogamente ao primeiro modo de vibração, chamado de modo fundamental. Para um sistema de n GL, linear e discretizado, tem-se a seguinte equação (que encerra um problema de autovalores e autovetores):

$$(K - \omega_n^2 M) \phi_n = 0 \quad (1)$$

Onde:

K = matriz de rigidez da estrutura, de ordem $n \times n$;

M = matriz de massa da estrutura, de ordem $n \times n$;

ω_n = n-ésima frequência natural circular (rad/s), sendo cada uma delas um número real;

ϕ_n = n-ésimo modo de vibração, sendo cada um deles um vetor de ordem n ;

Evidentemente, para um sistema 1GL a expressão se simplifica. A frequência natural circular ω (em rad/s) e a frequência natural f (em Hertz), podem ser expressas por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

Perceba-se, portanto, que a frequência da estrutura (entendido seu valor numérico) é inversamente proporcional à massa e diretamente proporcional à rigidez. Assim, caso alguma propriedade que as definam seja alterada, as frequências e os modos também mudarão.

Metodologia

Conforme já explanado, buscar-se-á avaliar a influência da variação de massa e da rigidez nos resultados das frequências naturais e dos modos de vibração de pavimentos e edifícios de concreto. De forma objetiva, quanto maior a massa, menores as frequências naturais da estrutura (dada a relação inversa), o que pode implicar no não atendimento do valor mínimo preconizado pela NBR 6118:2014. Por outro lado, elementos de concreto fissuram quando solicitados, por sua própria constituição, o que também provoca a redução das frequências (dada a relação direta).

Em relação à massa, sabe-se que as cargas aplicadas nos elementos estruturais, especialmente nas lajes, compõem-se das parcelas permanente e variável (ação de utilização). Perceba-se, todavia, que também existe um caráter permanente em certa fração da ação variável, e as normas usualmente não orientam o percentual desta que deve ser considerado na análise modal. Contudo, o texto da NBR 6118 (seção 23.3) que foi posto em consulta nacional em setembro/2022, e que deve permanecer na edição de 2023 estabelece expressamente: “As massas a serem consideradas nesta avaliação correspondem aos pesos definidos nas combinações de serviço frequente, de acordo com 11.8.3.1”. Ou seja, a ação variável principal seria multiplicada pelo ponderador ψ_1 , cujo valor é dado na Tabela 11.2 da norma, sendo 0,4 para áreas com ocupação residencial ou de hospedagem; 0,6 para áreas com ocupação comercial ou de escritórios; e 0,7 para bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens.

Assim, o procedimento utilizado neste artigo foi aplicar diferentes ponderadores para a carga variável, na faixa de 0,0 a 0,6 com acréscimos progressivos de 0,1, o que corresponde à consideração de 0 a 60% de carga variável de utilização; e o ponderador de valor 1,0 (100%) para o peso próprio e outras cargas permanentes.

Relativamente à rigidez, a NBR 6118:2014 prevê coeficientes para a rigidez, na sua seção 15.7.3, que incorporam a não linearidade física (NLF) de forma aproximada, mas no contexto da análise global dos esforços de 2ª ordem para o cálculo dos elementos nos estados-limites últimos (ELU). Embora esta norma não considere a diminuição da rigidez pela fissuração para a verificação dos elementos nos ELS (segundo suas subseções 14.5.2 e 14.6.4.1), indicando a análise linear com a seção bruta do concreto e o uso do módulo de elasticidade secante (E_{cs}), o estudo propõe-se a investigar a influência possível caso esse aspecto fosse considerado. Os resultados de análise modal foram então obtidos aplicando-se os coeficientes 1,0, 0,9 e 0,8 no valor do módulo de rigidez, em outras palavras, considerando-o com 0, 10 e 20% de redução pela fissuração.

Descrição dos modelos

Analisaram-se duas lajes isoladas, de tipologias e utilizações distintas. Esses dois casos foram importantes, pois, por suas simplicidades, permitiram maior controle da influência dos parâmetros inerentes à análise modal. Em seguida, dois edifícios reais foram considerados. Nestes, obtiveram-se os resultados relativos aos pavimentos tipos e ao edifício completo (por modelo de pórtico espacial sem e com as lajes integradas).

A classe do concreto das lajes isoladas e do Edifício 1 é C30 (módulo de elasticidade secante E_{cs} igual a 26.838 MPa), enquanto a do Edifício 2 é Classe 35 (E_{cs} igual a 29.403 MPa). Para todos os modelos o coeficiente de Poisson (ν) é igual a 0,2 e a densidade corresponde a 25 kN/m³, conforme a NBR 6118:2014, as armaduras resultantes são viáveis e razoáveis, o que garante o atendimento aos ELU, além das flechas situarem-se inferiores aos limites admissíveis.

a) Laje isolada maciça - Escritório

A laje é maciça, possui vãos 5 m x 6 m e 11 cm de espessura. Considerando a utilização para escritório e seguindo as recomendações da NBR 6120:2019 (ABNT, 2019), foi aplicada uma carga permanente adicional (relativa aos revestimentos) de 2,0 kN/m² e uma carga variável de 2,5 kN/m².



Figura 1 – Modelo da laje isolada maciça.

b) Laje isolada nervurada - Academia

A laje é do tipo nervurada em duas direções com dimensões de 6 m x 7 m. A altura da nervura é de 26 cm com capa 8 cm, sendo que as nervuras possuem 7 cm de largura e espaçamento entre os eixos de 61 cm. Nesta laje foi considerada a utilização para academia; assim, as cargas aplicadas foram de 2,0 kN/m² permanente adicional (relativa aos revestimentos) e 5,0 kN/m² variável.



Figura 2 – Modelo da laje isolada nervurada.

c) Edifício 1

A estrutura é de um edifício real residencial composto por 23 pavimentos com altura entre pisos de 2,7 m e área do pavimento-tipo de 196 m². As lajes são maciças.

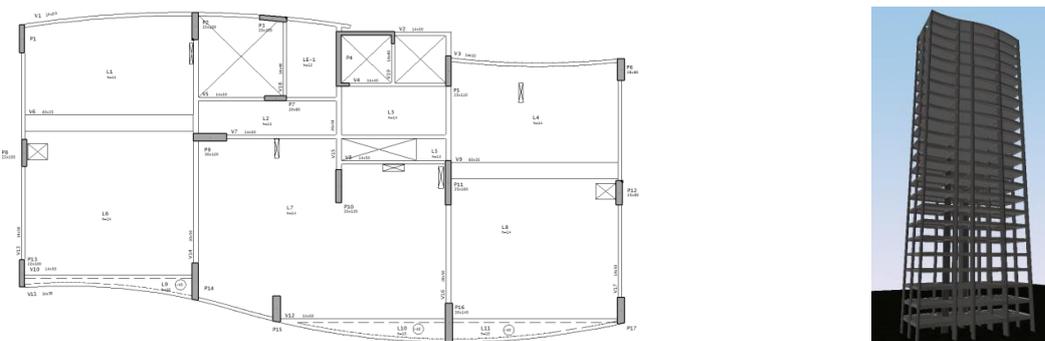


Figura 3 – Modelo do Edifício 1.

d) Edifício 2

A estrutura é de um edifício real residencial composto por 22 pavimentos com altura entre pisos de 2,88 m e área do pavimento-tipo de 263 m². As lajes são nervuradas com capitéis na região dos pilares (e lajes maciças menores na região do hall social e área de serviço).

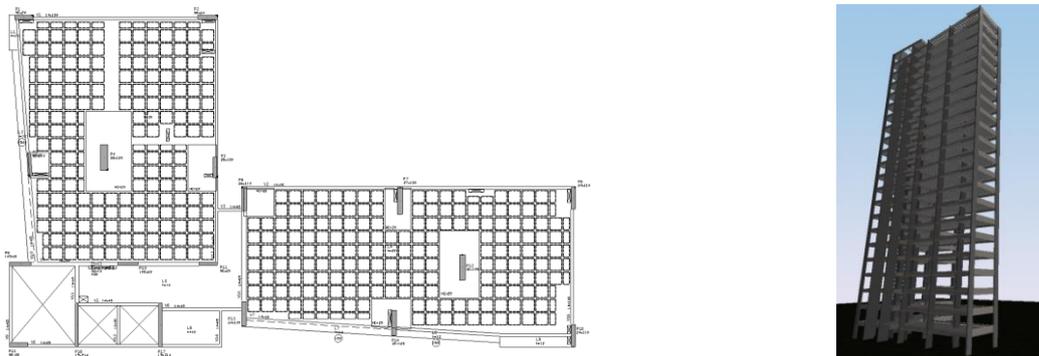


Figura 4 – Modelo do Edifício 2.

Software e modelos computacionais

Para todas as análises utilizou-se o *software* comercial TQS, versão 23.4, o qual possui um módulo específico para análise dinâmica com recursos de análise modal e *time-history*. Um aspecto importante a destacar neste programa são os chamados “Modelo IV” e “Modelo VI”. O Modelo IV considera, separadamente, os pavimentos como grelhas (lajes + vigas) e o pórtico espacial composto por vigas e pilares sem os pavimentos incorporados; já o Modelo VI considera conjuntamente todo o pórtico espacial acrescido dos pavimentos em grelhas. Em ambos os modelos são feitas as diversas flexibilizações das ligações, o que não será discutido aqui.

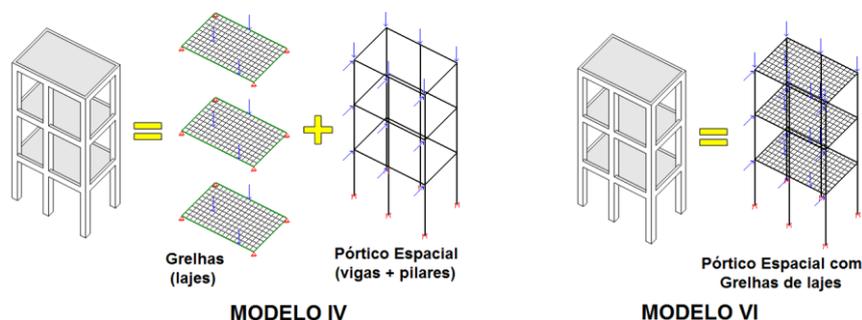


Figura 5 – Modelos IV e VI do TQS (adaptado de <https://docs.tqs.com.br/Docs>).

Outro ponto que deve ser ressaltado foi a redução da rigidez, a qual representa simplificada a fissuração do concreto. O TQS apresenta uma particularidade: para o pórtico espacial, este recurso está disponível tanto no Modelo IV como no Modelo VI. Para as lajes, entretanto, essa possibilidade só existe no Modelo VI (as seções das lajes, no Modelo IV, são admitidas com rigidez integral).

Assim, os resultados para as lajes isoladas e para os pavimentos de cada edifício foram obtidos pelo Modelo VI, a fim de possibilitar a incorporação da NLF (evidentemente, o Modelo VI com 100% de rigidez corresponde exatamente ao Modelo IV), e os resultados dos edifícios foram obtidos pelo Modelo IV (sem as lajes incorporadas) e pelo Modelo VI (com as lajes incorporadas).

Por último, salienta-se que no TQS os coeficientes que reduzem a rigidez dos elementos limitam-se exclusivamente a alterar a rigidez à flexão $\chi (E_{CS} \cdot I)$, onde χ assume um valor arbitrário, não havendo influência na rigidez axial ou à torção ou ao cisalhamento. Isto, de certa forma, segue o estabelecido na seção 15.7.3 da NBR 6118. Caso deseje-se alterar todas as rigidezes, o único procedimento possível é impor diretamente o valor do módulo de elasticidade secante do material nas configurações, $\chi (E_{CS})$, influenciando todos os elementos da matriz de rigidez. Demais detalhes deste procedimento e do impacto destas alternativas podem ser consultados em MOURA (2022).

Resultados e discussões

a) Análise das lajes isoladas

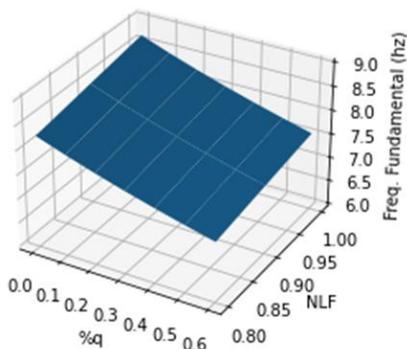
As Tabelas 1 e 2 reúnem as frequências fundamentais obtidas para a laje isolada maciça e nervurada, respectivamente, considerando diferentes porcentagens da carga variável de utilização (representada por “q”) combinadas com diferentes níveis de redução da rigidez à flexão (pela NLF) ou por imposição direta do valor do módulo de elasticidade secante (o que modifica todas as rigidezes). Tais valores podem ser convenientemente representados por gráficos 3D (Figura 6).

Tabela 1 - Frequências fundamentais para a laje isolada maciça (Hz)

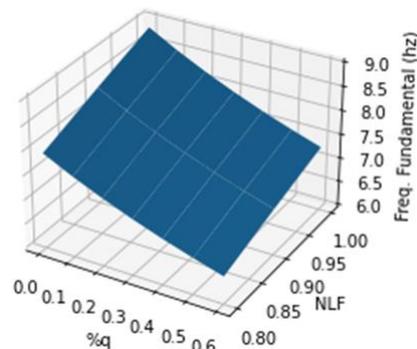
(% q)	1,0 ($E_{CS} \cdot I$)	0,9 ($E_{CS} \cdot I$)	0,8 ($E_{CS} \cdot I$)	1,0 (E_{CS})	0,9 (E_{CS})	0,8 (E_{CS})
0	8,682	8,474	8,260	8,682	8,235	7,766
0,1	8,460	8,258	8,049	8,460	8,025	7,568
0,2	8,255	8,057	7,854	8,255	7,831	7,384
0,3	8,064	7,871	7,672	8,064	7,650	7,213
0,4	7,886	7,697	7,503	7,886	7,480	7,054
0,5	7,719	7,534	7,344	7,719	7,322	6,904
0,6	7,562	7,381	7,195	7,562	7,173	6,764

Tabela 2 - Frequências fundamentais para a laje isolada nervurada (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{CS} \cdot I$)	0,9 ($E_{CS} \cdot I$)	0,8 ($E_{CS} \cdot I$)	1,0 (E_{CS})	0,9 (E_{CS})	0,8 (E_{CS})
0	8,841	8,393	7,917	8,841	8,387	7,908
0,1	8,510	8,078	7,620	8,510	8,072	7,611
0,2	8,214	7,797	7,355	8,214	7,791	7,346
0,3	7,946	7,543	7,115	7,946	7,537	7,107
0,4	7,703	7,312	6,897	7,703	7,307	6,889
0,5	7,481	7,101	6,699	7,481	7,096	6,691
0,6	7,277	6,908	6,516	7,277	6,903	6,509



(a) laje maciça



(b) laje nervurada

Figura 6 – Variação da frequência fundamental das lajes isoladas.

Como previsto, as frequências naturais obtidas em ambos os casos diminuiram com o aumento da massa ou com a redução da rigidez. É possível perceber que a laje nervurada sofreu maior variação da frequência que a maciça. O aumento do percentual de “q”, mantendo-se o mesmo nível de $K_{flexão}$, altera a frequência em um patamar de 13% ou 18%, para a laje maciça e nervurada, respectivamente; e no raciocínio oposto (mantendo o percentual de “q” e diminuindo a rigidez), tem-se um patamar de 5% ou 10% de alteração, para a laje maciça e nervurada.

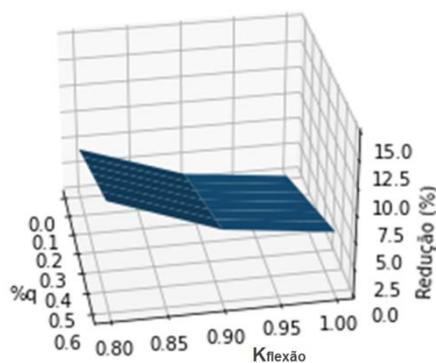
Outro ponto de observação é com relação às diferentes formas de redução de rigidez: na laje maciça, mantendo-se o percentual de carga variável constante e estabelecendo-se a fissuração em 20%, tem-se que com a redução exclusiva da $K_{flexão}$ a frequência apresenta redução aproximada de 5% e alterando-se diretamente o módulo de elasticidade secante o valor é 10,6%. Para a laje nervurada, a mesma comparação resulta em reduções de 10,5% e 10,6%. Claramente percebe-se que a rigidez à flexão da laje nervurada é preponderante em relação às demais.

b) Análise do Edifício 1 – Pavimento

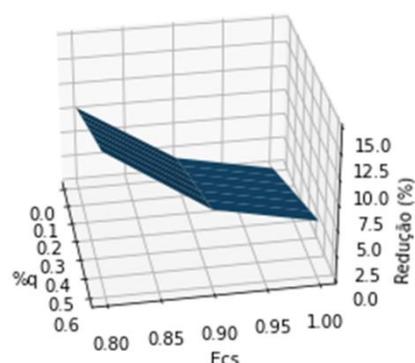
Para os edifícios são apresentados, separadamente, os resultados para o pavimento e para o pórtico espacial. Para o pavimento, tem-se a Tabela 3. Aqui o comportamento geral observado anteriormente repete-se. Considerando a variação do percentual de “q” (mantendo $K_{flexão}$ constante), a frequência varia da ordem de 5%, e pelo raciocínio inverso a frequência varia cerca de 4% (se todas as rigidezes forem alteradas, este percentual sobe para quase 8%). As reduções percentuais relativas ao caso sem fissuração e sem sobrecarga (%q = 0) estão representadas na Figura 7. A maior diminuição percentual foi de 9,2% (7,4 Hz para 6,722 Hz), e pela mudança no E_{cs} tem-se uma redução de 12,2%.

Tabela 3 - Frequências fundamentais para o pavimento do Edifício 1 (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{cs} \cdot I$)	0,9 ($E_{cs} \cdot I$)	0,8 ($E_{cs} \cdot I$)	1,0 (E_{cs})	0,9 (E_{cs})	0,8 (E_{cs})
0	7,400	7,319	7,083	7,400	7,254	6,840
0,1	7,334	7,253	7,018	7,334	7,19	6,779
0,2	7,269	7,189	6,956	7,269	7,127	6,719
0,3	7,207	7,126	6,895	7,207	7,065	6,661
0,4	7,145	7,066	6,836	7,145	7,005	6,605
0,5	7,085	7,006	6,778	7,085	6,947	6,550
0,6	7,027	6,948	6,722	7,027	6,89	6,496



(a) alteração exclusiva da $K_{flexão}$



(b) alteração do E_{cs}

Figura 7 – Variação da frequência fundamental do pavimento do Edifício 1.

c) Análise do Edifício 1 – Pórtico Espacial

Para os pórticos espaciais, apresentam-se não apenas a frequência fundamental (f_1), mas as frequências naturais associadas ao 1º modo de flexão em “X” e em “Y” (eixos em planta) e ao modelo de torção. As Tabelas 4 e 5 referem-se aos Modelos IV e VI, respectivamente, variando-se a $K_{flexão}$ do pórtico espacial. A Tabela 6, por sua vez, está relacionada com a alteração direta do E_{cs} .

Os resultados para o Modelo VI (com lajes incorporadas) foram ligeiramente menores do que no modelo IV: a maior diferença percentual foi de 2,3%. Isto pode significar que a hipótese de diafragma rígido feito para o Modelo IV é relativamente mais rígido que a própria introdução das lajes no Modelo VI.

Em relação ao Modelo VI, a mudança exclusiva da $K_{flexão}$ ou a alteração direta do E_{cs} resulta em valores muito próximos, revelando que a rigidez à flexão é a mais importante. Considerando apenas f_1 , a maior redução apresentada foi de 10,1% (rigidez integral e 0%q para 0,8 $E_{cs} \cdot I$ e 60%q), também próxima à diferença encontrada no pavimento para a mesma comparação (9,2%).

Tabela 4 - Frequências naturais do Edifício 1 – Modelo IV (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{cs} \cdot I$)			0,9 ($E_{cs} \cdot I$)			0,8 ($E_{cs} \cdot I$)		
	freq.	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)
0	0,282	0,362	0,418	0,273	0,350	0,403	0,262	0,337	0,385
0,2	0,279	0,357	0,414	0,269	0,346	0,398	0,259	0,334	0,381
0,4	0,276	0,354	0,409	0,266	0,342	0,394	0,256	0,330	0,377
0,6	0,273	0,350	0,405	0,263	0,339	0,390	0,253	0,326	0,373

Tabela 5 - Frequências naturais do Edifício 1 – Modelo VI (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{cs} \cdot I$)			0,9 ($E_{cs} \cdot I$)			0,8 ($E_{cs} \cdot I$)		
	freq.	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)
0	0,278	0,355	0,412	0,268	0,344	0,397	0,258	0,332	0,380
0,2	0,275	0,352	0,408	0,266	0,341	0,393	0,255	0,329	0,377
0,4	0,272	0,348	0,404	0,263	0,337	0,389	0,252	0,325	0,373
0,6	0,270	0,345	0,400	0,260	0,334	0,386	0,250	0,322	0,370

Tabela 6 - Frequências naturais do Edifício 1 pela variação do E_{cs} – Modelo VI (Hz)

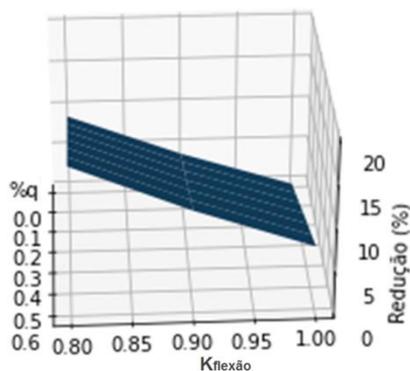
(% q)	1,0 (E_{cs})			0,9 (E_{cs})			0,8 (E_{cs})		
	freq.	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)
0	0,278	0,355	0,412	0,268	0,342	0,396	0,252	0,323	0,374
0,2	0,275	0,352	0,408	0,265	0,339	0,393	0,250	0,319	0,370

d) Análise do Edifício 2 – Pavimento

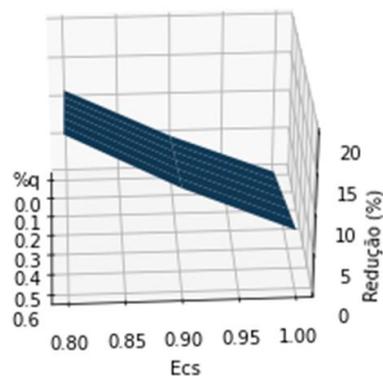
Para o pavimento do Edifício 2 tem-se a Tabela 7. Em comparação com o analisado no Edifício 1, os resultados encontrados para este pavimento tiveram uma redução mais significativa. Considerando a variação do percentual de “q” (mantendo $K_{flexão}$ constante), a frequência varia em quase 7%, e pelo raciocínio inverso a frequência varia cerca de 8% (se todas as rigidezes forem alteradas, este percentual sobre para 10%). As reduções percentuais relativas ao caso sem fissuração e sem sobrecarga (%q = 0) estão representadas na Figura 8. A maior diminuição percentual foi de 14,5% (8,238 Hz para 7,043 Hz), e pela mudança no E_{cs} tem-se uma redução de 16,3%.

Tabela 7 - Frequências fundamentais para o pavimento do Edifício 2 (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{cs} \cdot I$)	0,9 ($E_{cs} \cdot I$)	0,8 ($E_{cs} \cdot I$)	1,0 (E_{cs})	0,9 (E_{cs})	0,8 (E_{cs})
0	8,238	7,907	7,547	8,238	7,827	7,380
0,1	8,140	7,812	7,456	8,140	7,734	7,292
0,2	8,046	7,720	7,368	8,046	7,644	7,207
0,3	7,954	7,632	7,283	7,954	7,557	7,125
0,4	7,865	7,546	7,200	7,865	7,473	7,045
0,5	7,780	7,463	7,120	7,780	7,391	6,969
0,6	7,696	7,383	7,043	7,696	7,313	6,894



(a) alteração exclusiva da $K_{flexão}$



(b) alteração do E_{cs}

Figura 8 – Variação da frequência fundamental do pavimento do Edifício 2.

e) Análise do Edifício 2 – Pórtico Espacial

Diferentemente do que ocorreu no primeiro edifício, aqui as frequências naturais aumentaram no modelo VI e a maior diferença observada entre os valores é de 11,3% (para o Edifício 1 foi de apenas 2,3%). Considerando apenas f_i , a maior redução apresentada foi de 10,3% (rigidez integral e 0%q para 0,8 $E_{cs} \cdot I$ e 60%q), menor que a diferença encontrada no pavimento para a mesma comparação (16,3%). Também aqui os valores encontrados pelas diferentes reduções de rigidez findaram em valores muito próximos.

Tabela 8 - Frequências naturais do Edifício 2 – Modelo IV (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{cs} \cdot I$)			0,9 ($E_{cs} \cdot I$)			0,8 ($E_{cs} \cdot I$)			
	freq.	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção
0		0,263	0,294	0,328	0,255	0,285	0,318	0,246	0,274	0,306
0,2		0,260	0,290	0,324	0,252	0,281	0,314	0,243	0,270	0,303
0,4		0,256	0,286	0,320	0,249	0,277	0,310	0,240	0,267	0,299
0,6		0,253	0,282	0,316	0,245	0,273	0,306	0,237	0,263	0,295

Tabela 9 - Frequências naturais do Edifício 2 – Modelo VI (Hz)

(% q)	1,0 ($E_{cs} \cdot I$)			0,9 ($E_{cs} \cdot I$)			0,8 ($E_{cs} \cdot I$)			
	freq.	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção
0		0,292	0,322	0,347	0,283	0,311	0,336	0,272	0,299	0,324
0,2		0,289	0,318	0,342	0,279	0,307	0,332	0,268	0,295	0,320
0,4		0,285	0,314	0,338	0,275	0,303	0,328	0,265	0,292	0,317
0,6		0,281	0,310	0,334	0,272	0,299	0,324	0,262	0,288	0,313

Tabela 10 - Frequências naturais do Edifício 2 pela variação do E_{cs} – Modelo VI (Hz)

(% q)	1,0 (E_{cs})			0,9 (E_{cs})			0,8 (E_{cs})			
	freq.	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção	flexão (Y)	flexão (X)	torção
0		0,292	0,322	0,347	0,278	0,306	0,329	0,262	0,289	0,311
0,2		0,289	0,318	0,342	0,274	0,302	0,325	0,258	0,285	0,307

Conclusões

Neste artigo discutiu-se a influência de alguns parâmetros de massa e rigidez na análise modal de estruturas de concreto armado. A relevância desse tema cresce na medida em que as estruturas tornam-se mais leves e esbeltas, logo, menos rígidas, o que evidencia a importância do estado limite de serviço de vibrações excessivas (ELS-VE). Para este fim, a NBR 6118:2014 não é totalmente clara na definição dos critérios fundamentais para a análise dinâmica.

No sentido de avaliar o comportamento das estruturas com a aplicação de diferentes ponderadores de carga variável e de redução da rigidez pela fissuração, quatro estruturas foram modeladas e analisadas computacionalmente para a obtenção de suas frequências naturais e modos de vibração (duas lajes isoladas e dois edifícios reais, com tipologias em lajes maciças e lajes nervuradas).

Foi possível perceber, de maneira coerente, que os valores de frequência natural reduzem com o aumento da massa (acréscimo da parcela da carga variável de utilização) e com a redução da rigidez (pelo aumento da fissuração). Esta redução é mais pronunciada nas estruturas que fazem uso da laje nervurada (da ordem de 16% para o pavimento e 10% para o pórtico espacial), em comparação com as lajes maciças (pavimentos e pórtico espacial com variação de 10%).

Observou-se também que, para o programa computacional TQS, nos casos em que a rigidez à flexão é preponderante, o procedimento de alterar o coeficiente de não linearidade física resulta em valores muito próximos comparados aos obtidos impondo-se diretamente o módulo de elasticidade secante nos critérios do material, o que alteraria todas as rigidezes (axial, flexão, torção e ao cisalhamento). Como esperado, a rigidez à flexão é a dominante.

Os testes mostraram ainda que a diferença entre a não consideração de carga variável e de seção bruta do concreto pode resultar em valores de frequência natural pouco conservadores. Assim, a atual proposta de nova redação da NBR 6118:2014 para a seção 23.3, de ponderar as massas de acordo com a combinação de serviço frequente (usando-se o fator ψ_1) é adequado e até conservador, o que estaria coerente com a metodologia simplificada adotada por esta norma. Para a redução da rigidez, entretanto, não há qualquer prescrição.

Por último, reforça-se a necessidade de orientações mais detalhadas nas normas brasileiras em relação à análise dinâmica a fim de não gerar dúvidas, resultados pouco conservadores e, conseqüentemente, problemas relacionados às vibrações excessivas.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- BACHMANN, H. et al. Vibration problems in structures. Practical guidelines. Birkhauser. 1995
- BACHMANN, H; AMMANN, W. J. Vibrations in structures induced by man and machines. 3. ed. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. Dynamics of Structures. 3ª ed. Computers & Structures, New York. Inc., 2003.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. FIB model code for concrete structures 2010. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 2013.
- MOURA, J. M. F. Estado-limite de serviço de vibrações excessivas em lajes de concreto armado considerando a ação induzida por pessoas. 2022. 91 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022. <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/50266>
- JOHANSSON, P. 2009. Vibration of hollow core concrete elements induced by walking. Lund, Sweden: Lund Institute of Technology, 2009.